

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА

**В'ЮНИК ВОЛОДИМИР ІВАНОВИЧ**

УДК 535.326:537.874

**МЕТОДИ КООРДИНАТНОЇ ТРАНСФОРМАЦІЇ У СТВОРЕННІ  
НЕСИНГУЛЯРНИХ АНІЗОТРОПНИХ ПОКРИТТІВ, ЩО  
ЗАБЕЗПЕЧУЮТЬ НЕВИДИМІСТЬ І МІМІКРІЮ**

01. 04. 03 — радіофізика

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2016

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук, доцент  
**Звягінцев Анатолій Олександрович**,  
Харківський національний університет  
імені В. Н. Каразіна,  
завідувач кафедри надвисоких частот  
(м. Харків)

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор  
**Кокодій Микола Григорович**,  
Національний фармацевтичний університет,  
професор кафедри фізики;

доктор фізико-математичних наук, старший  
науковий співробітник  
**Прокопенко Юрій Володимирович**,  
Інститут радіофізики та електроніки імені  
О. Я. Усикова НАН України, провідний науковий  
співробітник відділу радіофізики твердого тіла.

Захист відбудеться «    » \_\_\_\_\_ 2016 р. о \_\_\_\_\_ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.051.02 Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (Україна, 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4, ауд. 3-9).

З дисертацією можна ознайомитись у Центральній науковій бібліотеці Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна (Україна, 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4)

Автореферат розісланий «    » \_\_\_\_\_ 2016 р.

Вчений секретар спеціалізованої вченої ради,  
доктор фізико-математичних наук, професор

Ю. В. Аркуша

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Створення електромагнітних систем, що забезпечують максимальний контроль поширення електромагнітних хвиль, є одним з актуальних завдань сучасної радіофізики. За останні два десятиліття можливості науки в управлінні електромагнітними властивостями матеріалів були значно розширені. Це стало можливим із створенням і вивченням нового класу не існуючих в природі матеріалів – метаматеріалів. Властивості таких матеріалів визначаються в першу чергу, не їх складом, а їх структурою. Стосовно електромагнетизму такі періодичні структури з характеристичними розмірами набагато меншими довжини хвилі (проте надатомними) дозволяють забезпечити метаматеріалам багато унікальних властивостей, до числа яких відносяться негативні значення діелектричної і магнітної проникностей, у тому числі спостерігаємі одночасно. Ефективне використання властивостей матеріалів для управління поширенням електромагнітних хвиль стало можливим з розвитком нового напрямку досліджень, заснованого на використанні координатних трансформацій, що називається також трансформаційною оптикою (ТО).

ТО є новим підходом, що дозволяє проектування пристроїв на основі метаматеріалів. Використовуючи інваріантність рівнянь Максвелла відносно координатних перетворень, ТО встановлює зв'язок між геометричною трансформацією простору і анізотропією матеріальних параметрів середовища. Окрім фундаментального ТО має і широке практичне застосування. Пристрої, розраховані з використанням підходу ТО, можуть працювати не тільки в оптичному, але і в інших діапазонах частот, в тому числі НВЧ.

Одним з найцікавіших і найважливіших серед чисельних застосувань метаматеріалів і ТО являється створення діелектричних, як правило анізотропних покриттів, що дозволяють здійснювати повне приховування об'єкту від зовнішнього спостерігача, для яких в літературі закріпився термін плащі невидимості (invisibility cloaks).

Традиційні методи маскування не забезпечують справжню невидимість, зокрема, вони не працюють при опроміненні приховуваного об'єкта "на просвіт", коли джерело та приймач знаходяться по різні сторони від нього.

До теперішнього часу з використанням різних координатних перетворень запропонована безліч різноманітних плащів невидимості різних форм.

Створення таких плащів, однак, пов'язано з вирішенням цілої низки принципних проблем. Однією з таких проблем є сингулярність матеріальних параметрів, яка може виникати на внутрішній межі плаща, та є наслідком виду координатних перетворень, що використовуються при розрахунках плащів. Значення однієї або декількох компонент матеріальних параметрів трансформованого простору, обчислювані на основі цих перетворень, будуть нескінченно великими.

Відомі рішення цієї проблеми не позбавлені недоліків. Зокрема несингулярні плащі неевклідової геометрії створюють додатковий набіг фази хвилі і таким чином виявляються такими, що детектуються. Такі плащі,

фактично, являються плащами невидимості для променів, а не для хвиль. Інші запропоновані несингулярні плащі або забезпечують приховування тільки для певних напрямів, або по своїй природі є двовимірними.

Таким чином, актуальною є задача як пошуку нових підходів до рішення проблеми сингулярності матеріальних параметрів плащів невидимості, так і розробки з використанням ТО пристроїв з новими фізичними властивостями.

Для дослідження цієї проблеми представляє інтерес вивчення трансформацій ведучих до неідеального і в той же час до несингулярного плаща. Необхідно також відмітити, що плащі невидимості являються далеко не єдиними пристроями, створеними на основі підходу ТО.

Дослідження таких трансформацій може не тільки послужити відправною точкою до експериментального створення плащів невидимості але і, як ми побачимо далі, стати основою для створення пристроїв, які забезпечать інші різновиди маскування.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана на кафедрі фізики надвисоких частот Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Матеріали дисертації безпосередньо пов'язані з темами держбюджетних НДР (державний реєстраційний номер – 0106U001547, 0109U000551 і 0112U001063).

**Мета і задачі дослідження.** Метою дисертаційної роботи є дослідження в рамках трансформаційної оптики впливу схем і параметрів координатних перетворень на характеристики розсіяння плащів невидимості, що представляє інтерес для вирішення проблеми сингулярності їх матеріальних параметрів і розробки пристроїв з новими фізичними властивостями.

Для досягнення поставленої мети необхідно було розв'язати наступні задачі:

1. Провести дослідження дифракції плоскої електромагнітної хвилі на неідеальному несингулярному циліндричному плащі невидимості і залежності її характеристик від параметрів координатної трансформації.
2. Дослідити можливість розширення робочого діапазону кутів падаючої хвилі, при яких забезпечується невидимість об'єкта оточеного однонаправленим несингулярним циліндричним плащем еліптичного перерізу.
3. Провести порівняння числового й аналітичного підходів до обчислення матеріальних параметрів плащів з метою додаткового обґрунтування числового підходу і сформулювати рекомендації по їх застосуванню.
4. Проаналізувати встановлений факт збігу сумарної величини розсіяного поля від неідеального несингулярного пристрою невидимості циліндричної форми та від відповідного циліндра, що ідеально проводить, радіус якого рівний радіусу кола, від якого проводиться трансформація.
5. Провести дослідження впливу функцій-джерел у рівнянні Пуассона на характеристики розрахованих числовим методом плащів невидимості.

*Об'єкт дослідження* – процес розсіяння електромагнітної хвилі на плащах невидимості і мімікрії.

*Предмет дослідження* – характеристики розсіяння плащів, залежні від їх фізико-геометричних параметрів, що розраховуються з використанням координатної трансформації.

*Методи дослідження.* Основними методами, що базуються на електродинаміці, за допомогою яких у роботі розраховували матеріальні параметри плащів з певними електродинамічними характеристиками, є підходи, засновані на використанні координатних трансформацій, які, в свою чергу, базуються на інваріантності рівнянь Максвелла відносно координатних перетворень. Для отримання координатних залежностей використовували як аналітичний, так і числовий підходи. Числове моделювання розсіяння на отриманих структурах проводили з використанням методу скінчених елементів.

### **Наукова новизна одержаних результатів.**

Отримані в рамках заснованих на використанні координатних трансформацій підходах аналітичні вирази для розрахунку матеріальних параметрів трансформованої системи дозволили створювати електромагнітні системи з новими незвичайними властивостями. Зокрема:

1. Вперше показано, що величина розсіяння від неідеального плаща невидимості циліндричної форми практично повністю співпадає з величиною розсіяння від ідеально провідного циліндра, радіус якого дорівнює радіусу кола, від якого проводиться трансформація, використовувана при розрахунку такого неідеального плаща.
2. Вперше встановлена можливість створення плащів мімікрії, що забезпечують покритому ними тілу мімікрію під тіло іншої наперед заданої форми, так що для зовнішнього спостерігача об'єкт, покритий таким плащем, представляється об'єктом іншої форми. Продемонстровано, що матеріальні параметри в таких плащах мають несингулярний характер.
3. Вперше показана можливість зниження на декілька порядків сумарної величини напруженості поля розсіяного від плаща невидимості, розрахованого з використанням числового методу шляхом вибору значень функцій-джерел в рівнянні Пуассона.
4. Вперше запропоновано несингулярний плащ-килим невидимості, отриманий шляхом координатної трансформації в системі координат еліптичного циліндра, використовуваний в манері, характерній для килима невидимості. Обґрунтовано, що робота такого плаща-килима не залежить від напрямку падаючої хвилі. Продемонстрована можливість створення таких циліндричних плащів-килимів довільного перерізу.

### **Практичне значення одержаних результатів.**

1. Запропоновані схеми координатної трансформації, використовувані для розрахунку матеріальних параметрів, які дозволяють створення несингулярних циліндричних плащів невидимості та мімікрії, що є

певним внеском у розвиток трансформаційно-оптичних підходів. Ефект мімікрії, встановлений в роботі, може послугувати основою для створення нових пристроїв, працюючих у різних діапазонах частот.

2. Запропонований у роботі неідеальний несингулярний плащ невидимості циліндричної форми дозволяє, в принципі, здійснити його практичну реалізацію.
3. Результати дисертації також можуть бути використані для оцінки продуктивності при експериментальному створенні неідеальних багат шарових плащів невидимості з однорідними величинами матеріальних параметрів в кожному шарі.
4. Використовуваний при створенні несингулярного плаща-килима підхід може бути застосований при розрахунку несингулярних циліндричних плащів-килимів довільного перерізу.
5. Масив отриманих даних по розсіянню електромагнітних хвиль плащами мімікрії може, в принципі, бути використаний при розрахунку багат шарових плащів мімікрії з однорідними величинами матеріальних параметрів в кожному шарі шляхом проведення багатокритерійної оптимізації.

**Особистий внесок здобувача** полягає в постановці задач з урахуванням літературних даних, проведенні розрахунків і моделюванні (верифікації) роботи розрахованих плащів, активній участі в аналізі й інтерпретації отриманих результатів, підготовці та написанні статей і тез доповідей.

Формулювання теми та мети, аналіз і обговорення отриманих результатів дослідження та формулювання висновків проведені спільно з науковим керівником канд. фіз-мат. н., доц. А. О. Звягінцевим.

**Апробація результатів дисертації.** Матеріали дисертації пройшли апробацію на наступних конференціях: The 11th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (Харків, Україна, 2011); The 6th International Conference on Ultra Wideband and Ultra Short Impulse Signals (Севастополь, Україна, 2012); Microwave and Telecommunication Technology (CriMiCo), 22nd International Crimean Conference (Севастополь, Україна, 2012); Microwave and Telecommunication Technology (CriMiCo), 23rd International Crimean Conference (Севастополь, Україна, 2013); X International Conference on Antenna Theory and Techniques (Харків, Україна, 2015).

**Публікації.** За матеріалами дисертації опубліковано 5 статей в спеціалізованих наукових виданнях та 5 тез доповідей на наукових конференціях.

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків та списку використаних джерел. Повний обсяг роботи складає 133 сторінки. Дисертація містить в собі 53 рисунка та 13 таблиць. Список використаних джерел на 13 сторінках нараховує 105 найменувань.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтовано вибір теми дисертації, показана її актуальність, сформульовано мету та основні задачі дисертаційної роботи. Визначено об'єкт, предмет та методи досліджень, новизну та практичне значення отриманих результатів. Викладено зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Розділ 1 містить огляд літератури за темою дисертації. У ньому показано загальний напрямок досліджень з використанням підходу трансформаційної оптики та метаматеріалів і окреслено коло наявних проблем. На підставі проведеного в розділі аналізу наявних проблем визначені завдання та напрямки досліджень.

У розділі 2 "Неідеальний плащ невидимості з використанням несингулярної координатної трансформації" розглянуто створення неідеального несингулярного циліндричного плаща невидимості з використанням підходу трансформаційної оптики.

З літератури відомо, що рівняння Максвелла інваріантні відносно координатних перетворень та відрізняються тільки компонентами матеріальних параметрів, які у такому разі є тензорними величинами. При цьому, якщо у вихідному нетрансформованому однорідному середовищі, в якому відсутні сторонні струми і заряди, одним з розв'язків рівнянь Максвелла буде розв'язок виду  $\vec{H} = \vec{H}(X)$ ,  $\vec{E} = \vec{E}(X)$  – плоска хвиля, що поширюється уздовж осі  $X$ , то у разі трансформованого "спотвореного" середовища аналогічним розв'язком рівнянь Максвелла буде хвиля, що поширюється уздовж відповідної криволінійної координатної лінії. Таким чином, використовуючи різні координатні перетворення, можна управляти траєкторією електромагнітних хвиль, домагаючись бажаного результату. Завдання розрахунку плащів, таким чином, зводиться до формулювання відповідного координатного перетворення, а потім до визначення того, як пов'язані величини матеріальних параметрів в

вихідній і трансформованій системах. Схема координатної трансформації, дослідженої в другому розділі, представлена на рис. 1. У системі координат кругового циліндра цю трансформацію можна записати як

$$r' = \frac{c-b}{c-a} \cdot (r-a) + b; \theta' = \theta; z' = z, \quad (1)$$

де  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$  координати в вихідній системі, що також називається

віртуальною, а  $r'$ ,  $\theta'$ ,  $z'$  – у трансформованій, яка також носить назву фізичної.

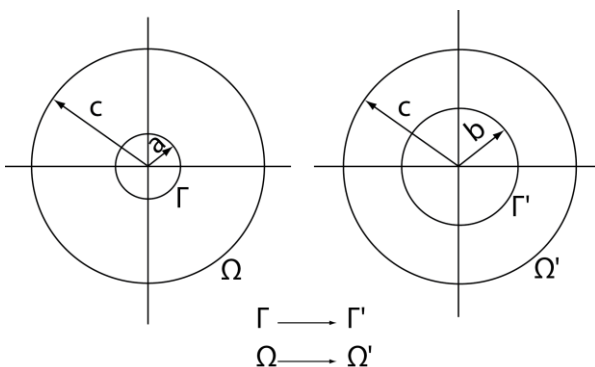


Рис. 1 Схема координатної трансформації.

Така трансформація вибрана з метою уникнути сингулярності матеріальних параметрів, яка неминуче має місце, якщо в кільцеву область відображається точка. Для знаходження зв'язку між компонентами матеріальних параметрів необхідно сформулювати рівняння Максвелла в новій криволінійній координатній системі.

Використовуючи теорему Стокса, виконуючи інтегрування по одиничному контуру і підставляючи туди "роторні" рівняння Максвелла, отримуємо відповідні вирази. Так, в декартових координатах зв'язок між компонентами матеріальних параметрів у віртуальному і фізичному просторі описується наступним виразом

$$p' = \Lambda p \Lambda^T \det(\Lambda^{-1}), \quad (2)$$

де  $p$  є діелектричною або магнітною проникністю у віртуальному просторі,  $p'$  – у фізичному, а  $\Lambda = \frac{\partial u^i}{\partial u^j}$  представляє собою якобіанову матрицю похідних декартових координат  $u^i$  у фізичному просторі по декартових координатах  $u^j$  у віртуальному просторі.

Для ортогональних криволінійних координатних систем, однією з яких є система координат кругового циліндра, зв'язок між компонентами приймає вигляд

$$\tilde{p}' = S \tilde{p} S^T \det(S), \quad (3)$$

де  $\tilde{p}$  є ортогональними компонентами діелектричної або магнітної проникності у віртуальному просторі,  $\tilde{p}'$  – у фізичному,  $\tilde{S} = (T' T'^T)^{-1/2} \lambda (T T^T)^{1/2}$ . При цьому

$$T = \frac{\partial v^i}{\partial u^j}$$

являє собою якобіанову матрицю похідних ортогональних координат по декартових у віртуальному просторі, а

$$T' = \frac{\partial v^i}{\partial u^j}$$

аналогічну матрицю у фізичному просторі. Матриця  $\lambda$  при цьому

$$\lambda = \frac{\partial v^i}{\partial v^j}$$

є якобіановою матрицею похідних ортогональних координат  $v^i$  в фізичному просторі по ортогональних координатах  $v^j$  у віртуальному просторі.

Ортогональні криволінійні системи часто зручні для опису координатних перетворень, проте для електромагнітного моделювання розсіяння методом скінчених елементів, як правило, використовуються декартові компоненти. Вони можуть бути отримані з ортогональних компонент, використовуючи рівняння



$$p = Q^T \tilde{p} Q. \quad (4)$$

де  $p$  – декартові компоненти  $\varepsilon$  і  $\mu$ , а  $\tilde{p}$  – ортогональні компоненти, і  $Q = (TT^T)^{-1/2}T$ .

При використанні координатної системи кругового циліндра  $T$  являє собою якобіанову матрицю циліндричної координатної системи по декартовій у віртуальному просторі, а  $T'$  – якобіанову матрицю циліндричної координатної системи по декартовій у фізичному просторі. Ці матриці можуть бути записані у вигляді:

$$T = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\frac{\sin(\theta)}{r} & \frac{\cos(\theta)}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, T' = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\frac{\sin(\theta)}{r'} & \frac{\cos(\theta)}{r'} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для координатної трансформації (1) матриця трансформації  $\lambda$  має вигляд

$$\lambda_j^{i'} = \frac{\partial v'^j}{\partial v^i} = \begin{pmatrix} \frac{c-b}{c-a} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Підставляючи (5) і (6) у (3) і припускаючи  $\tilde{\varepsilon}$  і  $\tilde{\mu}$  ізотропними та рівними одиниці, отримаємо вираз для циліндричних компонент матеріальних параметрів

$$\tilde{\varepsilon}' = \tilde{\mu}' = \begin{pmatrix} \frac{KM}{r'} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r'}{KM} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M}{Kr'} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

в якому  $K = \frac{c-b}{c-a}$ ,  $M = \frac{(r'-b)(c-a)}{c-b} + a$ .

На рис. 2 представлена залежність величини  $\frac{r'}{KM}$  (тобто  $\varepsilon_\theta$  і  $\mu_\theta$ ) від  $r'$  для випадку  $c=0.4$ ;  $b=0.1$  і різних  $a$ . Видно, що навіть у разі, коли  $a$  менше  $b$  в 100 разів, величина  $\frac{r'}{KM}$  рівна 133, що свідчить про її несингулярність.

Для перевірки функціонування розрахованого плаща було проведено числове моделювання з використанням методу скінченних елементів. Проведено порівняння ефективності роботи такого неідеального несингулярного плаща з плащем, отриманим з використанням сингулярної координатної трансформації і показано, що такий плащ має досить хорошу

ефективність в плані приховування об'єкта (у даному випадку кругового циліндра).

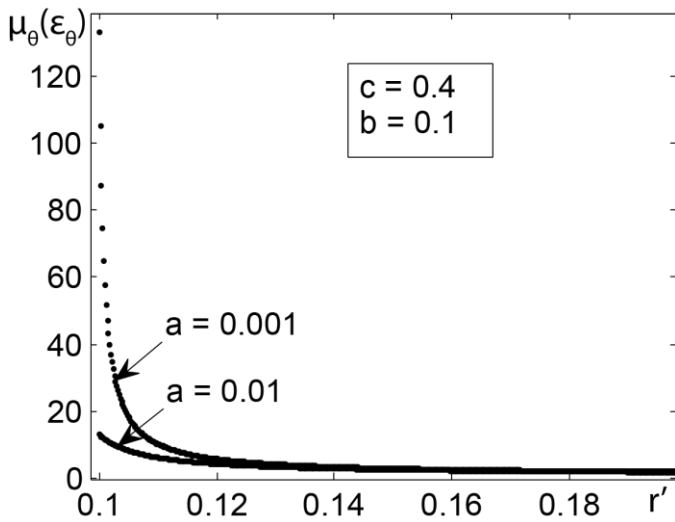


Рис.2 Залежність величини  $\mu_\theta(\epsilon_\theta)$  від  $r'$ .

Було виявлено, що величина інтеграла поля, розсіяного циліндром, що ідеально проводить, практично збігається з величиною інтеграла розсіяного

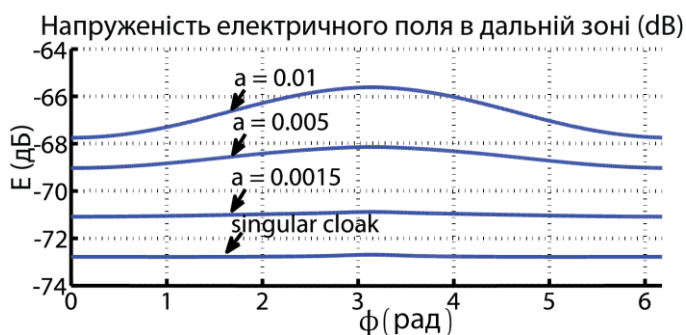


Рис. 3 Діаграми розсіяння несингулярних об'єктів невидимості, з  $c = 0.3$  м.,  $b = 0.15$  м. для різних  $a$  (в м.). singular cloak – сингулярний пристрій невидимості з  $c = 0.3$  м.,  $b = 0.15$  м.

поля від пристрою невидимості (завжди дещо менше), коли радіус циліндра, що ідеально проводить, збігається з радіусом  $a$  вихідної системи координат.

Таким чином, можна сказати, що несингулярний плащ невидимості знижує сумарну величину розсіяння від ідеально провідного циліндра радіуса  $b$  до величини розсіяння від ідеально провідного циліндра радіуса  $a$ .

Для зовнішнього спостерігача такий покритий плащем циліндр буде представлятися циліндром набагато меншого радіуса. У граничному випадку  $a = b$ , геометрична трансформація в плащі відсутня, і ми маємо циліндр, що ідеально проводить, з радіусом  $b$ , оточений вільним простором.

У розділі 3 "Несингулярний плащ-килим невидимості" запропонований плащ-килим невидимості, заснований на однонаправленому несингулярному діелектричному циліндричному плащі еліптичного перерізу, що використовується подібно килиму.

Оскільки для плащів довільної форми отримання аналітичних виразів, що описують координатну трансформацію, часто ускладнено, в першому підрозділі цього розділу також проведено обґрунтування числового підходу до отримання матеріальних параметрів плаща.

Відомо, що вираз (8) описує координатну трансформацію, яка використовується при створенні циліндричного плаща

$$r' = \frac{R_2 - R_1}{R_2} \cdot r + R_1, \theta' = \theta, z' = z, \quad (8)$$

де  $R_2$  представляє зовнішній радіус даної області,  $R_1$  – зовнішній радіус приховуваної плащем області, а  $r, \theta, z$  без штриха означають координати у віртуальному просторі, а з штрихом – у фізичному.

Було показано, що співвідношення між радіальними координатами у виразі (8) є розв'язком рівняння Пуассона наступного виду

$$\begin{cases} \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' \frac{\partial r_i}{\partial r'}) = f(r', \theta', z') = \frac{R_2}{r' (R_2 - R_1)}; \\ r(r' = R_1) = 0, r(r' = R_2) = R_2. \end{cases} \quad (9)$$

Описаний в літературі числовий підхід використовує розв'язання рівняння Лапласа з граничними умовами для знаходження залежностей між координатами при координатній трансформації, яка трактується як просторова деформація.

Хоча розв'язком рівняння Лапласа

$$\begin{cases} \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' \frac{\partial r_i}{\partial r'}) = 0; \\ r(r' = R_1) = 0, r(r' = R_2) = R_2 \end{cases} \quad (10)$$

є вираз

$$r' = R_1 \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^{\frac{r}{R_2}}, \quad (11)$$

який, очевидно, не співпадає з (8), нескладно помітити, що він описує трансформацію, яка призводить до ідеального плаща.

Шляхом проведення числового моделювання розсіяння на плащах, отриманих як з використанням аналітичних виразів (8) і (11), так і з використанням числового підходу шляхом розв'язання рівнянь (9) і (10) було показано, що величини розсіяння для усіх 4-х плащів практично співпадають, незважаючи на використання різних трансформацій і підходів при їх розрахунку.

Розглянутий в розділі плащ являє собою плащ еліптичного перерізу, отриманий шляхом координатної трансформації в системі координат еліптичного циліндра від еліптичної області  $\xi \in [0, \xi_2]$  до області еліптичного кільця  $\xi' \in [\xi_1, \xi_2]$ , яка може бути представлена у вигляді:

$$\xi' = \frac{\xi_2 - \xi_1}{\xi_2} \xi + \xi_1, \eta' = \eta, z' = z, \quad (12)$$

як зображено на рис. 4.

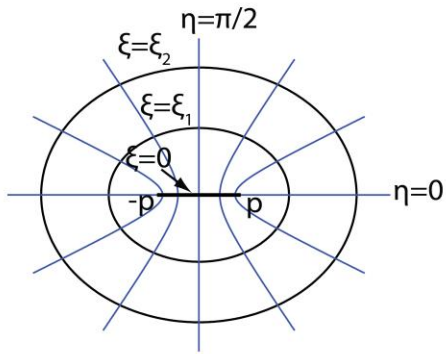


Рис. 4 Еліптичний плащ в еліптичній координатній системі.

для числових методів розв'язання без необхідності аналітичного аналізу зв'язків між координатами.

З урахуванням викладеного можна записати рівняння Лапласа в координатах еліптичного циліндра, яке буде характеризувати зв'язок між вихідними і трансформованими координатами в інверсній формі у вигляді

$$\begin{cases} \frac{1}{p^2(\sinh^2 \xi' + \sin^2 \eta')} \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial \xi'^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial \eta'^2} \right) + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z'^2} = 0; \\ \xi(\xi' = \xi_1) = 0, \xi(\xi' = \xi_2) = \xi_2. \end{cases} \quad (13)$$

Нескладно помітити, що рівняння (13) без всяких змін може бути використаним для знаходження матриці перетворення для несингулярного плаща невидимості довільного перерізу, як зображено на рисунку 5.

Оскільки при трансформації на еліптичний циліндр  $\xi = \xi_1$  відображається не точка нескінченно малих розмірів, а відрізок прямої  $[-p; p]$ , матеріальні параметри такого плаща несингулярні. Однак такий плащ має однако напрямлений характер, тобто ефективно працює тільки при опроміненні його хвилею, що розповсюджується паралельно міжфокусному відріzkу.

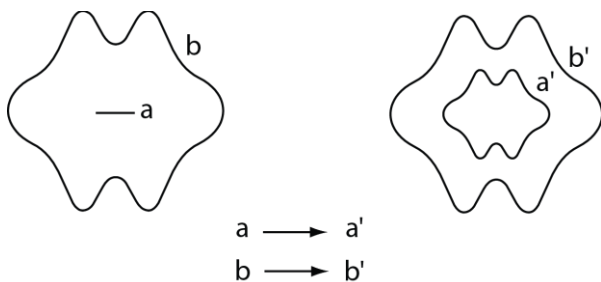


Рис. 5 Координатна трансформація для плаща довільної форми.

плаща від напрямку падаючої хвилі.

Для отримання значень компонент матеріальних параметрів використовувався числовий метод. Задача розв'язувалася в два етапи. На першому етапі з використанням методу скінчених елементів шляхом числового

У системі координат еліптичного циліндра ми маємо однозначну відповідність між координатами будь-якої точки, що лежить на внутрішньому еліпсі ( $\xi' \in \xi_1$ ) і координатами вихідної точки ( $\xi \in \xi_0 = 0$ ), що відображується на першу точку при координатній трансформації.

Зв'язок між координатами вказаних вище точок може бути записаний як  $(0, \eta, z) \rightarrow (\xi_1, \eta, z)$ , що робить можливим задання граничних умов

У цій роботі показано, що можна використовувати такий плащ подібно килиму невидимості, розташовуючи його на поверхні, що проводить, так щоб міжфокусний сегмент збігався з цією поверхнею (яка представляє собою лінію для двовимірної задачі). Такий підхід знімає проблему залежності ефективності роботи

розв'язання рівняння Лапласа визначалися значення матеріальних параметрів плаща, які потім використовувалися як вхідні дані для електромагнітного моделювання методом скінчених елементів. При цьому була показана можливість розрахунку циліндричних плащів-килимів довільного перерізу.

Проведене числове моделювання з використанням методу скінчених елементів підтвердило працездатність запропонованого підходу. Зокрема при розміщенні плаща на поверхні, що проводить, він забезпечує ефективне приховування об'єкта, як показано на рис. 6 і 7. В обох випадках  $p=0.01$ ,  $\lambda=0.08$  м. Такий плащ-килим анізотропний, і не страждає від проблеми бічного зсуву падаючого і відбитого променів, властивої ізотропним килимам, через що вони виявляються такими, що детектуються.

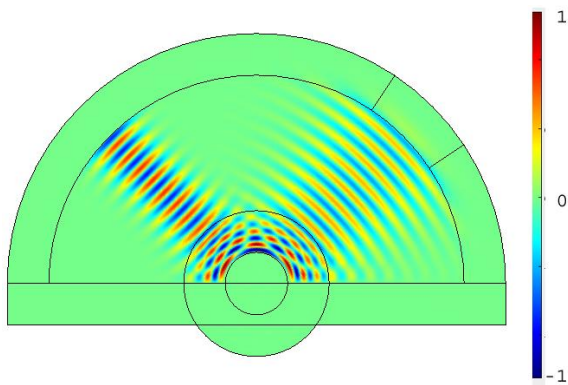


Рис. 6 Розподіл  $z$  – компоненти електричного поля гауссового пучка при відбитті від несингулярного плаща-килима невидимості еліптичного перерізу.

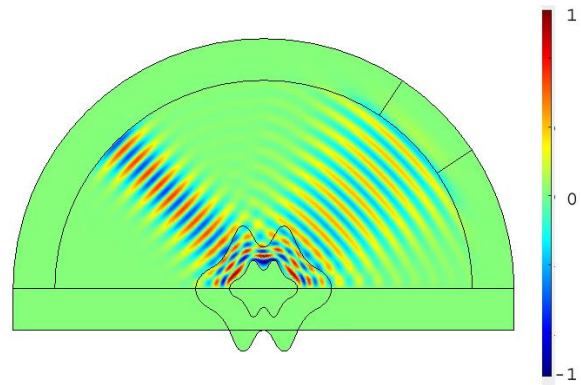


Рис. 7 Розподіл  $z$  – компоненти електричного поля гауссового пучка при відбитті від несингулярного плаща-килима невидимості довільного перерізу.

При розміщенні плаща еліптичного перерізу у вільному просторі і при опроміненні його плоскою поляризованою хвилею, що розповсюджується паралельно міжфокусному сегменту, було показано, що плащ зменшує розсіяння від еліптичного циліндра, який проводить (еліпса у двовимірній задачі), до величин, характерних для розсіяння від сегмента відповідної довжини (сегмента довжиною  $2p$ , який "роздувається" в еліпс при трансформації). Також проведено порівняння ефективності роботи несингулярних плащів при різних значеннях величини  $p$  і сингулярного плаща. Показано, що ефективність несингулярного плаща порівняно з ефективністю сингулярного плаща має один порядок величини за умови малості  $p$  ( $p < \lambda$ ), і зростає при зменшенні  $p$ , стаючи при  $p=0.001$  м. практично рівною ефективності сингулярного плаща.

У розділі 4 "Мімікрія об'єктів з використанням підходу трансформаційної оптики" розглядається створення плащів мімікрії – нового класу об'єктів, що забезпечують покритому ними тілу мімікрію під тіло іншої форми. Досліджений у другому розділі плащ може трактуватися як плащ мімікрії

більшого кругового циліндра під менший. Для отримання такого плаща використовувалася координатна трансформація, при якій кільцева область з меншим внутрішнім радіусом, що відповідає радіусу "голого" циліндра, відображалася в кільцеву область з великим внутрішнім радіусом, що відповідає радіусу циліндра, покритого плащем.

Звідси можна зробити висновок, що для створення плаща мімікрії тіла однієї форми під тіло іншої форми, наприклад, циліндра квадратного перерізу під круговий, кільцева область повинна трансформуватися в "кільцеву область", внутрішня межа якої матиме форму квадрата. У цьому розділі розглянуто розрахунок трьох таких плащів: плаща мімікрії квадратного циліндра під круговий, кругового під квадратний і прямокутного під еліптичний. Схеми координатних трансформацій, що використовувалися при розрахунку, представлені на рис. 8.

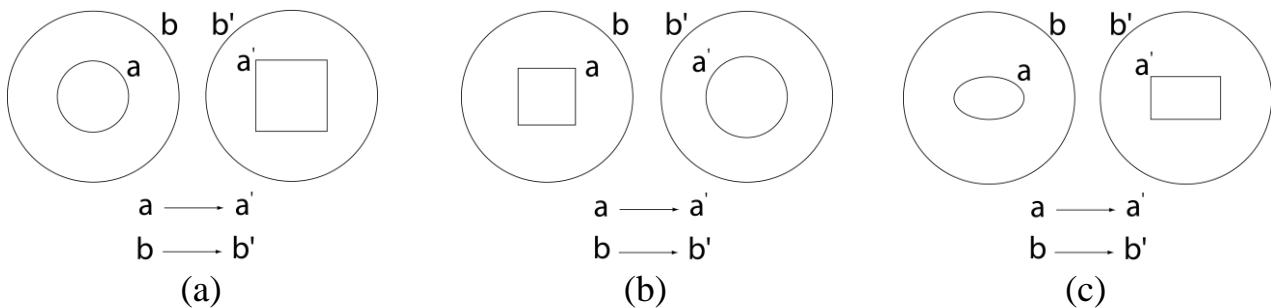


Рис. 8 Схеми координатної трансформації.

При такій трансформації внутрішня межа  $a$  відображається на  $a'$ , а зовнішня межа  $b$  відображається на  $b'$  (тобто сама на себе).

Розрахунок матеріальних параметрів плащів проводився числовим методом. При використанні числового підходу зв'язок між координатами у віртуальному та фізичному просторі встановлювався шляхом розв'язання інверсного рівняння Лапласа, яке разом з граничними умовами характеризує зв'язок між координатами вихідної і координатами трансформованої систем. Для розв'язання рівняння Лапласа необхідно задати граничні умови виду  $u(a') = a$ ,  $u(b') = b$ . Для цього спочатку в аналітичній формі визначалася залежність між декартовими координатами вихідної і трансформованої систем на внутрішній межі плаща. Розв'язуючи рівняння Лапласа, тоді визначалися елементи зворотньої, а потім прямої якобіанових матриць. Приймаючи матеріальні параметри у віртуальному просторі ізотропними та рівними одиниці і використовуючи рівняння (2), визначалися матеріальні параметри плаща.

Числове моделювання проводилося з використанням методу скінчених елементів. Досліджувалася двовимірна задача для випадку падіння плоскої  $E$  – поляризованої хвилі. Довжина хвилі у всіх експериментах складала 0.12 м. При цьому усі три циліндри, під які проводилася мімікрія мали такі розміри, що переріз цих циліндрів може бути вписаним у внутрішню область відповідних



плащів. Так для плаща мімікрії квадратного циліндра під круговий, круг має розміри, які дозволяють йому бути вписаним в квадрат і т.д.

На рис. 9 представлений результат розрахунку абсолютного значення розсіяного електричного поля в дальній зоні при розсіянні від кругового циліндра, що ідеально проводить і при розсіянні від плаща мімікрії квадратного циліндра під круговий циліндр.

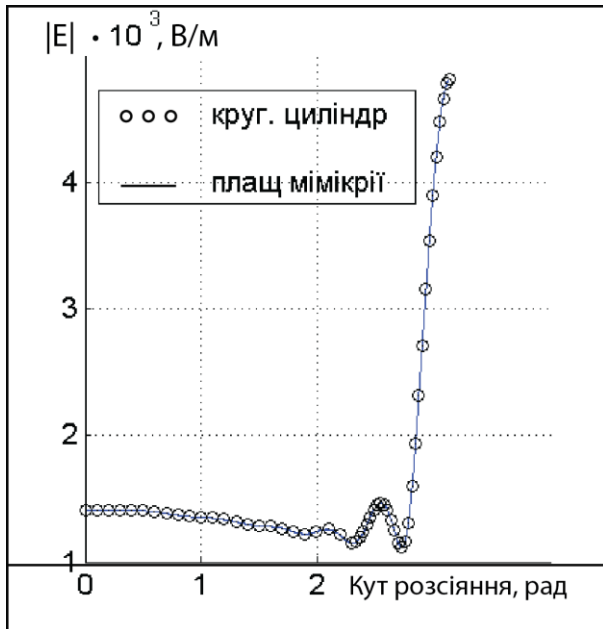


Рис. 9 Діаграми розсіяння кругового циліндра і плаща мімікрії квадратного циліндра під круговий.

порівнювалися з аналогічними значеннями полів в таких же точках поблизу циліндрів, під які проводиться мімікрія.

У таблиці приведені середні величини відносного відхилення для повного

$$\overline{\Delta E_z} = \left| \frac{E_{z \text{ плаща мімікрії}} - E_{z \text{ круг. циліндра}}}{E_{z \text{ круг. циліндра}}} \right| \text{ і розсіяного } \overline{\Delta scE_z} \text{ поля, а також}$$

відповідні максимальні значення  $\max \Delta E_z$  і  $\max \Delta scE_z$  відповідних полів.

Також було проведено дослідження плащів, коли розміри покритого плащем тіла набагато більші або ж менші тіла, під яке проводиться мімікрія. Було виявлено, що у випадку мімікрії кругового циліндра малого радіуса (0.125 м.) під квадратний циліндр великих розмірів, середні відносні відхилення для полів становлять кілька сотих, а максимальні відхилення для розсіяного поля – близько однієї десятої. Такий результат обумовлений тим, що оскільки ідеально провідний квадратний циліндр відбиває значну частину падаючого на одну з його сторін випромінювання, то плащу, що оточує значно менший за розмірами ідеально провідний круговий циліндр, доводиться забезпечувати найбільш сильне відхилення падаючої хвилі, фактично розгортаючи її на 180 градусів.

У цьому розділі також розглянуто розрахунок плаща мімікрії з використанням аналітичного підходу.

Круговий циліндр має радіус 0.125 м, квадратний циліндр має розміри 0.25×0.25 м, зовнішній радіус плаща 0.3 м. Видно що в дальній зоні діаграми розсіяння практично повністю співпадають.

Подібні результати були отримані і для плаща мімікрії кругового циліндра в квадратний, а також для плаща мімікрії прямокутного циліндра в еліптичний, діаграми розсіяння яких порівнювалися відповідно з діаграмами від квадратного і еліптичного циліндрів, що ідеально проводять.

Для оцінки роботи плащів в ближній зоні визначалися значення компоненти повного ( $E_z$ ) і розсіяного ( $scE_z$ ) полів в випадковим чином вибраних 18-ти точках поблизу плаща, які потім

Табл. Величини відносного відхилення полів.

	$\overline{\Delta E_z}$	$\max \Delta E_z$	$\overline{\Delta_{sc} E_z}$	$\max \Delta_{sc} E_z$
Круговий циліндр – плащ мімікрії	0.0001255	0.0003422	0.0002302	0.0005595
Квадратний циліндр – плащ мімікрії	0.0020246	0.0041279	0.0064885	0.0244929
Еліптичний циліндр – плащ мімікрії	0.0000797	0.0002229	0.0002032	0.0004995

Аналітичний підхід може бути застосований якщо криві, що беруть участь у трансформації (наприклад огинаючі циліндрів), можуть бути описані аналітично деякою функцією без розривів.

З урахуванням цього обмеження форма плащів, що розраховуються, може бути довільною. Розглядається моделювання плаща мімікрії еліптичного циліндра під круговий. Схема координатної трансформації представлена на рис. 10.

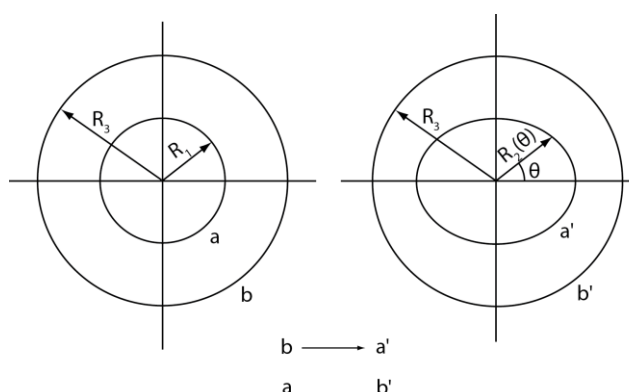


Рис. 10 Схема координатної трансформації.

Розглядаючи еліпс як коло зі змінним радіусом, координатну трансформацію в системі координат кругового циліндра можна представити як

$$r' = \frac{R_3 - R_2(\theta)}{R_3 - R_1} \cdot (r - R_1) + R_2(\theta),$$

$$\theta' = \theta, \quad z' = z. \quad (14)$$

Для отримання компонент матеріальних параметрів в системі координат кругового циліндра використовується рівняння (3), в якому матриці зв'язку між системою

координат кругового циліндра і декартовою системою у віртуальному і фізичному просторах  $T$  і  $T'$  були раніше визначені в (5). Що ж до матриці  $\lambda$ , то для координатної трансформації (14) вона матиме вигляд

$$\lambda = \begin{pmatrix} \frac{R_3 - R_2(\theta)}{R_3 - R_1} & -\frac{\partial R_2(\theta)}{\partial \theta} (r - R_1) + \frac{\partial R_2(\theta)}{\partial \theta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$



З урахуванням вищевикладеного, та припускаючи матеріальні параметри віртуального простору рівними одиниці, матриця циліндричних компонент у фізичному просторі має вигляд

$$\tilde{\varepsilon}' = \tilde{\mu}' = \begin{pmatrix} \frac{K^2 M^2 + L^2}{MKr'} & \frac{L}{KM} & 0 \\ \frac{L}{KM} & \frac{r'}{KM} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{M}{Kr'} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$\text{де } K = \frac{R_3 - R_2(\theta')}{R_3 - R_1}, \quad L = -\frac{dR_2(\theta')}{d\theta'} \frac{(r' - R_2(\theta'))}{R_3 - R_2(\theta')} + \frac{dR_2(\theta')}{d\theta'},$$

$$M = \frac{(r' - R_2(\theta'))(R_3 - R_1)}{R_3 - R_2(\theta')} + R_1.$$

Числове моделювання проводили з використанням методу скінчених елементів. Досліджувалася двовимірна задача для випадку падіння плоскої  $E$  – поляризованої хвилі. В принципі вибір поляризації може бути довільним. Довжина хвилі становила 0.08 м., радіус кругового циліндра 0.15 м., велика піввісь еліпса еліптичного циліндра – 0.22 м, мала піввісь еліпса – 0.15 м., зовнішній радіус плаща – 0.35 м.

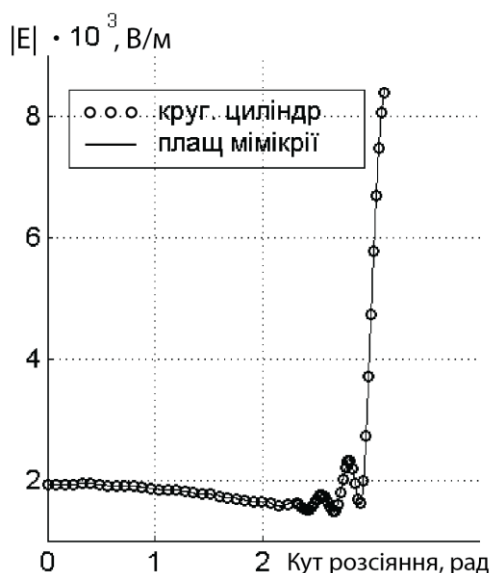


Рис. 11 Діаграми розсіяння кругового циліндра і плаща мімікрії еліптичного циліндра під круговий.

На рис. 11 представлений результат розрахунку абсолютного значення розсіяного електричного поля в дальній зоні при розсіянні від кругового циліндра і від покритого плащем еліптичного циліндра, який забезпечує мімікрію еліптичного циліндра під круговий, де обидва циліндри є такими, що ідеально проводять.

Падаюча хвиля поширюється уздовж міжфокусного сегмента еліпса. Як видно з рисунка в дальній зоні діаграми розсіяння практично повністю збігаються. Порівняння полів у ближній зоні також показало хорошу відповідність. Максимальне відносне відхилення для повного поля склало 0.00497 і для розсіяного –

0.00186. Величина відносного відхилення для повного поля  $\overline{\Delta E_z}$  склала 0.00128, а для  $\overline{\Delta sc E_z}$  — 0.00075.

У розділі 5 "Вплив функції-джерела на характеристики розсіяння при числовому розрахунку плаща невидимості" досліджується вплив функції-джерела в рівнянні Пуассона на характеристики плаща невидимості, розрахованого числовим методом. У попередніх розділах при розрахунку плащів числовим методом використовувалося рівняння Лапласа. Також було показано, що деякі вирази, що описують зв'язок між координатами у вихідній і трансформованій системах, в свою чергу є розв'язками рівняння Пуассона зі специфічною правою частиною. Оскільки рівняння Лапласа є окремим випадком рівняння Пуассона, в літературі було запропоновано використовувати для розрахунку плащів рівняння Пуассона з довільною правою частиною, і для деяких константних значень функцій-джерел показана можливість застосування даного підходу при розрахунку плащів невидимості. Проте вплив функцій-джерел на характеристики розсіяння плащів невидимості залишався недослідженим.

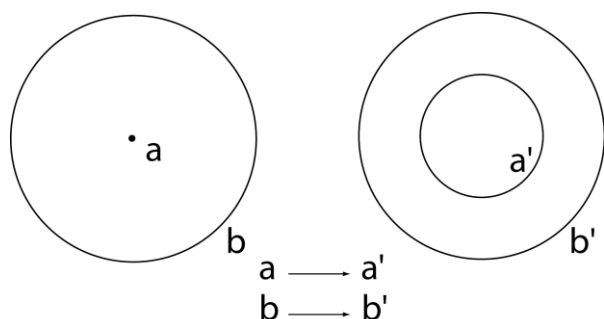


Рис. 12 Схема координатної трансформації.

Для дослідження такого впливу в цій роботі використовувалася координатна трансформація в системі координат кругового циліндра. Схема представлена на рис. 12, де область  $r \in [0, b]$  відображається в область  $r' \in [a', b']$ . В результаті така трансформація призводить до ідеального сингулярного плаща.

Рівняння Пуассона, яке разом з граничними умовами  $u'(a) = a'$ ;  $u'(b) = b'$  буде характеризувати зв'язок між вихідними і трансформованими координатами може бути записано у вигляді:

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial^2}{\partial u_1'^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_2'^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_3'^2} \right) u_i = f_i(u_1', u_2', u_3'); \\ u(a') = a, u(b') = b. \end{cases} \quad (17)$$

Використання різних функцій-джерел в рівнянні Пуассона при розрахунку плаща невидимості призводить до різних координатних перетворень, і як наслідок, до плащів з різними характеристиками. Рівняння Пуассона разом з граничними умовами має нескінченну безліч розв'язків, що відповідають різним функціям-джерелам  $f_i(u_1', u_2', u_3')$ . У даній роботі розглядалися тільки числові константні значення функцій-джерел. Досліджувалося, як впливають функції-джерела на сумарну величину розсіяння плаща, шляхом пошуку такого розв'язку, яке зробить інтеграл розсіяного поля в домені вільного простору мінімальним.

Для пошуку мінімальної величини інтеграла розсіяного поля проводилась оптимізація з використанням генетичного алгоритму. У двовимірній задачі є два рівняння Пуассона і дві функції-джерела  $f_1$  і  $f_2$ . Кожна пара (комбінація)

значень цих двох величин ( $f_1$  і  $f_2$ ) може трактуватися як хромосома (або індивід). Кожне з цих значень є геном.

При старті генетичної оптимізації спочатку генерується  $N$  хромосом з випадковими значеннями генів (первісна популяція). Для кожної хромосоми потім визначається фітнес значення, що показує "якість" хромосоми. Це значення визначає величину шансів даної хромосоми брати участь у подальшому розмноженні, тобто чим більше це значення, тим вищі шанси даної хромосоми бути обраною для подальшого розмноження.

Процес вибору кращих хромосом називається селекцією. Для відібраних хромосом потім з певною ймовірністю застосовується схрещування (кросовер), а потім мутації (використовується двійкове подання числа) і з певною вірогідністю кожен біт (ген) замінюється на свою протилежність (0 на 1 і навпаки). Також в алгоритмі застосовується вибірка деякого числа (5%) кращих хромосом, які без зміни переходять в наступне покоління (елітизм). Отримані в результаті всіх цих операцій хромосоми складають наступне (дочірнє) покоління, і цикл повторюється.

Функція фітнесу являє собою абсолютне значення інтеграла розсіяного поля взятого по домену вільного простору.

Само числове моделювання проводили з використанням методу скінчених елементів. В роботі досліджувалась двовимірна задача для випадку поширення плоскої  $E$  – поляризованої хвилі. Довжина хвилі становила 0.25 м, радіус циліндра, що ідеально проводить, оточеного плащем, дорівнював 0.15 м., зовнішній радіус плаща – 0.45 м. (див. рис. 13).

При проведенні даної оптимізації діапазон можливих значень функцій-джерел був встановлений від  $-50$  до  $50$  з кроком 0.1, кількість індивідів в одному поколінні 80, кількість поколінь – 40. В результаті проведеної оптимізації було отримано найменше значення інтеграла від розсіяного поля в домені вільного простору рівне  $8.79996 \cdot 10^{-6}$  В·м. Цьому найменшому значенню відповідають значення функцій-джерел  $f_1 = -7.7$  і  $f_2 = -48.2$ .

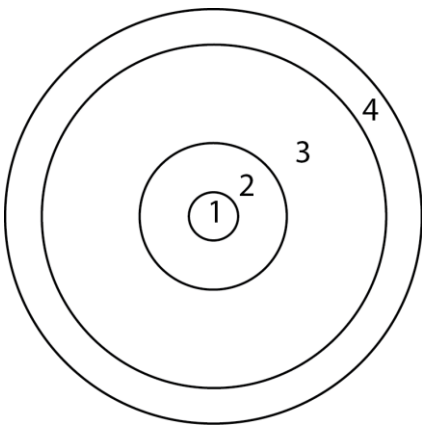


Рис. 13 Геометрія задачі: 1 – циліндр, що ідеально проводить, 2 – плащ невидимості, 3 – домен вільного простору, 4 – ідеально погоджений шар.

Отримана величина інтеграла розсіяного поля на кілька порядків нижче величини, отриманої при розрахунку плаща за допомогою розв'язання рівняння Лапласа (тобто при  $f_1 = 0$  і  $f_2 = 0$ ), яка становить 0.02384 В·м.

Такий плащ, як відомо, повинен бути ідеальним. Однак при реальних обчисленнях проводиться усікання нескінченно великої величини компонент матеріальних параметрів до великого, але кінцевого значення. Таким чином ідеальний плащ невидимості виявляється неідеальним, і як видно з вищевикладеного його продуктивність може бути покращена.

На відміну від плаща, матеріальні параметри якого отримані в результаті розв'язання рівняння Лапласа, оптимізований плащ дає вкрай несиметричний розподіл розсіяного поля, як видно з рис. 14 и 15.

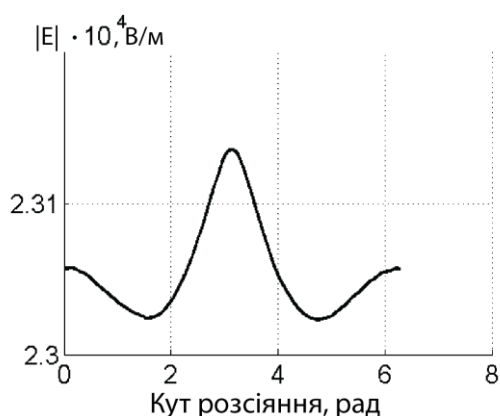


Рис. 14 Діаграма розсіяння для випадку  $f_1 = 0$ ,  $f_2 = 0$ .

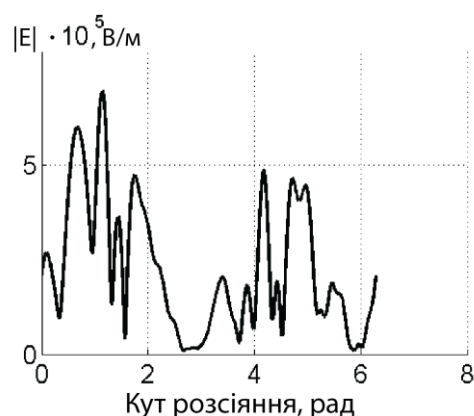


Рис. 15 Діаграма розсіяння для випадку  $f_1 = -7.7$ ,  $f_2 = -48.2$ .

Звертає на себе увагу той факт, що продуктивність оптимізованого плаща вкрай чутлива до зміни як величин функцій-джерел, так і довжини хвилі, а також кута падіння хвилі.

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розроблені нові підходи до розв'язання актуальної наукової задачі створення плащів невидимості, компоненти матеріальних параметрів яких не мають сингулярності, та у рамках трансформаційної оптики запропоновані нові типи несингулярних плащів.

Отримані в роботі результати можуть бути використані при розрахунку плащів невидимості і мімікрії різних форм і конфігурацій, при дослідженні їх властивостей та для оцінки їх ефективності. Зокрема, використання результатів при розрахунку багаточарових спрощених плащів дозволить полегшити фізичну реалізацію таких пристроїв.

1. Проведено дослідження неідеального несингулярного кругового циліндричного плаща невидимості і вперше показано що величина розсіяння від ідеально провідного циліндра, оточеного таким плащем, практично повністю співпадає з величиною розсіяння від ідеально провідного циліндра меншого радіуса, розміри якого є “базою” при координатній трансформації, використовуваною при розрахунку такого плаща.

При цьому показано, що величини компонент матеріальних параметрів в ньому кінцеві і знаходяться в межах декількох десятків (до півтори сотні одиниць), що, в принципі, дозволяє використати такий підхід для створення неідеальних, але все ж таки досить ефективних пристроїв невидимості. Сумарна величина розсіяння для найбільш ефективного

- неідеального плаща розглянутого в роботі перевищує таку величину для відповідного сингулярного плаща всього в 1.22 разу.
2. З використанням підходу трансформаційної оптики вперше запропоновано новий тип плащів – плащів мімікрії, що забезпечують покритому ними тілу мімікрію під тіло іншої наперед заданої форми. Представлена методика розрахунку таких плащів. Показано, що матеріальні параметри таких плащів несингулярні. За результатами моделювання роботи плащів мімікрії дані рекомендації відносно вибору конфігурацій для поліпшення їх роботи.
  3. Проведено дослідження впливу функцій-джерел у рівнянні Пуассона, що використовується для встановлення зв'язку між координатами, на характеристики плаща невидимості, що розраховується, та вперше показана можливість зниження на декілька порядків сумарної величини напруженості розсіяного від плаща невидимості поля шляхом вибору відповідних константних значень цих функцій-джерел.
  4. Проведено додаткове обґрунтування числового методу обчислення матеріальних параметрів плащів. Цей метод застосовується як при розрахунку плащів невидимості різноманітної форми так і плащів мімікрії.
  5. Вперше запропоновано новий тип плаща-килима невидимості, заснований на однонаправленому несингулярному діелектричному циліндричному плащі еліптичного перерізу, що використовується подібно килиму. Такий плащ-килим дозволяє ефективно приховувати розташовані на провідній поверхні об'єкти при опроміненні його з різних напрямків. Продемонстровано можливість створення плащів-килимів довільного перерізу.

### СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. *Вьюнник В. И. Численный метод проектирования несингулярного плащак-ковра невидимости произвольной формы / В. И. Вьюнник, А. А. Звягинцев // Журнал нано- та електронної фізики. – 2012. – Т. 4, № 3. – С. 03022–1– 03022–5. (Здобувачем було запропоновано використання несингулярного плаща подібно килиму невидимості, проведені розрахунки такого плаща і перевірка його працездатності за допомогою числового моделювання розсіяння).*
2. *Вьюнник В. И. Влияние функции-источника на характеристики рассеяния при численном расчете плаща невидимости / В. И. Вьюнник, А. А. Звягинцев // Вісник Харківського національного університету – Радіофізика та електроніка. – 2013. – Т. 23, № 1094. – С. 72–76. (Здобувач зробив оцінку впливу значень функцій-джерел на характеристики розсіяння плаща невидимості, розрахованого числовим методом).*
3. *Вьюнник В. И. Мимикрия объектов с использованием подхода трансформационной оптики / В. И. Вьюнник, А. А. Звягинцев //*

- Радиофизика и радиоастрономия.* – 2013. – Т. 18, № 2. – С. 169–175. (Здобувачеві належить ідея створення плащів мімікрії. Проведено розрахунки таких плащів і перевірка їх працездатності).
4. Vyunnik V. I. Numerical Simulation of the Elliptic Cylinder Mimicry Cloak for Transforming it into a Circular One / V. I. Vyunnik, A. A. Zvyagintsev // *Telecommunications and Radio Engineering.* – 2014. – Feb. – Vol. 73. – P. 127–134. (Здобувач розрахував плащ мімікрії еліптичного циліндра під круговий з використанням аналітичного підходу до обчислення матеріальних параметрів).
  5. Вьюнник В. И. Плащ невидимости с использованием несингулярной координатной трансформации / В. И. Вьюнник, А. А. Звягинцев // *Журнал нано- та електронної фізики.* – 2014. – Т. 6, № 4. – С. 04036–1–04036–5. (Здобувачем отримано вирази для компонент матеріальних параметрів, проведено їх обчислення для несингулярного неідеального плаща невидимості і здійснена перевірка працездатності плаща за допомогою числового моделювання розсіяння).
  6. Vyunnik V. I. Invisibility cloak with use non-singular coordinate transformation / V. I. Vyunnik, A. A. Zvyagintsev // *Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM): 11th International Conference on Laser and Fiber-Optical Networks Modeling, September 11 – 13, 2011: Abstracts.* – Kharkiv, 2011. – P. 1–3.
  7. Vyunnik V. I. Numerical methods of calculation transformation matrixes at designing nonsingular invisibility cloak-carpet / V. I. Vyunnik, A. A. Zvyagintsev // *Ultra- wideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS): 6th International Conference, September 17 – 21, 2012: Abstracts.* – Sevastopol, 2012. – P. 240–242.
  8. Vyunnik V. I. On the approach to the singularity problem of the material parameters in coordinate transformation / V. I. Vyunnik, A. A. Zvyagintsev // *Microwave and Telecommunication Technology (CriMiCo): 22nd International Crimean Conference, September 10 – 14, 2012: Abstracts.* – Sevastopol, 2012. – P. 865–867.
  9. Vyunnik V. I. Modeling of the mimicry cloak using coordinate transformation / V. I. Vyunnik, A. A. Zvyagintsev // *Microwave and Telecommunication Technology (CriMiCo): 23rd International Crimean Conference, September 8 – 14, 2013: Abstracts.* – Sevastopol, 2013. – P. 1187–1189.
  10. Vyunnik V. I. Modelling of a mimicry cloak for the elliptical cylinder to look like circular / V. I. Vyunnik, A. A. Zvyagintsev // *Antenna Theory and Techniques (ICATT): X Anniversary International Conference, April 21 – 24, 2015: Abstracts.* – Kharkiv, 2015. – P. 1–3.

#### АНОТАЦІЯ

**В'юник В. І. Методи координатної трансформації у створенні несингулярних анізотропних покриттів, що забезпечують невидимість і мімікрію.** – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізика. Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Харків, 2016.

Робота присвячена дослідженню шляхів створення несингулярних плащів (діелектричних анізотропних покриттів), що забезпечують невидимість і мімікрію об'єктів, з використанням підходу трансформаційної оптики. Проведено дослідження координатних трансформацій, що ведуть до неідеального несингулярного циліндричного плаща, і показано, що такий плащ знижує величину розсіяння від оточеного ним циліндра до величини розсіяння від циліндра, що ідеально проводить, який має радіус рівний радіусу кола, що відображається на внутрішню межу плаща при трансформації.

На підставі отриманих даних запропоновані плащі мімікрії, що забезпечують покритому ними тілу мімікрію під тіло іншої наперед заданої форми. Представлена методика розрахунку плащів мімікрії різних форм і розмірів з використанням як числового так і аналітичного підходів. Проведено порівняння числового і аналітичного підходів для обчислення матеріальних параметрів плащів з обґрунтуванням числового підходу. Проведено дослідження ефективності роботи таких плащів шляхом числового моделювання розсіяння на них з використанням методу скінчених елементів.

Також в роботі досліджений однонаправлений ідеальний несингулярний циліндричний плащ еліптичного перерізу. Показано, що такий плащ може бути використаний подібно до килима і що такий плащ-килим забезпечує всеракурсне приховування схованого під ним об'єкта. Такий плащ-килим є анізотропним, і не страждає від проблеми бічного зсуву, властивого звичайним ізотропним килимам. При розрахунку плащів числовим методом матеріальні параметри обчислювали шляхом розв'язання рівняння Пуассона. У роботі проведено дослідження впливу функції-джерела в рівнянні Пуассона на характеристики плаща і показана можливість значного зниження величини розсіяння.

У всіх випадках проводилося числове моделювання розсіяння на цих плащах, яке підтвердило працездатність запропонованих концепцій і ефективність роботи розрахованих плащів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** несингулярний плащ невидимості, плащ мімікрії, координатна трансформація, матеріальні параметри, розсіяння.

## АННОТАЦІЯ

**Вьюнник В. И. Методы координатной трансформации в создании несингулярных анизотропных покрытий, обеспечивающих невидимость и мимикрию. – Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.03 – радиофизика. Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина, 2016.

Работа посвящена исследованию путей создания несингулярных плащей

(диэлектрических анизотропных покрытий), обеспечивающих сокрытие и мимикрию объектов, с использованием подхода трансформационной оптики. Проведено исследование координатных трансформаций, ведущих к неидеальному несингулярному цилиндрическому плащу, и показано, что такой плащ снижает величину рассеяния от окруженного им цилиндра до величины рассеяния от идеально проводящего цилиндра, имеющего радиус равный радиусу окружности, отображаемой на внутреннюю границу плаща при трансформации.

На основании полученных данных предложены плащи мимикрии, обеспечивающие покрытому ими телу мимикрию под тело другой наперед заданной формы. Представлена методика расчета плащей мимикрии различных форм и размеров с использованием как численного так и аналитического подходов. Проведено сравнение численного и аналитического подходов к вычислению материальных параметров плащей с обоснованием численного подхода. Проведено исследование эффективности работы таких плащей путем численного моделирования рассеяния на них с использованием метода конечных элементов.

Также в работе исследован однонаправленный идеальный несингулярный цилиндрический плащ эллиптического сечения. Показано, что такой плащ может быть использован подобно ковру и что такой плащ-ковер обеспечивает всеракурсное сокрытие спрятанного под ним объекта. Такой плащ-ковер анизотропен и не страдает от проблемы бокового сдвига, свойственной обычным изотропным коврам.

При расчете плащей численным методом материальные параметры вычисляются путем решения уравнения Пуассона. В работе проведено исследование влияния функции-источника в уравнении Пуассона на характеристики плаща и показана возможность значительного снижения величины рассеяния.

Во всех случаях проводилось численное моделирование рассеяния на этих плащах, которое подтвердило работоспособность предложенных концепций и эффективность работы рассчитанных плащей.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** несингулярный плащ невидимости, плащ мимикрии, координатная трансформация, материальные параметры, рассеяние.

## ABSTRACT

**Vyunnik V. I. Methods of coordinate transformation in the creation nonsingular anisotropic coating provides an invisible and mimicry– Manuscript.**

Thesis for candidate's degree in Physics and Mathematics by speciality 01.04.03 – radio physics. – Karazin Kharkiv National University, Kharkiv, 2016.

The paper studies the ways of creating the non-singular cloaks (dielectric anisotropic coatings) ensuring the concealment and mimicry of objects with the use of transformation optics approach.



The study of the coordinate transformations leading to non-ideal non-singular cylindrical cloak was conducted and was shown that such cloak decreases the value of scattering from the cylinder it covers to the value of scattering from the perfectly conducting cylinder with the radius equal to the radius of circle that reflected on the inner edge of a cloak in transformation.

On the basis of the received data the mimicry cloaks were suggested – cloaks that providing the body that they cover the mimicry to the body of other predefined shape. The methodology of the calculation of mimicry cloaks of different shapes and sizes with the use of both numerical and analytical approaches was presented. The comparison of numerical and analytical approaches to the calculation of the cloaks material parameters with the grounding of numerical approach was conducted. The efficiency of such cloaks through the numerical modeling of scattering on such cloaks with the use of finite element method was studied.

Also was investigated of unidirectional ideal non-singular elliptical cross-section cylindrical cloak. It was shown that such cloak may be used as a carpet and that such cloak-carpet provides all-foreshortening hiding of the object it hides. Such cloak-carpet is anisotropic and does not suffer from the problem of lateral shift of usual isotropic carpets.

When calculating the cloaks using the numerical method the material parameters are determined using the Poisson's equation. The work studied the influence of source function in the Poisson's equation on the characteristics of the cloak and was shown the possibility of the essential reduction of the scattering value.

In all cases the numerical modeling of the scattering was conducted on such cloaks which confirmed the efficiency of the suggested concepts and operability of the calculating cloaks.

**KEY WORDS:** non-singular invisibility cloak, mimicry cloak, coordinate transformation, material parameters, scattering.