

Задача 1

Грозава хмара та поверхня землі утворюють обкладинки плаского конденсатора. Під час грози різниця потенціалів між цими обкладинками сягає 10^8 В, при цьому заряд конденсатора дорівнює 35 Кл. При потраплянні блискавки у об'єкт йому передається близько 1% енергії зарядженого конденсатора. На скільки градусів зросте температура людини, якщо в неї влучить блискавка? Вважайте масу людини рівною 70 кг, питому теплоємність рівною до питомої теплоємності води. Початкова температура 36°C .

Дано:

$$q = 35 \text{ Кл}$$

$$U = 10^8 \text{ В}$$

$$\eta = 1\%$$

$$m = 70 \text{ кг}$$

$$T_0 = 36^\circ\text{C}$$

$$C_e = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{Кг} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$T_k - ?$$

$$\Delta T - ?$$

Розв'язання

Грозава хмара, подібно до плаского конденсатора, накопичує енергію, яку можна визначити за формулою:

$$W = \frac{CU^2}{2}. \text{ Електроємність пов'язана з напругою } C = \frac{q}{U}, \text{ отже}$$

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}. \text{ При влученні блискавки людині передається } \eta$$

енергії конденсатора у вигляді тепла, тобто

$Q = \eta W$. З іншого боку, $Q = C_e m (T_k - T_0)$. Отримуємо рівняння відносно T_k :

$$\frac{qU}{2} \eta = C_e m (T_k - T_0) \Rightarrow T_k = T_0 + \frac{qU\eta}{2C_e m}$$

$$T_k = T_0 + \Delta T = 36 + \frac{35 \cdot 10^8 \cdot 0,01}{2 \cdot 4200 \cdot 70} \approx 36 + 59,5 = 95,5 (^\circ\text{C})$$

Відповідь: $T_k = 95,5^\circ\text{C}$; $\Delta T = 59,5^\circ\text{C}$.

Задача 2

Доки надувний човен знаходиться на воді, температура повітря у ньому становить 10°C , а надлишковий робочий тиск - 300 мБар. Коли човен витягнули на берег, він починає нагріватись на сонці до температури 90°C . Визначте, яку найменшу різницю тиску мають витримувати запобіжні клапани, щоб не сталось стравлювання повітря.

Дано:

$$dP_1 = 300 \text{ мБар}$$

$$T_1 = 10^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 90^\circ\text{C}$$

$$\Delta P = P_2 - P_{\text{атм}} - ?$$

Розв'язання

При нагріванні повітря всередині човна відбувається ізохорний процес. Початковий тиск дорівнює сумі атмосферного тиску і надлишкового. Із закону Шарля знайдемо тиск після нагрівання:

$$\frac{P_{атм} + dP_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{T_2}{T_1} (P_{атм} + dP_1).$$

Враховуючи, що 1 атм приблизно дорівнює 1 Бар та $T_1 = 10^\circ\text{C} = 283\text{K}$; $T_2 = 90^\circ\text{C} = 363\text{K}$,
отримаємо $P_2 = \frac{363}{283}(1 + 0.3) \approx 1,3 \cdot 1,28 \approx 1,66(\text{Бар})$. $\Delta P = 1,66 - 1 = 0,66(\text{Бар})$.

Відповідь: $\Delta P = 0,66(\text{Бар})$.

Задача 3

Металева кулька масою m висить над горизонтальною провідною незарядженою площиною на жорсткій невагомій пружині. Після того, як кульці надали заряд q , пружина розтяглася на довжину x та опинилася на відстані L від площини. Визначити жорсткість пружини k .

Дано:

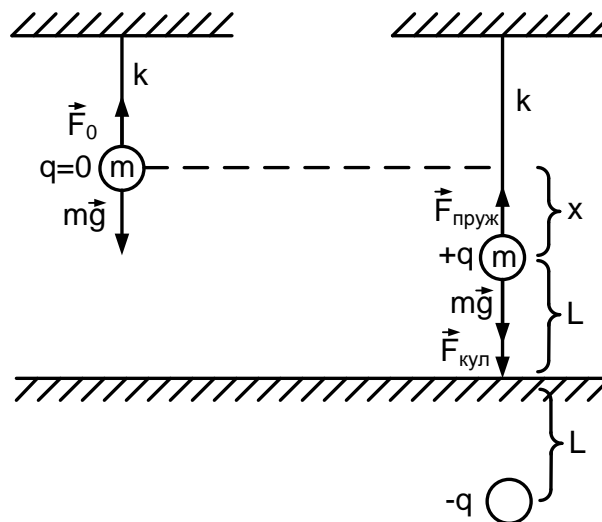
$m, L,$

q, x

$k - ?$

Розв'язання

Поле, що утворюється кулькою з зарядом $+q$, яка розташована над площиною, індукує на поверхні площини рівний за величиною та протилежний за знаком заряд. Згідно з методом зображень, замінюємо індукований заряд, який утворився на провідній площині на заряд $-q$, який розташований з іншого боку площини на тій же відстані що заряд $+q$.



Запишемо умову рівноваги сил:

$$\sum \vec{F} = 0, \quad (3.1)$$

$$F_{кул} - F_{пруж} + mg = 0.$$

Розпишемо сили, які діють на кульку:

$$F_{кул} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2L)^2}, F_{пруж} = k(x + x_0), F_0 = kx_0. \quad (3.2)$$

Підставимо рівняння (3.2) в рівняння (3.1):

$$\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 L^2} - kx - kx_0 + mg = 0. \quad (3.3)$$

Оскільки $kx_0 = mg$, то рівняння (3.3) прийме наступний вигляд:

$$\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 L^2} = kx.$$

Звідки, жорсткість пружини:

$$k = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x L^2}.$$

Відповідь: $k = q^2 / 16\pi\epsilon_0 x L^2$.

Задача 4

Лауреат Нобелівської премії з фізики Річард Фейнман одного разу зауважив, якщо дві людини, що стоять одна від одної на відстані витягнутої руки, могли б мати у своєму тілі лише на 1% більше електронів, ніж протонів, то сила відштовхування між ними була би достатньою, щоб підняти Землю. Проведіть оціночні розрахунки для того, щоб підтвердити, чи спростувати таке твердження. Врахуйте, що в тілі людини міститься приблизно $6,7 \times 10^{27}$ атомів.

Розв'язання

Дано:

$$N_e = 1.01N_p$$

$$N = 6.7 \cdot 10^{27}$$

$$F_{1,2} - ?$$

Силу відштовхування між двома людьми, що стоять на відстані витягнутої руки, знайдемо за допомогою закону Кулона:

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{L^2} \quad (4.1)$$

Тут $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ – коефіцієнт пропорційності, L – відстань витягнутої руки (для оцінки будемо вважати її рівною 1 м), q – заряд, який не буде компенсовано за умов задачі.

Будемо вважати, що у 1% атомів є по одному некомпенсованому електрону, тоді заряд q дорівнює

$$q = 0.01Ne \approx 10^7,$$

де $N = 6,7 \cdot 10^{27}$ – кількість атомів в тілі людини, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд одного електрона.

Розрахунки за допомогою формули (4.1) дають

$$F_1 = 9 \cdot 10^{23} \text{ Н.}$$

При цьому силу, необхідну для того, щоб підняти тіло з масою Землі, визначимо по формулі

$$F_2 \approx mg = 6 \cdot 10^{24} \cdot 10 = 6 \cdot 10^{25} \text{ Н,}$$

де $m = 6 \cdot 10^{24}$ кг – маса Землі, $g = 10 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння.

Таким чином, виявляється, що $F_1 < F_2$, тобто твердження Фейнмана спростовано.

Розглянемо більш точний розв'язок цієї задачі. В попередньому випадку ми вважали, що кількість атомів співпадає з кількістю електронів, але в різних атомах різна кількість електронів. Спробуємо оцінити середню кількість електронів в одному атомі тіла людини. Для цього нам знадобиться знання про хімічний склад людини (рис.1) та таблиця Менделєєва (рис.2)

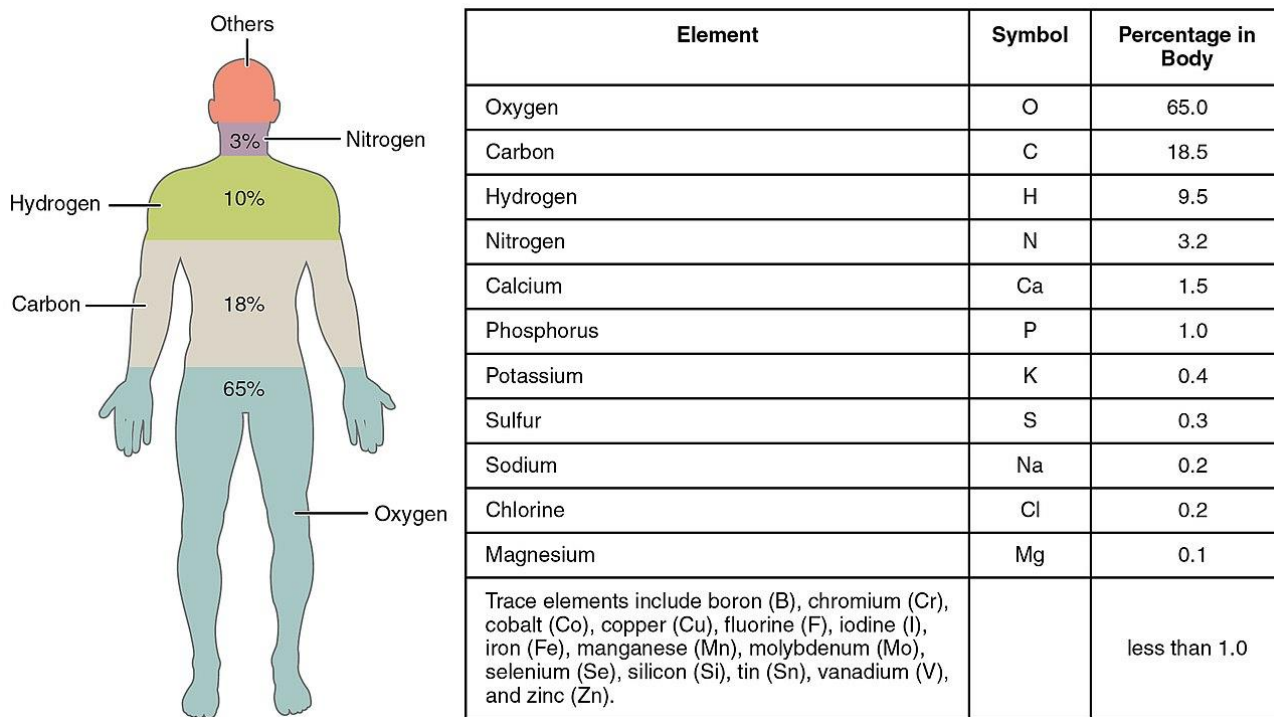


Рис.1. Елементи тіла людини відсортовані по спадку масової частки, джерело: [https://en.wikipedia.org/wiki/Human_body]

Періодична система хімічних елементів (коротка форма)																		
Періоди	Групи елементів																http://vkurok.ru/	
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		IX		X						
1	H 1 1,00794 Гідроген																He 2 4,00 Гелій	
2	Li 3 6,94 Літій	Be 4 9,01 Берилій	B 5 10,81 Бор	C 6 12,01 Карбон	N 7 14,00 Нітроген	O 8 15,99 Оксиген	F 9 18,99 Флуор	Ne 10 20,18 Неон										
3	Na 11 22,99 Натрій	Mg 12 24,30 Магній	Al 13 26,98 Алюміній	Si 14 28,08 Силіцій	P 15 30,97 Фосфор	S 16 32,06 Сульфур	Cl 17 34,453 Хлор	Ar 18 39,95 Аргон										
4	K 19 39,09 Калій	Ca 20 40,06 Кальцій	Sc 21 44,95 Скандій	Ti 22 47,88 Титан	V 23 50,94 Ванадій	Cr 24 51,99 Хром	Mn 25 54,94 Манган	Fe 26 55,85 Ферум	Co 27 58,93 Кобальт	Ni 28 58,69 Нікел								
	Zn 30 65,39 Цинк	Ga 31 69,72 Галій	Ge 32 72,59 Германій	As 33 74,92 Арсен	Se 34 78,96 Селен	Br 35 79,90 Бром	Kr 36 83,80 Криптон											

Рис.2. Фрагмент періодичної системи елементів Д.І. Менделєєва

Як відомо, порядковий номер у таблиці Менделєєва показує кількість електронів в атомі речовини. Отже, для того щоб дізнатися скільки електронів в тілі людини, потрібно знати скільки атомів кожного елемента у тілі. Будемо враховувати лише ті елементи, масова частка яких не менша за 1%, тобто O, C, H, N, Ca, P.

Позначимо масову частку конкретного елемента як α_i , тоді усього атомів цього елемента в тілі людини буде:

$$n_i = \frac{\alpha_i}{M_i} m N_A, \quad (4.2)$$

де m - маса людини, N_A - число Авогадро, що визначає кількість атомів в 1 молі речовини, M_i - атомна маса елемента. Тоді загальна кількість атомів k різних елементів визначається наступним чином:

$$N_{\text{атомів}} = \frac{\alpha_1}{M_1} m N_A + \frac{\alpha_2}{M_2} m N_A + \dots + \frac{\alpha_k}{M_k} m N_A = m N_A \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{M_i}. \quad (4.3)$$

Щоб отримати формулу для знаходження кількості електронів в усіх атомах певного елемента ($n_{e,i}$) необхідно формулу(4.2) помножити на кількість електронів в атомі цього елемента, тобто на порядковий номер елемента(Z_i):

$$n_{e,i} = \frac{\alpha_i}{M_i} m N_A \cdot Z_i. \quad (4.4)$$

Щоб обчислити середню кількість електронів в 1 атомі необхідно суму всіх електронів розділити на кількість атомів:

$$\langle n_{e,i} \rangle = \frac{m N_A \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{M_i} \cdot Z_i}{m N_A \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{M_i}} = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{M_i} \cdot Z_i}{\sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{M_i}}. \quad (4.5)$$

Підставляємо числові значення:

$$\frac{0.65/16 \cdot 8 + 0.185/12 \cdot 6 + 0.095/1 \cdot 1 + 0.032/14 \cdot 7 + 0.015/40 \cdot 20 + 0.01/31 \cdot 15}{0.65/16 + 0.185/12 + 0.095/1 + 0.032/14 + 0.015/40 + 0.01/31} \approx 3.5$$

та отримаємо, що в середньому в 1 атомі тіла людини містяться 3.5 електрони. В цьому випадку загальний заряд $q = 0.01 N_{\text{атомів}} \langle n_{e,i} \rangle e \approx 3.5 \cdot 10^7$. Обчислимо відстань, на

якій сила Кулона дорівнюватиме силі тяжіння $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{L^2} = mg \Rightarrow L = q \sqrt{\frac{1/4\pi\epsilon_0}{mg}}$ після

розрахунків отримаємо $L = 3.5 \cdot 10^7 \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{6 \cdot 10^{25}}} \approx 0.43$ (м).

Відповідь: Якщо відстань витягнутої руки більша за 43 см, то твердження Фейнмана хибне.

P.S. При перевірці цього завдання коректне знаходження середньої кількості електронів на атом не вимагається.

Задача 5

З дахів двох багатоповерхових будинків одночасно відірвались дві бурульки. Скільки поверхів має друга будівля, якщо перша має три поверхи, а час падіння бурульки з першої удвічі менший, ніж з другої. Бурульки можна вважати однаковими, а опором повітря знехтувати.

Дано:

$$h_1 = 3 \text{ пов.}$$

$$t_2 = 2t_1$$

$$h_2 = ?$$

Розв'язання

Відстань, що проходить тіло при вільному падінні за час t

визначається за формулою $h = \frac{gt^2}{2}$, отже час падіння з висоти

h визначається як $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. При падінні з даху першого

будинку маємо $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$, з другого відповідно $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$, враховуючи умову $t_2 = 2t_1$

отримаємо формулу для визначення h_2 :

$$2\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \Rightarrow 2\sqrt{h_1} = \sqrt{h_2} \Rightarrow h_2 = 4h_1; \quad h_2 = 4 \cdot 3 = 12(\text{пов.}).$$

Відповідь: $h_2 = 12$ поверхів.