ВВЕДЕНИЕ. ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ

Под композитной средой (КС) понимается макроскопическая неоднородная система, состоящая из элементов, как правило, имеющих четко выраженные границы раздела. Компоненты могут отличаться друг от друга структурой, геометрическими и физическими параметрами, в том числе электродинамическими: проводимостями, диэлектрической и магнитной проницаемостями.

В природных материалах неоднородность проявляется на атомных размерах, и физика явлений имеет квантово-механическую природу. В нашем случае речь идет о смесях, составленных из макроскопических элементов и имеющих как регулярную, так и случайную, неупорядоченную структуру. Масштаб включений настолько велик, что внутри него выполняются обычные локальные уравнения, свойственные природному веществу включения.

Примерами КС могут служить природные и искусственно создаваемые органические и неорганические кусочно-однородные диэлектрики, магнетики, металлодиэлектрические построения, биообъекты. Если речь идет о диэлектрических объектах, биосистемах, эмульсиях, растворах или структурах с включениями в разных агрегатных состояниях (фазах), то их обычно называют гетерогенными средами. Для искусственно создаваемых металлодиэлектрических построений в технических приложениях распространено название искусственные диэлектрики. К ним относятся материалы линзовых антенн, многоэлементные системы управления, пенополистирол, металлокерамика, ситаллы, активная зона ядерного реактора (цилиндрические стержни ядерного горючего в замедляющей среде).

Построение электродинамической модели и теории КС относится к актуальной проблеме. Это обусловлено, во-первых, их широким распространением в современных разнообразных радиофизических, оптических приборах, системах формирования направленного излучения и управления электромагнитными полями, во-вторых, моделированием естественных

неоднородных образований, например, среза земной коры (травяные покровы, почвенные слои), порошкообразных веществ, многофазных структур, биологических объектов и т.п. Физически обоснованная модель – есть основа геологической разведки природных ресурсов, корректного неразрушающего контроля технологических процессов, диагностики и выявления реанимационных и патологических изменений в биоорганизмах. Именно с моделирования и анализа неоднородных сред начала развиваться электродинамическая теория композитных материалов (речь идет о работах Bruggeman D.A.Q. [1], Garnett J.C.M. [2,3], Рытова С.М. [4], Левина Л. [5], Хижняка Н.А. [6], Ландау Л.Д. [7]).

Из первых технических приложений искусственных диэлектриков следует указать высококачественные низкочастотные изоляционные материалы, а именно: миканиты (слюда, пропитанная лаком), лакоткани, полимерные пленки и т.д., а также керамика и ситаллы. В СВЧ для этих целей используют пенопласт и пенокерамику.

В закрытых линиях передачи энергии большой мощности ДЦМ, СМ и ММ диапазонов приборы управления (фазовращатели, аттенюаторы, коммутаторы, поляризаторы), как правило, выполняются на основе композитных материалов. Природные диэлектрики в этих условиях имеют высокие потери и меняют свои физико-химические параметры при нагревании.

Широкое распространение КС получили в линзовых антеннах [8-10]. Требуемую диаграмму направленности формируют линзы из неоднородного диэлектрика, показатель преломления которого зависит от координат. Это достигается вкраплением металлических элементов с изменяющейся по определенному закону плотностью. Заданный фазовый фронт волны формируют КС в виде плоских или гофрированных металлических плоскостей путем соответствующего выбора их длины.

Насыщенность окружающего пространства электромагнитным излучением разной частоты и мощности (не всегда безопасным) делает актуальными задачи электромагнитной совместимости и защиты персонала, обслуживающего

радиотехнические системы большой мощности особенно в условиях ограниченного пространства. Положительное решение следует искать в разработке безотражательных поглощающих материалов, в идеале – в техническом воплощении абсолютно черного тела (пусть не во всем, но в широком частотном диапазоне!). Поскольку нет природных материалов, у которых волновое сопротивление совпадает со свободным пространством, то поглощающие материалы должны иметь композиционную структуру типа «СТЕЛС» [11-16]. Определяющую роль играют поглотители из КС при создании безэховых камер и маскировки объектов военного назначения.

Трудно переоценить современные перспективные разработки теории и практических приложений нанокомпозитов – сред с включениями, масштабы которых соизмеримы с длиной волны оптического диапазона. Согласно литературным источникам (см. [17] и библиография к ней), такие системы обладают уникальными оптическими и электромагнитными свойствами и активно внедряются в оптоэлектронике. К ним относятся, например, пористые полупроводники и диэлектрики, образованные путем удаления части материала из объема. Возникающие при этом поры и остающиеся нанокристаллы имеют размеры от единиц до сотен нанометров. Можно выделить следующие причины модификации их свойств: квантово-размерные эффекты для нанообъектов, размеры которых сопоставимы с длиной волны де Бройля электрона; поверхностные эффекты обусловленные новыми электронными и фононными состояниями существенно увеличенной поверхности; локальные поля с особыми свойствами, а при регулярном размещении нанообъектов возникает анизотропия, двулучепреломление формы. Эти особенности нанокмпозитов (в литературе встречается название фотонные среды (кристаллы)) оказываются полезными как для создания оптических покрытий, так и сред с низкой диэлектрической проницаемостью (low k dielectrics) весьма перспективными для уменьшения размеров компонент в компьютерной индустрии [Miller R.D., Science, 286. 421 (1999)], а при заполнении пор газами или жидкостями возможно использование их в качестве сенсоров. Для усиления

магниторезистивного эффекта в гальваномагнитных датчиках в несколько раз по сравнению с соответствующими однородными полупроводниками применяют, например, эвиектический сплав InSb-NiSb (антимод индия – антимод никеля). Это – матрица из InSb с небольшой (до 2 % по объему) добавкой NiSb в виде параллельных игл или узких лент, перпендикулярно ориентированных по отношению внешнего магнитного поля. Количество разрабатываемых в настоящее время композиционных материалов весьма велико, и сфера их приложений постоянно расширяется.

Основная цель общей теории композитов – определить их эффективные параметры по заданной структуре, составу, форме и свойствам составных элементов. В качестве таких параметров в электродинамике рассматриваются диэлектрическая и магнитная проницаемость, проводимость, показатель преломления, при которых уравнения Максвелла справедливы в любой области композита, масштаб которого много больше расстояний между включениями. Отождествление свойств композиционной и однородных сред требует нахождение средних значений электромагнитных полей. Эта задача, поставленная еще в XVIII веке в работах Дж. Максвелла и Дж. Рэлея, привлекала внимание многих исследователей, особенно в последнее время (см. [15] и библиографию к ней).

Для геологической разведки, неразрушающего контроля, диэлектрической спектроскопии биосред особое значение приобретает решение обратных задач – определение «внутренних» характеристик композитов (проницаемости, проводимости, формы и концентрации включений и т.п.) по известным (определенным экспериментально) эффективным параметрам. Решение таких задач сопряжено со значительными трудностями.

Электромагнитные явления в композитах, кроме структуры и материальных параметров, зависят от целого набора характерных длин. Речь идет о длинах волн в вакууме λ_0, в составных элементах λ_j, а также масштабах l_j компонент. Пространственная дисперсия отсутствует, когда длины волн λ_0 , λ_j много

больше любого из масштабов l_j. Однако введение локальных материальных уравнений возможно и в том случае, когда условие квазистатичности нарушается для включений ($\lambda_{вкл} \le l_{вкл}$), а для матрицы оно сохраняется ($l_{вкл}, l_{мат} << \lambda_{мат}$). Именно при этих условиях строится теория композитных сред.

Различают два класса неоднородных сред: со случайным и регулярным распределением включений. Вычисления эффективных параметров статистических систем приводят к осложнениям, аналогичным при решении проблемы многих тел. Исследование регулярных сред сводится к решению краевых задач сопряжения в трех- и двумерном пространстве измерений. Расчеты средних полей усложняются в системах с повышенной плотностью включений, когда имеет место их взаимная поляризация, а также при существовании в материале пространственной и временной дисперсии, наличие анизотропии и других факторов.

Алгоритм расчета полей предусматривает сначала решение задач дифракции волн на отдельном элементе или их совокупности (например, периодических решетках). Последующий этап – анализ взаимодействия составных частей осуществляется разными методами в зависимости от индивидуальных особенностей композитов и его электродинамической модели. В основе современных методов, кроме уже упомянутых авторов Л. Левина, Н.А. Хижняка, Я.Н. Фельда, Л.Д. Ландау, С.М. Рытова, А.П. Виноградова, лежат работы J. Brown, S.B. Cohn, W. Jackson, С.А. Третьякова, Ю.П. Емца, В.И. Оделевского и др. [18-23]. Условно современные подходы к анализу композиционных сред можно классифицировать как метод молекулярной теории, интегральных уравнений, эквивалентных схем, наведенных ЭДС, конформных отображений. Знакомство с некоторыми из них и составляет содержание настоящего курса.

В научной литературе зачастую отождествление многокомпонентных систем однородной сплошной средой с эффективными параметрами называют гомогенизацией. С точки зрения электродинамики теория гомогенизации КС

определяет уравнения Максвелла для средних полей, в частности, для их спектральных составляющих

$$\mathrm{rot}\,\overline{\vec{E}} = -ik\varepsilon_{ef}\overline{\vec{H}},$$

$$\mathrm{rot}\,\overline{\vec{H}} = ik\mu_{ef}\overline{\vec{E}} + \frac{4\pi}{c}\overline{\vec{j}},$$

$$\overline{\vec{D}} = \overline{\vec{E}} + 4\pi\overline{\vec{P}},\ \mathrm{div}\,\overline{\vec{D}} = 4\pi\rho_{св},$$

где $\rho_{св}$ – плотность свободных зарядов, а знак $\bar{}$ означает усреднение по малому физическому объему.

Малым физическим объемом (МФО) КС называют часть его пространства, размеры которого намного меньше длины волны, но значительно больше масштаба элементов, причем настолько велики, чтобы в каждой точке внутри МФО выполнялись обычные локально материальные уравнения. В электростатике уравнения упрощаются:

$$\mathrm{rot}\,\overline{\vec{E}} = 0,\ \mathrm{rot}\,\overline{\vec{H}} = \frac{4\pi}{c}\overline{\vec{j}},\ \mathrm{div}\,\overline{\vec{D}} = 4\pi\rho_{св},$$

Считая линейной зависимость отклика системы на возбуждающее поле, вводится диэлектрическая проницаемость $\overline{\vec{D}} = \varepsilon_{ef}\overline{\vec{E}}$. Если учесть, что поляризация среды линейно связана с электрическим полем $\overline{\vec{P}} = \alpha_{ef}\overline{\vec{E}}$, то

$$\varepsilon_{ef} = 1 + 4\pi\alpha_{ef}.$$

Среднее поле и средний ток определяют эффективную проводимость композита:

$$\overline{\vec{j}} = \sigma_{ef}\overline{\vec{E}}.$$

Отметим, что с точки зрения математики две проблемы электродинамики, а именно: распределение индукции в системе диэлектриков и распределение тока в системе проводников эквивалентны. Замена ε на σ, а $\vec{D}$ на $\vec{j}$ переводит уравнения $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, $\mathrm{div}\,\vec{D} = 0$, $\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0$ в уравнения $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, $\mathrm{div}\,\vec{j} = 0$, $\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0$.

1. Bruggeman D.A.Q.// Ann. Phys. Zpz. 1935, v. 24, P. 636.
2. Garnett J.C.M.// Phil. Trans. R. Soc. L. 1904, v. 203, P. 235.
3. Garnett J.C.M.// Phil. Trans. R. Soc. L. 1906, v. 205, P. 237.
4. Рытов С.М. Электромагнитные свойства мелкослоистой среды// ЖЭТФ, 1955, Т. 29, СС. 605-616.
5. Л. Левин Теория волноводов. Методы решения волноводных задач: Пер. с англ./ Под. Ред. В.И. Вольмана. – М.: Радио и связь. – 1981. – 312 с.
6. Хижняк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. – Киев: Наук. думка. – 1988. – 280 с.
7. Ландау Л.Д. Электродинамика сплошных сред. М.: Изд-во НТЛ. – 1957. – 532 с.
8. Фельд Я.Н., Бененсон Л.С., Антенно-фидерные устройства, ч. II. Изд-во ВВИА. – 1959. – 552 с.
9. Зелкин Е.Г., Петрова Р.А., Линзовые антенны. М.: Сов. радио. – 1974. – 277 с.
10. Кюн Р. Микроволновые антенны// Пер. с нем. – Л.: Судостроение. – 1967. – 518 с.
11. Алимин Б.Ф, Современные разработки поглотителей электромагнитных волн и радиопоглощающих материалов// Зарубежная радиоэлектроника. – 1989, № 2. – с. 37-82.
12. Шнейдерман Я.Н., Новые радиопрозрачные материалы// Зарубежная радиоэлектроника. – 1973, № 9. – с. 38-71.
13. Вейцман А.Ш., Обтекатели с металлическим каркасом// Зарубежная радиоэлектроника. – 1974, № 7. – с. 69-98.
14. Kazansky V.B., Podlozny V.V. Quasiperiodic Layered Structure with Resistive films// Electromagnetics. – 1997, № 2. – P. 131-146.
15. Виноградов А.П. Электродинамика композитных материалов// М.: Эдиториал УССР. – 2001. – 208 с.
16. Казанский В.Б., Литвиненко Л.Н., Шестопалов В.П. Эквивалентные диэлектрические свойства бесконечной двумернопериодической ленточной структуры// Изв. ВУЗов. Радиофизика. – 1970, т. 4, № 10. – с. 1554-1569.

17. Головань А.А., Тимошенко В.Ю., Кашкаров П.К. Оптические свойства нанокомпозитов на основе пористых систем// УФН., т. 177, № 6, 2007. С. 619-638.
18. Емец Ю.П. Электрические характеристики композиционных материалов с регулярной структурой// Киев: Наук. думка, 1986. – 192 с.
19. Kharadly M.M.Z., Jackson W. The properties of artificial dielectrics comprising arrays of conducting elements// Proc. IEE. – p. III, № 66, 1953. – P. 199-212.
20. Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J., Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media. Artech House, Boston-London. – 1994.
21. Cohn S.B., Artificial dielectrics for microwave// Proc. Of the Symposium on Modern Advances in Microwave Techniques. N.-Y. – 1954. – p. 465-480.
22. Brown J. Microwave Lenses. L. – 1953.
23. Оделевский В.И. // ЖТФ. – 1951, т. 21. – с. 667-677, 678-685, 1379-1382.

1. МОЛЕКУЛЯРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ (МЕТОД ЭФФЕКТИВНОЙ СРЕДЫ)

1.1. Принцип молекулярного моделирования. Базовые соотношения для стационарных полей

1.1.1. Эффективные параметры композиционных сред. Исследуется композиционная среда, элементы которой отличаются друг от друга геометрическими и материальными параметрами. Когда длина волны существенно превышает их размеры и расстояния между ними, такой композит можно рассматривать как однородную среду с эффективными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Очевидным преимуществом данного подхода является то, что в его рамках для анализа взаимодействия поля с КС нет необходимости решать уравнения Максвелла в каждой точке пространства. Физическая природа отождествления неоднородной среды однородной имеет аналогию с получением материальных уравнений $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$, $\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$, введением проницаемостей $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, $\vec{B} = \mu\vec{H}$ при усреднении уравнений Максвелла микроскопической электродинамики. В качестве источников индуцированного поля рассматривались поляризованные молекулы (атомы) – точечные диполи.

Макроскопические включения также поляризуются (здесь речь идет только о сдвиговой (упругой) поляризации!) и вносят свой вклад в поля неоднородной среды подобно молекулярным диполям. Это дает основание называть такой подход молекулярным моделированием; хотя в литературе большее распространение получил термин «моделирование эффективной средой».

Для определения эффективных параметров следует связать электрическую $\vec{D}$ и магнитную $\vec{B}$ индукции, усредненные по физически малому объему V,

$$\overline{\vec{D}} = \frac{1}{V}\int_V \vec{D}(\vec{r})d\vec{r} = \frac{1}{V}\int_V \varepsilon(\vec{r})\vec{E}(\vec{r})d\vec{r};$$
$$\overline{\vec{B}} = \frac{1}{V}\int_V \vec{B}(\vec{r})d\vec{r} = \frac{1}{V}\int_V \mu(\vec{r})\vec{H}(\vec{r})d\vec{r}; \qquad (1.1)$$

с напряженностями внешних электрического $\vec{E}_0$ и магнитного $\vec{H}_0$ полей. Здесь $\vec{D}(\vec{r})$, $\vec{B}(\vec{r})$, $\vec{E}(\vec{r})$, $\vec{H}(\vec{r})$, $\varepsilon(\vec{r})$, $\mu(\vec{r})$ – локальные (в точке с радиус-вектором $\vec{r}$) значения индукции, напряженностей и материальных параметров. Эти связи и устанавливают эффективные проницаемости ε_{eff}, μ_{eff} композита

$$\overline{\vec{D}} = \varepsilon_{eff}\vec{E}_0, \quad \overline{\vec{B}} = \mu_{eff}\vec{H}_0. \qquad (1.2)$$

Поскольку имеет место аналогия в методах расчета электрических и магнитных характеристик среды, в дальнейшем, кроме особых случаев, ограничимся изложением материала по расчету электрических параметров.

Локальное поле $\vec{E}(\vec{r})$ зависит от формы включений, их взаимодействия между собой. В общем случае интегрирование в формуле (1.1) встречает значительные трудности. Точное определение эффективных параметров возможно в нескольких исключительных случаях, например, в ламинарных структурах, состоящих из чередующихся параллельных слоев с разными значениями ε_j [24]. Для остальных структур приходится рассматривать различные приближения, принимая во внимание поля рассеяния, найденные из решения задач электро- и магнитостатики. Одними из самых ранних, но, тем не менее, широко применяемых являются модели эффективной среды Бруггемана [1] и Максвелла-Гарнета [2, 3].

1.1.2. Алгоритм определения эффективных параметров. Композиционная среда находится в однородном электрическом поле $\vec{E}_0$ и состоит из хаотически распределенных элементов разного типа (материала, сорта) (Рис. 1.1). Для упрощения предполагаем, что элементы одного сорта (s) однородны ($\varepsilon_s(\vec{r}) = \text{const}$) и имеют одинаковые форму и объем. Введем для них нумерацию j_s. Тогда положение их центра симметрии будет описываться

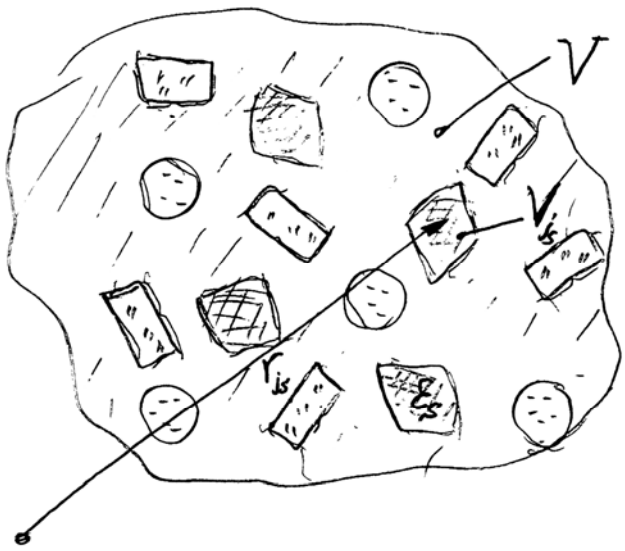


Рис.1.1

Физически малые объемы КС.

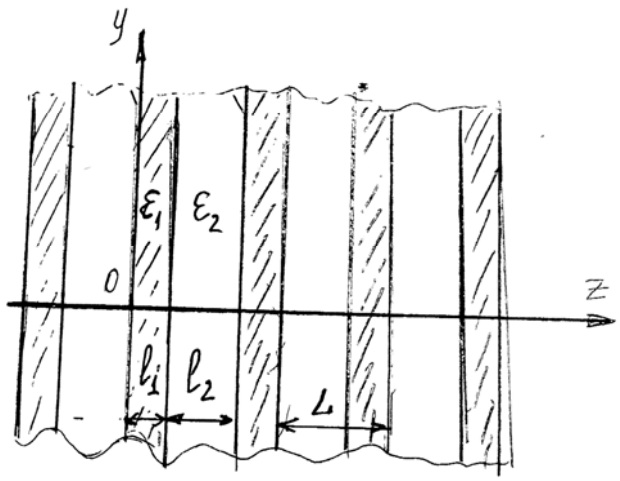


Рис.1.2

Модель одноосного кристалла.

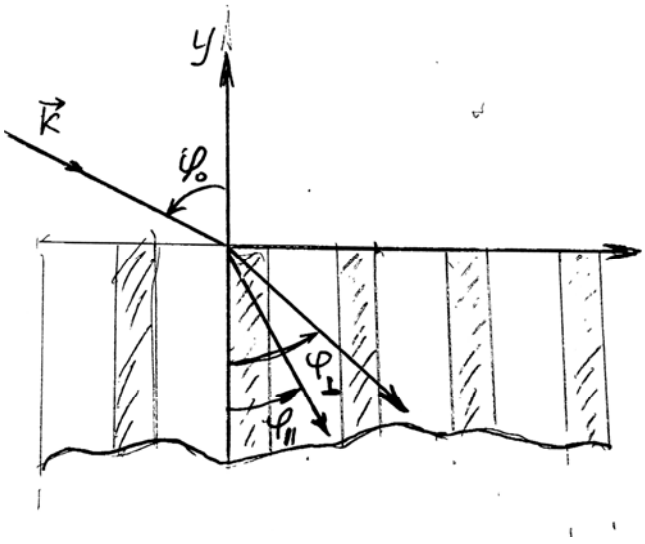


Рис.1.3

Углы преломления обыкновенной и необыкновенной волн.

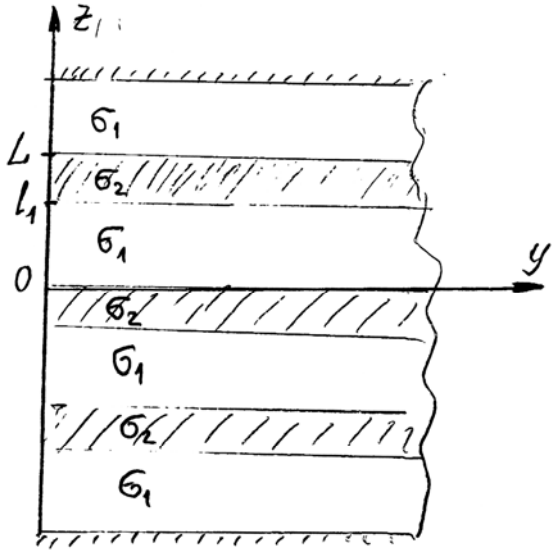


Рис. 1.4

Ламинированная среда.

радиус-вектором $\vec{r}_{j_s s}$, а объем – $V_{j_s s}$. Выделим малый физический объем $V = \sum_{j_s} \sum_{s} V_{j_s s}$ и проведем по нему усреднение в предположении, что составные части композита независимо от их положения возбуждаются одним и тем же полем, т.е. не учитываем взаимодействие между компонентами (разбавленные растворы). Согласно (1.2), имеем

$$\overline{\vec{D}} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) dV = \sum_{j_s} \sum_{s} \frac{V_{j_s s}}{V} \cdot \frac{1}{V_{j_s s}} \int_{V_{j_s s}} \varepsilon_s \vec{E}(\vec{r}) dV_{j s} . \qquad (1.1)$$

Поскольку объемы компонент одного сорта одинаковые $V_{j_s s} = V_{j'_s s}$, а $\varepsilon_s(\vec{r}) = \text{const}$ при $\vec{r} \in V_{j s}$, то поле, усредненное по объему любого j -го включения s -го сорта, одинаково и равно

$$\widetilde{\vec{E}}_s = \frac{1}{V_{j_s s}} \int_{V_{j_s s}} \vec{E}(\vec{r}) dV_{j s} . \qquad (1.4)$$

Здесь знак ~ означает усреднение по объему включения. Введем объемную концентрацию s -ой компоненты $\delta_s = \sum_{j_s} V_{j_s s} \Big/ V$. С учетом этих замечаний и равенства (1.2) имеем

$$\varepsilon_{eff} = \sum_{s} \delta_s \varepsilon_s f_s , \qquad (1.5)$$

где $f_s = \widetilde{E}_s \big/ E_0$ – структурный параметр неоднородности

Таким образом, задача определения эффективных параметров такой упрощенной структуры КС предусматривает нахождение локального поля отдельного включения с последующим его усреднением. Решение соответствующих задач дифракции волн упрощается для одиночных включений с координатными поверхностями, как-то: сферы, эллипсоиды, круглые стержни, прямоугольные пластины и т.п. При сложной форме включений их зачастую моделируют эквивалентными включениями такого же объема, но с координатными поверхностями.

1.2. Диэлектрическая проницаемость ламинарных (слоистых) композиционных сред.

1.2.1. Структура и граничные условия. В качестве идеализированной модели ламинарной структуры КС рассмотрим периодическую последовательность чередующихся параллельных прямоугольных пластин с разными значениями диэлектрической проницаемости ε_1, ε_2 и толщинами l_1, l_2 (рис. 1.2) [24]. Если предположить, что линейные размеры граней пластин велики, а период $L = l_1 + l_2$ мал по сравнению с длиной волны, то поле в пластинах можно считать однородным.

Поскольку нормальная составляющая вектора электрической индукции непрерывна при пересечении границы между пластинами, то D_z остается постоянной (не зависящей от z) величиной в данной структуре, а соответствующие $D_{1z} = D_{2z} = D_z$. При этом нормальные составляющие напряженностей терпят разрыв. В каждой из пластин они разные: $E_{1z} = D_z / \varepsilon_1$, $E_{2z} = D_z / \varepsilon_2$. Когда при переходе через границу тангенциальные составляющие напряженностей полей сохраняются ($\vec{E}_{\text{tg1}} = \vec{E}_{\text{tg2}} = \vec{E}_{\text{tg}}$), соответствующие проекции индукции в соседних пластинах имеют разные значения: $\vec{D}_{\text{tg1}} = \varepsilon_1 \vec{E}_{\text{tg}}$, $\vec{D}_{\text{tg2}} = \varepsilon_2 \vec{E}_{\text{tg}}$.

1.2.2. Определение тензора эффективной диэлектрической проницаемости. В качестве возбуждающего поля выберем плоскую монохроматическую волну. Рассмотрим два случая: электрический вектор напряженности перпендикулярен ($\vec{E} \parallel \vec{z}_0$) и параллелен ($\vec{E} \perp \vec{z}_0$) граням пластин. Усреднение проводится по объему цилиндра длиной, равной периоду структуры L, с единичной площадью основания в плоскости XOY. Для первого случая ($\vec{E} \parallel \vec{z}_0$):

$$\overline{\vec{E}} = \frac{1}{L}\int_L \vec{E}(z)dz = \frac{1}{L}\int_L \frac{\vec{D}(z)}{\varepsilon(z)}dz = \sum_{j=1}^{2}\frac{l_j}{L}\cdot\frac{1}{l_j}\int_{l_j}\frac{\vec{D}(z_j)}{\varepsilon_j}dz = \left(\frac{\delta_1}{\varepsilon_1}+\frac{\delta_2}{\varepsilon_2}\right)\overline{\vec{D}},$$

где $\delta_1 = l_1 / L$, $\delta_2 = l_2 / L$ – доли общего объема, занимаемого пластинами. Отсюда следует $\overline{\vec{D}} = \dfrac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_2 \delta_1 + \varepsilon_1 \delta_2} \overline{\vec{E}}$

$$\varepsilon_{eff}^{\perp} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_2 \delta_1 + \varepsilon_1 \delta_2}. \qquad (1.6)$$

Во втором случае ($\vec{E} \perp \vec{z}_0$)

$$\overline{\vec{D}} = \frac{1}{L} \int_L \varepsilon(z) \vec{E}(z) dz = \left(\varepsilon_1 \delta_1 + \varepsilon_2 \delta_2 \right) \overline{\vec{E}}$$

$$\varepsilon_{eff}^{\parallel} = \varepsilon_1 \delta_1 + \varepsilon_2 \delta_2 . \qquad (1.7)$$

Последняя формула справедлива при ориентации напряженности электрического поля, как вдоль оси OX , так и вдоль оси OY .

Поскольку электрическая индукция зависит от направления вектора напряженности, то среда анизотропна и описывается тензором эффективной диэлектрической проницаемости

$$\hat{\varepsilon}_{eff} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{eff}^{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{eff}^{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{eff}^{\perp} \end{pmatrix}. \qquad (1.8)$$

Равенство двух компонент тензора характеризует структуру как одноосный кристалл с оптической осью OZ , нормальной к плоскости пластин. Согласно (1.6) и (1.7), разность $\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$ всегда положительна

$$\varepsilon_{eff}^{\parallel} - \varepsilon_{eff}^{\perp} = \frac{\delta_1 \delta_2 \left(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 \right)^2}{\delta_1 \varepsilon_2 + \delta_2 \varepsilon_1} \geq 0 . \qquad (1.9)$$

Такую среду называют отрицательным одноосным кристаллом. Разные значения показателя преломления приводят к тому, что здесь могут распространятся две волны с разными фазовыми скоростями. С учетом известной связи между углами падения φ_0 и преломления φ_s $\sin\varphi_s = \sqrt{\varepsilon_0} \sin\varphi_0 \big/ \sqrt{\varepsilon_s}$ ($s = \perp, \parallel$) имеем

$$\sin\varphi_{\perp} / \sin\varphi_{\parallel} = \sqrt{\varepsilon_{eff}^{\parallel} \big/ \varepsilon_{eff}^{\perp}} .$$

Из (1.9) следует, что угол преломления для волны с $\vec{E} \perp \vec{z}_0$ меньше, чем для волны с $\vec{E} \parallel \vec{z}_0$, $\varphi_\perp > \varphi_\parallel$. В литературе первую волну называют обыкновенной, а вторую – необыкновенной.

1. Bruggeman D.A.Q.// Ann. Phys. Zpz. 1935, v. 24, P. 636.
2. Garnett J.C.M.// Phil. Trans. R. Soc. L. 1904, v. 203, P. 235.
3. Garnett J.C.M.// Phil. Trans. R. Soc. L. 1906, v. 205, P. 237.

24. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука. – 1970. – 855 с.

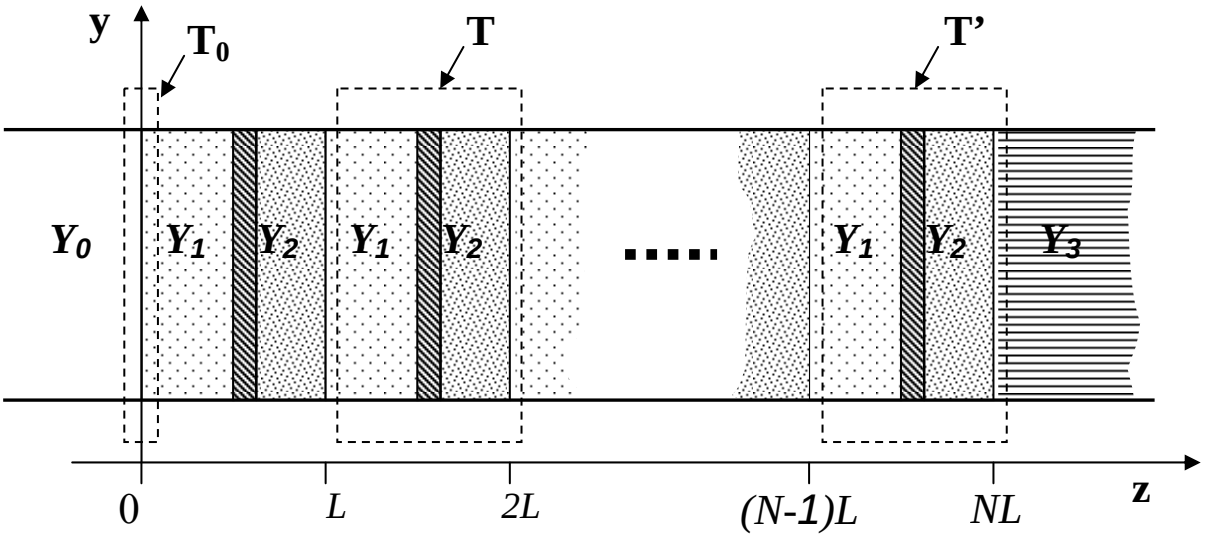
4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ИЗ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧИСЛА МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЛОЕВ

4.1. Обобщенный оператор передачи одного слоя и их последовательности.

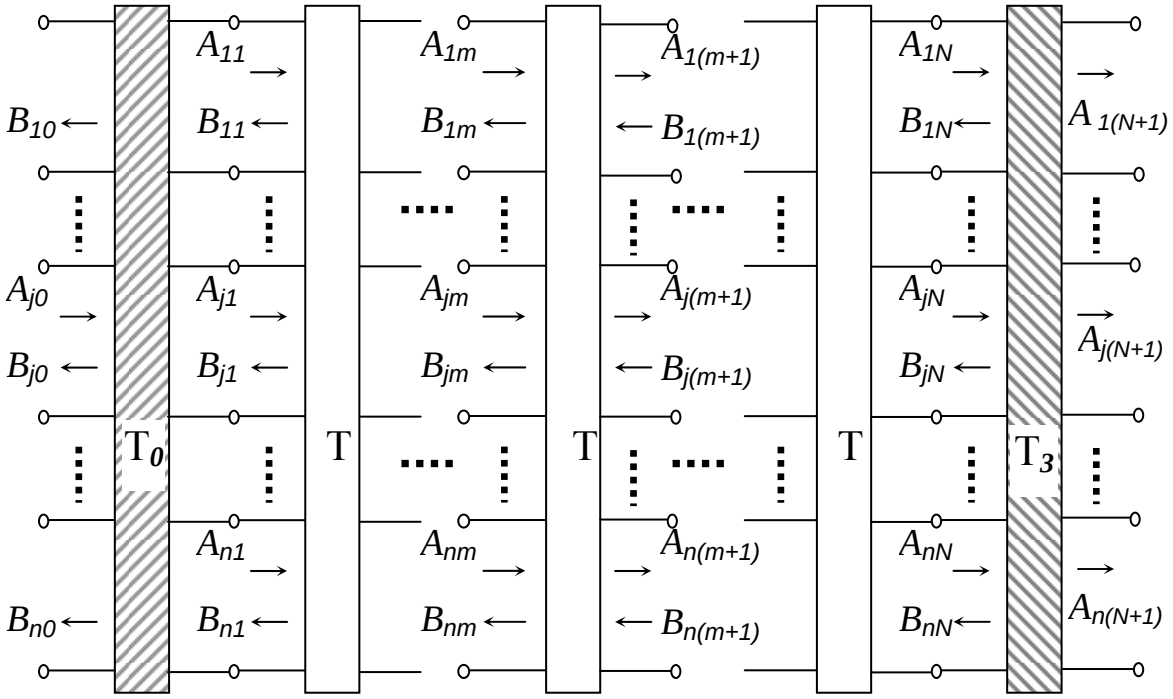
Рассматриваются КС, образованные периодической в направлении распространения волны ограниченной периодической последовательностью чередующихся однородных и неоднородных (металлодиэлектрических) слоев (Рис. 4.1а). При небольшом числе повторяющихся элементов (базовых элементов, БЭ) для их анализа применяют метод последовательного «сшивания» полей на однотипных границах. Представленное системой алгебраических уравнений решение задачи дифракции, даже модифицированное путем рекуррентных соотношений (см., например, [38]), ориентировано, как правило, на численную реализацию. С ростом числа базовых элементов такой подход мало эффективен как с точки зрения объема вычислений, так и его наглядности, трудности физического анализа, целенаправленного поиска оптимальных условий эксплуатации, решения задач синтеза.

Аналитический метод решения подобных задач дифракции волн на структурах с произвольным числом БЭ предложен в работах Г.В. Розенберга [36], Ф. Абеле [57], Г.Е. Зильбермана, Б.И. Макаренко с сотрудниками [58, 59]. В качестве повторяющихся элементов ими рассматривалась два однородных слоя из разных диэлектриков.

Для систем из элементов со сложным характером рассеяния (тонкие и массивные полупрозрачные экраны) перспективным представляется предложенный академиком НАН Украины Л.Н. Литвиненко с сотрудниками [60-62]. В основе его лежит обобщенный оператор отражения от полубесконечной периодической последовательности БЭ, учитывающий трансляционную симметрию структуры. Он может быть использован для численного анализа ограниченных последовательностей в широком частотном



а)



б)

Рис. 4.1. К представлению полей

а) композиция и параметры системы;

б) эквивалентная схема базового элемента.

диапазоне, а в одноволновом режиме определяет коэффициенты отражения и прохождения прямыми аналитическими формулами [63-65].

4.1.1. Степень матрицы передачи базового элемента. Следуя теории цепей [66, 67], представим произвольную неоднородность эквивалентным $2n$ -полюсником, где n – общее число как распространяющихся, так и учитываемых затухающих пространственных гармоник. Здесь по-прежнему возбуждающими являются монохроматические ($e^{-i\omega t}$) поля. В качестве элементарных неоднородностей можно рассматривать границы раздела двух полубесконечных однородных и неоднородных сред, решеток из металлических лент, ляммелей (жалюзи), проводящих и магнитодиэлектрических брусьев круглого, прямоугольного поперечного сечения, слои из композиционных материалов и т.п. В частности, любой повторяющийся элемент также можно представить эквивалентным многополюсником, а их ограниченную последовательность – куаскадным соединением (Рис. 4.1б). Связь между полями на входных и выходных сечениях многополюсника устанавливается через редуцированную обобщенную матрицу передачи $\mathbf{T}$ n-го порядка. Она позволяет определить не только коэффициенты отражения и прохождения волны возбуждающего типа, но и ее преобразование в пространственные гармоники или волны других типов.

Введем векторы-столбцы из амплитуд падающих (A_{jm}) и отраженных (B_{jm}) волн на входных клеммах всех многополюсников структуры ($m = 0,\ 1,\ 2,\ ...,\ N$) и на выходе последнего ($m = N+1$):

$$\vec{U}_0 = \begin{Bmatrix} A_{j0} \\ B_{j0} \end{Bmatrix}_{j=1}^{n}; \quad \vec{U}_{N+1} = \begin{Bmatrix} A_{j(N+1)} \\ 0 \end{Bmatrix}_{j=1}^{n}; \quad \vec{U}_m = \begin{Bmatrix} A_{jm} \\ B_{jm} \end{Bmatrix}_{j=1}^{n}.$$

В этих выражениях учтено, что на структуру падает волна p -го типа, а рассеянное поле в освещенном полупространстве (входные линии передачи) состоит только из отраженных волн ($A_{j0} = 0$, когда $j \neq p$), а в теневом – только

из прошедших ($B_{j(N+1)} = 0$). Из определения обобщенной матрицы передачи следуют очевидные соотношения:

$$\vec{U}_0 = \mathbf{T}_0 \vec{U}_1; \quad \vec{U}_N = \mathbf{T}' \vec{U}_{N+1}; \quad \vec{U}_m = \mathbf{T} \vec{U}_{m+1},\ m = 1,\ 2,\ ...,\ N-1$$

где $\mathbf{T}_0$, $\mathbf{T}'$ – матрицы передачи первого и последнего многополюсников (рис. 4.1б), определенные через параметры окаймляющих сред (входной и выходной линии передачи). Общее решение задачи дифракции волн на периодической последовательности из N одинаковых неоднородностей имеет вид:

$$\vec{U}_0 = \mathbf{T}_0 \mathbf{T}^N \mathbf{T}^{-1} \mathbf{T}' \vec{U}_{N+1} = \mathbf{T}_0 \mathbf{T}^N \mathbf{T}_3 \vec{U}_{N+1}. \tag{4.1}$$

Чтобы исключить перемножение N одинаковых матриц, воспользуемся теорией матричных многочленов. Интерполяционная формула Лагранжа и теорема Кэли-Гамильтона [68] определяет степень N матрицы n-го порядка

$$\mathbf{T}^N = \sum_{r=1}^{n} \lambda_r^N \frac{\prod_{s \neq r} (\mathbf{T} - \lambda_s \mathbf{I})}{\prod_{s \neq r} (\lambda_r - \lambda_s)} = \sum_{r=1}^{n} \lambda_r^N \mathbf{Z}_r, \tag{4.2}$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, а произведение $\mathbf{Z}_r = \prod_{s \neq r} (\mathbf{T} - \lambda_s \mathbf{I}) \Big/ \prod_{s \neq r} (\lambda_r - \lambda_s)$ исключает множитель с $s \neq r$ и не зависит от N. Собственные значения λ_s матрицы передачи $\mathbf{T}$ находятся из ее характеристического уравнения:

$$\left| \mathbf{T} - \lambda \mathbf{I} \right| = (-\lambda)^n + S_1 (-\lambda)^{n-1} + ... + S_{n-1}(-\lambda) + S_n = 0, \tag{4.3}$$

где $S_1 = \sum_{j=1}^{n} t_{jj}$ – сумма ее диагональных элементов, $S_n = \left| \mathbf{T} \right|$ – определитель матрицы. Для последовательностей с большим числом элементов ($N >> 1$) вычисление степени матрицы n-го порядка упрощается [68].

4.1.2. Слоистые КС в одноволновом режиме. Когда металлодиэлектрические включения неоднородных слоев имеют масштабы намного меньше, чем длина волны или базовый элемент состоит из разных изотропных однородных магнитодиэлектрических слоев, рассеянное и возбуждающее поля относятся к одному типу. Такой режим назовем

одноволновым, базовый элемент представляется эквивалентным четырехполюсником, а их последовательность – каскадным соединением (Рис. 4.2).

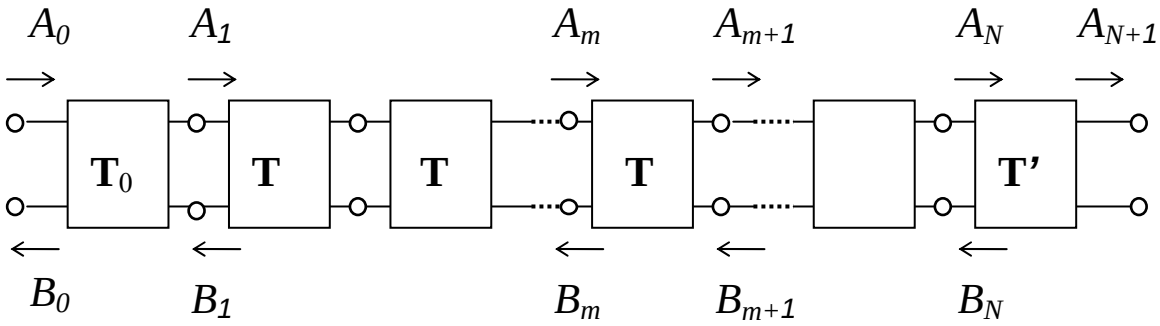


Рис. 4.2. Эквивалентная схема периодической последовательности элементов в одноволновом режиме.

Степень матрицы передачи (МП) в этом случае ($n=2$) равна

$$\mathbf{T}^N = \lambda_1^N \frac{\mathbf{T}-\lambda_2\mathbf{I}}{\lambda_1-\lambda_2} + \lambda_2^N \frac{\mathbf{T}-\lambda_1\mathbf{I}}{\lambda_2-\lambda_1}, \tag{4.4}$$

где λ_1 и λ_2 – ее собственные значения (корни уравнения (4.3) при $n=2$). Для унимодулярной матрицы (определитель $|\mathbf{T}|=1$) $S_2=1=\lambda_1\lambda_2$ корни ($\xi \equiv \lambda_1 = \lambda_2^{-1}$) определяются через след матрицы передачи

$$X=(t_{11}+t_{22})/2; \quad \xi^{\pm 1} = X \pm \sqrt{X^2-1}. \tag{4.5}$$

Подстановка последних в (4.4) и несложные тождественные преобразования дают

$$T^N = \begin{vmatrix} t_{11}P_N(X)-P_{N-1}(X) & t_{12}P_N(X) \\ t_{21}P_N(X) & t_{22}P_N(X)-P_{N-1}(X) \end{vmatrix}. \tag{4.6}$$

Здесь введены функции $P_N(X)$, известные в литературе как полиномы Могина (Mauguin) [69]:

$$P_N(X) = \left(\xi^N - \xi^{-N}\right) \Big/ \left(\xi - \xi^{-1}\right). \tag{4.7a}$$

Для них справедливы рекуррентные соотношения:

$$P_0=0; \quad P_1=1; \quad P_2=2X; \ldots; \quad P_{m+1}(X)=2XP_m(X)-P_{m-1}(X).$$

При действительных аргументах полиномы Могина можно выразить через функции Чебышева второго рода [70]

$$P_N(X) = U_n(X) \Big/ \sqrt{1 - X^2}\,. \qquad (4.7б)$$

Такая связь позволяет определить для недиссипативных систем корни полиномов Могина ($P_N(X_\nu) = 0$):

$$X_\nu = \cos\left(\nu\pi / N\right), \quad \nu = 1,\ 2,\ ...,\ N-1. \qquad (4.8)$$

Представленное решение (4.1), (4.6) исключает непосредственное перемножение МП БЭ. Алгоритм расчета инвариантен к свойствам повторяющейся неоднородности, их числу. Индивидуальные особенности ограниченной периодической последовательности (ОПП) из этих неоднородностей проявляются в МП базового элемента, входных ($\mathbf{T}_0$) и выходных ($\mathbf{T}_3$) цепей.

4.1.3. Собственные волны периодической последовательности чередующихся слоев. Согласно теореме Флоке, в одномерной периодической системе волновые функции в соседних периодах отличаются множителем $\exp(-i\gamma L)$, где $\gamma = \alpha + i\beta$ – комплексная постоянная. Если период L состоит из однородного ($0 < z < d$) и неоднородного (металлодиэлектрического, $d < z < L$) слоев, то усредненное значение постоянной распространения волны в бесконечной периодической последовательности можно представить в виде

$$\gamma = \gamma_e + \varphi / L,$$

где γ_e –постоянная распространения в однородной части периода, а φ – есть фазовый сдвиг, обусловленный неоднородностью.

Поскольку множители Флоке суть собственные значения матрицы передачи периода, то $\exp(\pm i\gamma L) \equiv \xi^{\pm 1} \equiv X \pm \sqrt{X^2 - 1}$. Отсюда следует дисперсионное уравнение относительно усредненной постоянной распространения собственных волн бесконечной структуры:

$$\cos(\gamma L) = X = (t_{11} + t_{22})/2 . \qquad (4.9)$$

Для недиссипативных систем правая часть уравнения – вещественная величина. Если она не превышает единицы ($|X| \le 1$), постоянная распространения есть также вещественной величиной, а при $|X| > 1$ $\mathrm{Re}\,\gamma = 0$. В первом случае принято говорить о полосе (зоне) прозрачности, т.е. об условиях существования (распространения) собственных волн. Во втором случае эти условия отсутствуют и говорят о зонах запирания (непрозрачности). След МП зависит от частоты, поэтому с ее изменением должны наблюдаться чередующиеся зоны прозрачности и запирания.

4.1.4. Коэффициенты полей рассеяния и условия прозрачности N-элементной последовательности. Обозначим волновые проводимости входного, выходного полупространств, окаймляющих исследуемую структуру через Y_0 и Y_3, а регулярных участков БЭ через Y_1 и Y_2 (Рис. 4.1а). Тогда граница между освещенным полупространством и первым регулярным участком БЭ определяется матрицей передачи $\mathbf{T}_0$ (4.2):

$$\mathbf{T}_0 = \frac{1}{2\sqrt{Y_0 Y_1}} \begin{vmatrix} Y_0 + Y_1 & \pm(Y_0 - Y_1) \\ \pm(Y_0 - Y_1) & Y_0 + Y_1 \end{vmatrix} . \qquad (4.10)$$

Если $\mathbf{T}'$ – МП последнего (N-го) БЭ, нагруженного на линию передачи с волновой проводимостью Y_3, то $\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}'$:

$$\mathbf{T}_3 = \frac{1}{2\sqrt{Y_1 Y_3}} \begin{vmatrix} Y_1 + Y_3 & \pm(Y_1 - Y_3) \\ \pm(Y_1 - Y_3) & Y_1 + Y_3 \end{vmatrix} . \qquad (4.11)$$

Поля в окружающих структуру пространствах связаны уравнениями:

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \mathbf{T}_0 \mathbf{T}^N \mathbf{T}_3 \begin{pmatrix} A_{N+1} \\ 0 \end{pmatrix} . \qquad (4.12)$$

Для полей в любой ячейке справедливы равенства

$$\begin{aligned} A_{N-m} &= \left(t_{11} P_m(X) - P_{m-1}(X)\right) A_N + t_{12} P_m(X) B_N , \\ B_{N-m} &= t_{21} P_m(X) A_N + \left(t_{22} P_m(X) - P_{m-1}(X)\right) B_N , \end{aligned} \qquad (4.13)$$

где $m = 1,\ 2,\ ...,\ N-1$. Эти выражения позволяют определить коэффициенты отражения на входе любого четырехполюсника исследуемой последовательности:

$$R_{N-m} = \frac{B_{N-m}}{A_{N-m}} = \frac{t_{21}P_m(X)A_N + \left(t_{22}P_m(X) - P_{m-1}(X)\right)B_N}{\left(t_{11}P_m(X) - P_{m-1}(X)\right)A_N + t_{12}P_m(X)B_N}. \qquad (4.14)$$

Используя (4.12), легко найти коэффициенты отражения ($R = B_0/A_0$) и прохождения ($\tau = A_{N+1}/A_0$) N-элементной структуры:

$$\begin{aligned} R &= \frac{\pm r_{01}\left[t_{11}P_N - P_{N-1} \mp r_{31}t_{12}P_N\right] + \left[\mp r_{31}(t_{22}P_N - P_{N-1}) + t_{21}P_N\right]}{\left[t_{11}P_N - P_{N-1} \mp r_{31}t_{12}P_N\right] \pm r_{01}\left[\mp r_{31}(t_{22}P_N - P_{N-1}) + t_{21}P_N\right]}, \\ \tau &= \frac{p_{01}p_{31}}{\left[t_{11}P_N - P_{N-1} \mp r_{31}t_{12}P_N\right] \pm r_{01}\left[\mp r_{31}(t_{22}P_N - P_{N-1}) + t_{21}P_N\right]}, \end{aligned} \qquad (4.15)$$

где $r_{\alpha 1} = \left(Y_\alpha - Y_1\right)/\left(Y_\alpha + Y_1\right)$, $p_{\alpha 1} = 2\sqrt{Y_\alpha Y_1}\,/\left(Y_\alpha + Y_1\right)$ – имеют смысл коэффициентов отражения и прохождения границы между полубесконечными средами (линиями передачи) с волновыми проводимостями Y_α ($\alpha = 0,\ 3$) и Y_1. Для определения энергии поглощения W в такой периодической структуре следует воспользоваться законом сохранения энергии.

Если волновые проводимости первого регулярного участка базового элемента, освещенного и теневого полупространств (подводящих линий) совпадают ($Y_0 = Y_1 = Y_3,\ r_{01} = r_{31} = 0,\ p_{01} = p_{31} = 1$), то

$$R_{N-m} = t_{21}P_m(X)/\left[t_{11}P_m(X) - P_{m-1}(X)\right], \quad m = 1,\ 2,\ ...,\ N-1 \qquad (4.16)$$

$$\begin{aligned} R &= t_{21}P_N(X)/\left[t_{11}P_N(X) - P_{N-1}(X)\right], \\ \tau &= 1/\left[t_{11}P_N(X) - P_{N-1}(X)\right]. \end{aligned} \qquad (4.17)$$

Аналитические выражения для коэффициентов рассеяния существенно облегчают исследования резонансных режимов любой периодической последовательности с произвольным числом элементов. Например, из (4.17) легко получить два независимых условия полного прохождения поля ($R = 0$):

$$t_{21} = 0, \quad P_N(X) = 0. \qquad (4.18)$$

Первое определяется параметрами БЭ. Второе зависит от числа элементов и характера их связи. Поскольку решением его являются корни полиномов

Могина, то существует $N-1$ дискретный набор параметров структуры $s_\nu = \{æ_\nu,\ \varphi_\nu,\ ...\}_{\nu=1}^{N-1}$, обеспечивающих полное прохождение поля. Он удовлетворяет трансцендентным уравнениям, каждое из которых относится к соответствующему значению корня полинома Могина. Для недиссипативных систем (4.8):

$$\cos\left(\nu\pi/N\right) = [t_{11}(s_\nu) + t_{22}(s_\nu)]/2\,, \quad \nu = 1,\ 2,\ 3,\ ...,\ N-1\,.$$

Физическая основа резонансных явлений – собственные режимы рассматриваемой структуры. Под последними понимается электромагнитное поле (квазисобственные волны), удовлетворяющие граничным условиям на проводящих элементах и существующие в дополнительной к ним области [48]. Собственные комплексные частоты ($æ^c = æ'_c + iæ''_c$) или постоянная распространения (углы падения) в нашем случае находятся из условия равенства нулю знаменателя в (4.15). Когда волновые проводимости регулярной части БЭ, входных и выходных волноведущих линий совпадают ($Y_0 = Y_1 = Y_3$) (4.17), соответствующее трансцендентное уравнение имеет вид:

$$t_{11}(æ,\ \beta) = \frac{P_{m-1}\left[X(æ,\ \beta)\right]}{P_m\left[X(æ,\ \beta)\right]}\,. \qquad (4.19)$$

Как правило, оно решается относительно одного из параметров при фиксированных значениях других. Рассмотренный подход при определении собственных полей обеспечивает построение замкнутой теории ограниченных периодических структур, используемых в реальных приборах управления.

4.2. Многослойные поглощающие покрытия.

Изложенный метод позволяет исследовать свойства широкого класса приборов, содержащих периодические системы. ...

36. Розенберг Г.В. Оптика тонкослойных покрытий. – М.: Физматгиз, 1958. – 570 с.

57. Abeles F. Ann. De Physique. Paris. – 1950, V. 5. – P. 596-640 & 706-782.
58. Зильберман Г.Е., Макаренко Б.И. и др. Некоторые особенности отражения электромагнитных волн периодической диэлектрической структурой// Радиотехника и электроника. – 1988, Т. 33, № 5. – С. 915-921.
59. Зильберман Г.Е., Макаренко Б.И., Голтвянская Г.Ф. Некоторые особенности прохождения электромагнитных волн через периодическую диэлектрическую структуру// Радиотехника и электроника. – 1989, Т. 34, № 10. – С. 2215-2219.
60. Литвиненко Д.Л., Литвиненко Л.Н., Резник И.И. Дифракция волн на полубесконечных периодических структурах// Доклады НАН Украины. – 1991, № 6. – С. 62-67.
61. Pogarsky S.A., Litvinenko L.N., Prosvirnin S.L. Wave Diffraction by semi-infinite periodical structure// Int. Journal of infrared and millimeter Waves. – 1996 , V. 17 , № 5. – P. 897-903.
62. Литвиненко Д.Л., Литвиненко Л.Н., Резник И.И. Дифракция волн на полубесконечной последовательности полупрозрачных экранов. Ч. 1. – Харьков: 1993. – 40 с. (Преп./ Ан Украины, Радиоастрономический институт; № 65).
63. Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. Киев: Наук. думка. – 1984. – 239 с.
64. Литвиненко Д.Л., Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Метод анализа дифракции волн на многослойных периодических структурах// Радиофизика и радиоастрономия. – 1997, т. 2, № 4. – С. 485-491.
65. Литвиненко Л.Н., Просвирнин С.Л. Анализ дифракции волн на последовательности идентичных ленточных решеток. Многоволновой режим// Радиофизика и радиоастрономия. – 1999, т. 4, № 3. – С. 276-286.
66. Альтман Дж.Л. Устройства сверхвысоких частот. – М.: Мир. – 1968. – 487 с.

67. Будурис Ж., Шеневье П. Цепи сверхвысоких частот: теория и применение// Пер. с франц. Под ред. А.Л. Зиновьева. – М.: Сов. Радио. – 1979. – 286 с.
68. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука. – 1967. – 575 с.
69. Levine H. Unidirection wave motion// North-Holland Series in Apl. Mathem. And Mech. North-Holand publishing Company. – Amsterdam, N.-Y. Oxford. – 1978, V. 23. – 499 p.
70. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров// Пер. с франц. Под ред. Шифрина К.С.. – М.: Наука. –1967. – 780 с.