ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени В. Н. Каразина

На правах рукописи

Хе Ши

УДК 537.874

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА УЕДИНЕННЫХ И ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

01.04.03 – радиофизика

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель
Шульга Сергей Николаевич
доктор физико-математических наук
профессор

Харьков – 2016

СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АСПВ	аксиально-симметричные периодические волноводы
ДБ	диаграммы Бриллюэна
ДВ	диафрагмированный волновод
ЛУЭ	линейные ускорители электронов
КРВ	клистроны с распределенным взаимодействием
ПДКВ	периодический диафрагмированный круглый волновод
МКР	метод конечных разностей
МАБ	метод минимальных автономных блоков
МКЭ	метод конечных элементов
СЛАУ	система линейных алгебраических уравнений
МР	матрица рассеяния
ФЭР	фактор эффективности рассеяния
ФЭП	фактор эффективности поглощения
ФЭО	фактор эффективности ослабления

ВВЕДЕНИЕ

Работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию электродинамических свойств волноводов и их соединений с уединенными и периодическими идеально проводящими и диэлектрическими анизотропными неоднородностями.

Актуальность темы. Влияние периодических и одиночных уединенных возмущений на распространение электромагнитных волн в волноводах и их соединениях приходится учитывать в обширном круге практических приложений.

Важное место в радиотехнике среди огромного и разнообразного количества периодических структур занимают аксиально-симметричные периодические волноводы (АСПВ). Благодаря ценным электродинамическим, тепловым и технологическим свойствам АСПВ находят широкое применение в различных областях техники. На их использование опирается ускорительная техника (резонансные ускорители, сепараторы частиц и др.) и ряд перспективных направлений антенной техники и электродинамики больших мощностей, требующих глубокого изучения волн в этих структурах. Являясь однородными по азимуту электродинамическими системами, АСПВ позволяют передавать без искажений произвольное поляризационное состояние электромагнитного поля; другим их важным свойством является гибридность азимутально-неоднородных типов волн. Эти волноводы технологичны, механически жестки и прочны, обладают высокой электрической прочностью.

Самым известным представителем множества АСПВ является круглый металлический диафрагмированный волновод (ДВ). В основном он нашел применение в линейных ускорителях электронов (ЛУЭ) и в сепараторах частиц высоких энергий. ЛУЭ были созданы почти полвека назад для исследований в области ядерной физики. Для них характерна уникальная эффективность процесса ускорения для получения мощного потока ионизирующего излучения. В настоящее время в мире насчитывается более 3000 ЛУЭ, применяемых в исследовательских и прикладных целях. Следует, по-видимому, также отметить, что высокочастотный сепаратор является пока единственным устройством, позволяющим разделять частицы сверхвысоких энергий.

За период с конца 70-х годов прошлого века и по настоящее время значительно расширился круг применений ДВ. Этот волновод широко применяется в мощных электровакуумных приборах СВЧ, например, в ЛБВ миллиметрового диапазона. Резонаторы в виде отрезков ДВ используются в клистронах с распределенным взаимодействием (КРВ), где кроме большой выходной мощности требуется и сравнительно широкая полоса рабочих частот. Другое направление исследований ДВ связано с разработкой эффективных облучателей зеркальных антенн, которые позволяют независимо управлять шириной луча и уровнем кроссполяризации излучения антенны.

В целом ДВ как облучатели осесимметричных антенн обладают рядом ценных свойств: осесимметричностью диаграмм направленности, хорошими поляризационными характеристиками и концентрацией энергии в главном лепестке, что позволяет рассматривать их как перспективный тип облучателей антенн радиотехнических систем с высокой помехозащищенностью.

Отсюда следует, что исследование электродинамических свойств АСПВ и построение адекватных моделей для изучения характерных (качественных и количественных) модов (волн) ДВ представляет большой научный и практический интерес. Это обусловлено, в первую очередь, широкими потенциальными возможностями, которые предоставляют АСПВ при проектировании и создании новых ЛУЭи приборов микроволновой и антенной техники.

Поэтому второй раздел диссертации посвящен численно-аналитическому решению задачи исследования режима собственных волн в круглом металлическом волноводе, периодически нагруженном металлическими дисками с отверстиями.

Третий раздел диссертации посвящен вопросам прикладной электродинамики диапазонов сверхвысоких частот, когда в объемном резонаторе или волноводе расположено идеально проводящее или анизотропное включение. В первую очередь это вопросы антенно-волноводной техники, теории открытых и закрытых резонаторов.

В подразделе 3.1 предложено решение задачи по определению силовых линий электромагнитного поля в волноводе (резонаторе), в котором расположена произвольно-анизотропная вставка со смешанной анизотропией (анизотропией как электрических, так и магнитных свойств). При этом главные значения и ориентация оптических осей тензоров магнитной и диэлектрической проницаемостей сред могут изменяться произвольным образом. Разработанные до настоящего времени физико-математические модели были ограничены либо изотропией материала, либо частными случаями анизотропии. Далее в данном подразделе решена задача по расчету матрицы рассеяния от предложенной выше волноводной анизотропной вставки, обладающей смешанной анизотропией.

Различного рода идеально проводящие включения, которые помещают в волноводы и их соединения используются в радиофизике для оптимизации волноводных трактов. В частности, в технике СВЧ они используются для улучшения электродинамических характеристик разветвителей, делителей мощности, умножителей, фильтров. Теоретический метод исследований здесь играет решающую роль.

В подразделе 3.2 данной работы с помощью метода, основывающегося на теореме Грина, решена двумерная задача рассеяния LM -электромагнитной волны на идеально проводящей ступеньке внутри T -образной области взаимодействия двух прямоугольных волноводов.

Задачи рассеяния электромагнитных волн на цилиндрических объектах – одни из самых известных в электродинамике. Это связано с тем громадным количеством физико-технических приложений явления дифракции на цилиндре. Проанализировав дифракционную картину, можно получить информацию о размере поперечного сечения цилиндра, его форме, показателе преломления вещества, из которого сделан исследуемый цилиндр. Эффекты, возникающие при взаимодействии электромагнитного излучения с диэлектрическими или металлическими волокнами, используются для измерения параметров этого излучения.

Необходимо отметить, что полностью решена задача только для кругового цилиндра. Получено строгое аналитическое решение, и проведены численные расчеты для большого диапазона значений отношения диаметра цилиндра к длине волны излучения. Однако, оказалось, что при взаимодействии электромагнитной волны с очень тонким металлическим цилиндром наблюдается неизвестный ранее эффект аномально большого поглощения излучения. Этот эффект исследован в настоящей работе в четвертом разделе. В частности, проведено сравнение экспериментальных и теоретических исследований взаимодействия электромагнитной волны с тонкими проволочками в волноводе.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Тематика работы связана с приоритетными направлениями развития науки и техники в рамках координационных планов научно-исследовательских работ Министерства образования и науки Украины (п.7 – “Перспективные информационные технологии, приборы комплексной автоматизации систем связи”). Материалы диссертации являются составной частью госбюджетной НИР, выполненной на кафедре теоретической радиофизики Харьковского Национального университета имени В. Н. Каразина (№ ДР 1-14-08; Инв. № 0109U000530)[146].

Цели и задачи работы. Целью работы является построение и анализ ряда физико-математических моделей взаимодействия электромагнитного поля с уединенными (анизотропными диэлектрическими или проводящими) и периодическими включениями в волноводах и их соединениях. Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

1. Исследование характерных особенностей поведения симметричных H - и E -волн периодического диафрагмированного круглого волновода (ПДКВ), исследование трансформации собственных мод каждого из симметричных типов волн ПДКВ при достаточно произвольных изменениях геометрических размеров структуры с помощью диаграмм Бриллюэна (ДБ).
2. Изучение ряда новых принципиальных особенностей поведения симметричных E-волн ПДКВ, и проведение классификации собственных симметричных H -волн.
3. Решение задачи рассеяния электромагнитных волн от анизотропной вставки со смешанной анизотропией в прямоугольном закороченном волноводе.
4. Решение задачи рассеяния LM -электромагнитных волн на включении в T -образом сочленении двух прямоугольных волноводов с помощью теоремы Грина.
5. Экспериментальное и теоретическое исследование взаимодействия электромагнитной волны с тонкими проволочками в волноводе.

Объектом исследования диссертации является физический процесс взаимодействия электромагнитного поля с различного рода включениями в волноводных структурах.

Предметом исследования настоящей работы являются характеристики рассеяния электромагнитных волн и структуры электромагнитных полей в закрытых линиях передачи сигналов.

Научная новизна результатов работы заключается в следующем:

1. Впервые проведено строгое комплексное исследование режима собственных волн в круглом металлическом волноводе, периодически нагруженном металлическими дисками с отверстиями в центре; исследована трансформация собственных мод каждого из типов волн

диафрагмированного волновода при изменении его геометрических параметров.

2. Математически строго решена задача на собственные значения в периодическом диафрагмированном круглом волноводе (ПДКВ), которая представлена дисперсионными зависимостями на диаграммах Бриллюэна H_{0i}- и E_{0i}-волн при произвольных геометрических размерах структуры.
3. В работе впервые предложен алгоритм по определению коэффициентов матрицы рассеяния от произвольной диэлектрической волноводной вставки со смешанной анизотропией, помещенной в прямоугольный волновод. Показано, что анизотропия исследуемого материала вставки существенно влияет на распространение электромагнитных волн в прямоугольном волноводе.
4. С помощью теоремы Грина решена задача рассеяния электромагнитной волны на металлическом включении произвольного поперечного сечения в области взаимодействия Т-образного сочленения волноводов, что позволило определить всеволновую матрицу рассеяния для произвольного количества волноводных мод.
5. Впервые исследовано взаимодействие электромагнитных волн в волноводе с очень тонкими проволочками.
6. Изучены факторы эффективности ослабления, рассеяния и поглощения цилиндрического включения в прямоугольном волноводе.
7. Проведено сравнение экспериментальных и теоретических исследований взаимодействия электромагнитной волны с тонкими проволочками в волноводе. Экспериментально доказано, что факторы эффективности рассеяния и поглощения электромагнитного излучения очень тонкими металлическими проволочками достигают достаточно больших величин.

Практическое значение полученных результатов. Выявленные физические закономерности, полученные при численно-аналитическом решении задачи по исследованию режима собственных волн периодического диафрагмированного круглого волновода могут быть использованы при разработке электровакуумных приборов СВЧ (например, в ЛБВ миллиметрового диапазона), облучателей зеркальных антенн, позволяющих эффективно управлять диаграммой направленности.

Предложенная в работе довольно реалистичная физико-математическая модель взаимодействия электромагнитного поля с анизотропными материалами в резонаторах и волноводах позволяет с контролируемой точностью найти распределения электромагнитного поля в произвольно анизотропном и произвольно неоднородном материале, ограниченном проводящей поверхностью. Важность исследования электродинамических свойств таких структур связана с уникальными электродинамическими свойствами таких материалов и возможностью мгновенного бесконтактного управления этими свойствами с помощью внешнего электрического поля.

На практике необходимо знать как различного рода идеально проводящие включения, помещаемые в волноводы и их соединения, влияют на их электродинамические характеристики и как их можно использовать в радиофизике для оптимизации волноводных трактов. В частности, в СВЧ приборах такие устройства могут быть использованы для разработки более совершенных элементов высокочастотной радиотехники, а именно разветвителей, делителей мощности, умножителей, фильтров.

Личный вклад соискателя. В работах, опубликованных с соавторами, личный вклад автора состоит в:решении задач возбуждения и определения электродинамических свойств волноводов и их соединений с уединенными и периодическими возмущениями, разработке численных алгоритмов и программного обеспечения, численных расчетах и анализе полученных результатов, теоретическом и экспериментальном исследовании физико-математических моделей взаимодействия электромагнитного поля с анизотропными и идеально проводящими включениями в волноведущих структурах.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты работы обсуждались на научных семинарах кафедры теоретической радиофизики ХНУ имени В.Н. Каразина, на конференции молодых ученых радиофизического факультета ХНУ, а также были доложены на следующих конференциях:

The 6th International Conference on «Antenna Theory and Techniques» (Sevastopol, 2007);

The 7th International Kharkov conference «Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Sub millimeter Waves» (Kharkov, 2010);

VIII конференция молодых ученых «Радиофизика и электроника, биофизика» (Харьков, 2008 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликованы 7 статей в ведущих специализированных изданиях и 3 тезисов докладов на научных конференциях. Статьи [A1, A3], [A5-A7], [A9, A10] и тезисы докладов [A2, A4, A8], написанных диссертантом в соавторстве с Багацкой О. В., Шульгой С. Н., Кокодием Н. Г., Бутрым А. Ю., Катеневым С. К.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, выводов, списка использованных источников. Полный объем диссертации составляет 150 страницы, из которых основной текст изложен на 133 страницах. Работа содержит 54 иллюстраций, 3 таблиц. Список использованных источников содержит 146 наименований.

Благодарность. Автор выражает глубокую признательность профессору, доктору физико-математических наук Шульге С. Н. за научное руководство работой над диссертацией, проф. Колчигину Н. Н. за полезные консультации, а также всем сотрудникам кафедры теоретической радиофизики ХНУ за поддержку и помощь в работе.

РАЗДЕЛ 1
АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Теоретическое и экспериментальное исследование электродинамических свойств волноводов и их соединений с уединенными и периодическими идеально проводящими и диэлектрическими анизотропными возмущениями имеет фундаментальное значение для большого количества научных областей и физико-технических приложений. К таким областям относятся физика полупроводников [1], волоконная оптика и оптика кристаллов [2], магнитооптические явления [3]. Существует широкий круг физико-технических приложений, в которых невозможно обойтись без учета анизотропии и неоднородности природных и искусственных сред, а именно, техника СВЧ [4], конструирование поглощающих покрытий [5,6] и многие другие.

Среди периодических структур в вопросах теории электромагнетизма и приложениях достаточно важное место занимают аксиально–симметричные структуры. Благодаря своим важным и многочисленным применениям в линейных ускорителях электронов [7-18], СВЧ устройствах [19-22] и антенной технике [23-25], их классическим представителем может служить периодический диафрагмированный круглый волновод (ПДКВ). Простейшая геометрическая форма выделяет ПДКВ также и в плане перехода к анализу структур с более сложной формой из класса структур с периодической границей как закрытых, так и открытых [26].

Работы по изучению ПДКВ начали проводиться с середины 1940-х годов [7-9] и в последующие десятилетия были связаны в основном с вопросами ускорения частиц [10-15, 27-30], затем этот волновод нашел применение в устройствах СВЧ и других областях.

Несмотря на это и тот факт, что самые общие из подходов и положений по теории периодических структур существуют уже достаточно долгое время [14, 15], электродинамическая теория ПДКВ далека от завершения даже в задаче на собственные волны. Это объясняется сложным характером поведения последних, а также неизбежными объемными и строгими численными расчетами в этой связи.

Подтверждением могут служить такие принципиальные вопросы, ответов на которые пока нет. Известны два фактора, формирующие дисперсию в волноводе, – дифракция и периодичность. Но как они работают в действительности? Каково общее число собственных модов структуры? Как влияет каждый из геометрических параметров на поведение модов? Каковы основные характеристики, качественные и количественные, собственных волн ПДКВ?

Можно добавить также ряд известных сведений, нуждающихся в доработке. 1) Общепринято, что при положительной (отрицательной) дисперсии поток мощности на положительной пространственной гармонике течет в том же (обратном) направлении, что и сама волна; для отрицательной гармоники мощность течет в обратном (том же) направлении [см., напр., 27]. В действительности это не так, а множества отрицательных и неотрицательных гармоник образуют соответственно, две парциальные волны. 2) Все еще имеется некоторая неопределенность в отношении несимметричных волн. Например, по их определению: как в точности обозначать их 1-й мод из множества известных на сегодня обозначений – {$E_{11}, E_{11}/H_{11}, HEM_{11}\ or\ EH_{11}$ и т.д.} [см., напр., 15,27] – в связи с их гибридностью и др. 3) Отсутствуют достаточно важные сведения по E_{0i} -волнам. Например, относительно дрейфа и стабильности модов по частоте в функции радиуса (что может послужить для целей определения несимметричных волн), по свойству инверсии модов и др. 4) Имеется явная недостаточность информации по H_{0i} -волнам [30, 31]. 5) Отсутствует систематическое исследование по всем типам волн, кроме [31], где анализ ведется в приближении близкого к нулевому периода и исчезающе тонких диафрагм.

В предшествующих работах было использовано соотношение эквивалентности между решениями волнового и дисперсионного уравнений. Речь идет о взаимно однозначном соответствии в волновом процессе с дисперсией [32] между решениями волнового уравнения (т.е. всем его множеством решений в функции параметров задачи) и решениями дисперсионного уравнения (т.е. всем множеством дисперсионных кривых в той же функции). В случае ПДКВ это предоставляет, в частности, удобный метод для проверки числовой информации по наличию/отсутствию полного соответствия по обоим типам решений. В случае соответствия информация достоверна.

Следующая задача, рассмотренная в диссертационной работе, примыкает к предыдущей. В ее рамках исследовано рассеяние электромагнитных волн на неоднородном произвольно анизотропном включении, помещенном внутри прямоугольного волновода. Исследование электродинамических свойств неоднородных анизотропных материалов и построение физически адекватных моделей взаимодействия электромагнитного поля с этими материалами имеет большой научный и практический интерес. Это связано с уникальными электродинамическими свойствами таких материалов и возможностью мгновенного бесконтактного управления этими свойствами с помощью внешнего электрического поля. Эффективная физико-математическая модель взаимодействия электромагнитного поля с анизотропными материалами в замкнутых объемных резонаторах и волноводах должна обеспечить возможность быстрого и высокоточного расчета распределения электромагнитного поля в произвольно анизотропном и произвольно неоднородном материале, ограниченном проводящей поверхностью, размеры которого имеют тот же порядок, что и длина волны, либо превосходят ее.

На сегодняшний день предложено несколько численных методов, пригодных для расчета распределения электромагнитного поля внутри волноводного включения и матрицы рассеяния данной неоднородности. К ним относятся метод конечных разностей (МКР) [33-40], метод минимальных автономных блоков (МАБ) [41-45], метод конечных элементов (МКЭ) [46-52], метод моментов [53-56], метод спектральных областей [57], а также метод матрицы линий передачи в частотной области [58-60].

Метод моментов требует знания функции Грина, и его применимость ограничена простейшей геометрией и изотропией среды [54-56]. В свою очередь, метод спектральных областей [57] может быть использован лишь для расчета планарных структур.

Метод минимальных автономных блоков (МАБ), предложенный в работах советских авторов, заключается в декомпозиции сложного объекта (устройство СВЧ) на автономно анализируемые блоки. Устройство в целом не подлежит строгому анализу в виде решения соответствующей краевой задачи из-за своей сложности, но к выделенным его частям (автономным блокам) строгий подход уже применим, в результате чего могут быть найдены их матрицы рассеяния; матрица рассеяния всего устройства затем определяется на основании информации об автономных блоках. Данный метод был применен не только к изотропным, но и к гиротропным средам [41, 44]. Матрица рассеяния гиротропного слоя была получена в [41]. Подробное изложение МАБ дано в [43]. Хотя этот метод и обладает удовлетворительной точностью [45], но он очень громоздок и сложен в реализации, поэтому необходимо обратиться к методам более простым в применении и обладающим аналогичной (либо более высокой) точностью.

В настоящее время наиболее перспективными методами решения волноводных задач являются методы, построенные на основе разностных схем [61, 62], а именно, метод конечных элементов (МКЭ) и метод конечных разностей (МКР). Метод конечных разностей [33] был разработан раньше остальных и является наиболее простым в реализации. Идея его состоит в дискретизации области, в которой решается уравнение, и аппроксимации дифференциальных операторов. Решая линейную систему уравнений, находят приближенные решения в узлах сетки. Основные трудности связаны с учетом граничных условий, если граница области имеет сложную геометрическую форму. В этом случае точное моделирование неоднородности с помощью МКР требует применения очень маленького шага сетки, что ведет к значительному увеличению требований к машинным ресурсам. На сегодняшний день предложено несколько модернизированных методов, в которых сделана попытка устранить эти недостатки. К этим методам относятся: МКР с переменным шагом сетки [34]; МКР алгоритм в криволинейных координатах [35]; неортогональный МКР алгоритм [36] и др.

Первые разработки метода конечных элементов были выполнены в 50-х годах для решения задач сопротивления материалов. В 60-80-е годы математики получили строгие формулировки для этого метода, после чего он становится общим средством изучения задач в частных производных.

МКР и МКЭ относятся к классу сеточных методов приближенного решения краевых задач. С точки зрения теоретических оценок точности методы обладают примерно равными возможностями. В зависимости от формы области, краевых условий, коэффициентов исходного уравнения они имеют погрешности аппроксимации от первого до четвертого порядка относительно шага. В силу этого они успешно используются для разработки программных комплексов автоматизированного проектирования технических объектов.

Методы конечных элементов и конечных разностей имеют ряд существенных отличий. Прежде всего, методы различны в том, что в МКР аппроксимируются производные искомых функций, а МКЭ – само решение, т.е. зависимость искомых функций от пространственных координат и времени. Методы значительно отличаются и в способе построения сеток. В МКР строятся, как правило, регулярные сетки, в которых особенности геометрии области учитываются только на границах раздела. В связи с этим МКР чаще применяется для анализа задач с прямолинейными границами областей определения функций. В МКЭ разбиение на элементы производится с учетом геометрических особенностей области, процесс разбиения начинается от границы с целью наилучшей аппроксимации еѐ геометрии.

Затем разбивают на элементы внутренние области, причем алгоритм разбиения строится так, чтобы элементы удовлетворяли некоторым ограничениям, например, стороны треугольных элементов не слишком отличались по длине и т.д. Поэтому МКЭ наиболее часто используется для решения задач с произвольной областью определения функций.

Общей проблемой методов является высокая размерность результирующей системы алгебраических уравнений (несколько десятков тысяч и более элементов в реальных задачах). Поэтому численная реализация МКР и МКЭ требует разработки специальных способов хранения матрицы коэффициентов системы и методов решения последней.

В диссертации построена физико-математическая модель, которая описывает возбуждение и распространение электромагнитных волн в анизотропном волноводе (резонаторе) в трехмерном случае. Для решения задачи был использован метод конечных разностей, который для данной геометрии задачи является оптимальным по точности и быстродействию.

Наиболее значимые результаты по данному вопросу были получены в работах [63-65], [66]. В работе [66] представлен расчет элементов матрицы рассеяния однородной изотропной диэлектрической вставки прямоугольного волновода с использованием метода матрицы линий передачи в частотной области. Работы [67,68] содержат аналогичные результаты, полученные при помощи метода конечных разностей. В работах [37,38] матрица рассеяния однородной изотропной волноводной вставки без потерь была рассчитана с помощью двумерного МКР. Аналогичные результаты, но с применением трехмерного МКР, получены в работе [39]. Во всех этих работах рассмотрен простейший случай, когда вставка выполнена из однородного изотропного материала. В связи с этим представляется актуальным исследование случая, когда в волноводе находится анизотропная вставка.

Исследование электромагнитного поля, рассеянного определенными препятствиями, расположенными в волноводах и их сочленениях [69-80], является одной из важнейших задач электродинамики. При этом наиболее сложной для анализа является ситуация, когда размеры включения соизмеримы с длиной волны волновода. Такие задачи стоят в практической радиофизике СВЧ диапазона. Так, T -образные сочленения волноводов являются составными компонентами микроволновых цепей. Такие соединения двух волноводов с металлическими включениями в области взаимодействия используются в радиотехнике как разветвители, фильтры, делители мощности [81-88]. Естественно, основными методами исследования таких структур являются численно-аналитические. Первые методы основывались на приближениях, которые широко использовались в электрических распределенных цепях [73, 89]. Известно несколько численных методов [72, 78, 80, 90]. Часто в этих работах используется метод частичных областей, однако при наличии включения в области взаимодействия двух волноводов реализация метода частичных областей наталкивается на значительные математические трудности. Альтернативный метод при решении задачи рассеяния электромагнитных волн металлическими объектами в прямоугольных волноводах и их соединениях основан на электродинамическом методе интегральных уравнений [84, 91].

В данной диссертации в строгой постановке решена задача рассеяния LM -электромагнитной волны на идеально проводящем включении произвольной формы внутри T -образной области взаимодействия двух прямоугольных волноводов с помощью теоремы Грина. Метод, основанный на теореме Грина, широко использовался для расчетов T -образных сочленений прямоугольных волноводов без включения в области взаимодействия [72, 78]. В рамках нашего подхода решение задачи рассеяния находилось из интегрального уравнения путем определения весовых функций, которые тождественно удовлетворяли уравнению Гельмгольца в области взаимодействия двух волноводов. А система весовых функций определялась с помощью решения трех вспомогательных задач рассеяния на включении в закороченном волноводе. В результате была получена система алгебраических уравнений относительно амплитуд рассеянных волн, которая была решена численно.

Задача дифракции электромагнитного излучения на цилиндрических объектах – одна из самых известных в электродинамике. Внимание, уделяемое исследователями этой задаче, объясняется многими практическими применениями явления дифракции на цилиндре. Так, путем анализа дифракционной картины можно получить информацию о размере поперечного сечения цилиндра, его форме, показателе преломления вещества. Многочисленные методы измерения этих параметров изложены в различных статьях и систематизированы в монографиях, например, в [92]. Эффекты, возникающие при взаимодействии электромагнитного излучения с диэлектрическими или металлическими волокнами, используются для измерения параметров этого излучения. В работах [93, 94] описан метод, использующий давление лазерного излучения на решетку из стеклянных волокон. В работах [95, 96] показано, как для измерения мощности лазерного излучения или распределения интенсивности в пучке использовать нагрев этим излучением решеток из тонких металлических проволок. Давление излучения и поглощенную мощность можно найти только из решения задачи дифракции на цилиндре.

Большой интерес представляет решение задачи о дифракции излучения на цилиндре с произвольной формой поперечного сечения. Попытки решить эту задачу предпринимаются постоянно (см., например, [97, 98]). Однако, полностью решенной задачу нельзя считать и сейчас. Так, в работе [97] приведены результаты расчетов для цилиндров с поперечным сечением в виде прямоугольника и круга, но только при размерах последних, намного меньших длины волны излучения.

В работе [99] исследована дифракция излучения на цилиндре с конкретной (треугольной) формой поперечного сечения. Трудности при решении этой задачи возникают из-за наличия ребер треугольника.

Задача становится еще более сложной для других форм поперечного сечения цилиндра (многоугольников) [100].

Значительный интерес представляет решение задачи о дифракции излучения на эллиптическом цилиндре, предельными случаями которого являются важные для практики конфигурации кругового цилиндра и ленты. Строгое аналитическое решение ее дано в работах [101, 102]. Но численный анализ результатов чрезвычайно труден, так как при этом необходимо вычислять функции Матье, требующие большого времени счета, а для определения постоянных коэффициентов нужно решать систему уравнений, количество которых пропорционально отношению диаметра цилиндра к длине волны излучения и может достигать нескольких десятков или даже сотен. Поэтому численные данные получены только для случаев, когда размеры полуосей эллипса сравнимы с длиной волны и эксцентриситет мал [103].

Полностью решена задача только для кругового цилиндра. Здесь получено строгое аналитическое решение и проведены численные расчеты для большого диапазона значений отношения диаметра цилиндра к длине волны излучения. Решение для цилиндра с произвольным комплексным показателем преломления и наклонного падения волны приведено, например, в статьях [104, 105] и монографиях [102, 106, 107].

Однако, оказалось, что при взаимодействии электромагнитной волны с очень тонким металлическим цилиндром наблюдается неизвестный ранее эффект аномально большого поглощения излучения. Этот эффект исследован в настоящей работе.

Таким образом, проведенный обзор литературы показывает, что существует достаточно большой круг научных областей и физико-технических приложений, в которых необходимо иметь четкое представление о процессах распространения электромагнитных волн в электродинамических структурах, обладающих пространственной неоднородностью свойств (анизотропия, дискретные неоднородности, слоистые среды и т.д.). Исследования в данных областях необходимы при разработке эффективных алгоритмов электродинамического анализа регулярных и нерегулярных линий передачи, а также при разработке алгоритмов, которые можно положить в основу проектирования и усовершенствования устройств СВЧ и антенной техники. В связи с этим представляется актуальным и необходимым построение и анализ физико-математических моделей взаимодействия электромагнитного поля с пространственно неоднородными и анизотропными материальными средами, а также с электродинамическими системами, содержащими неоднородные и анизотропные включения.

РАЗДЕЛ 2
РЕЖИМЫ СОБСТВЕННЫХ СИММЕТРИЧНЫХ ВОЛН ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДИАФРАГМИРОВАННОГО КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА

В данном разделе исследован режим собственных волн в круглом металлическом волноводе, периодически нагруженном металлическими дисками с отверстиями в центре.

Процессы формирования и существования собственных волн в диафрагмированном волноводе, обусловленные наличием периодической границы, оказываются достаточно уникальными и сложными, и только строгое единообразное комплексное исследование по всем типам волн, начиная от простейших из них, какими являются симметричные H -волны, способно решить поставленную задачу.

В диссертации использован подход исследования изучаемого объекта на базе строгих численных расчетов с использованием ЭВМ в рамках избранного прямого метода электродинамики, см., напр., [15]. Метод исследования состоит в получении строгого решения задачи на собственные значения в диафрагмированном волноводе, которое представлено дисперсионными зависимостями на диаграммах Бриллюэна и анализе влияния изменения геометрических параметров структуры на указанные решения. Основные результаты данного раздела изложены в работах [А1-А4].

2.1. Общая формулировка задачи о собственных симметричных волнах периодического диафрагмированного круглого волновода

Для решения задачи о собственных волнах периодического диафрагмированного круглого волновода, представленного на (рис. 2.1), использован известный метод частичных областей с продольным разделением, см., напр., [15, 108].

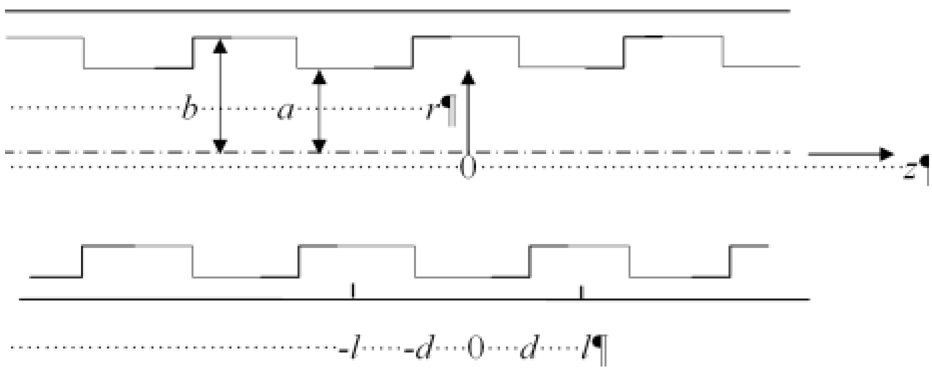


Рис. 2.1 Геометрия задачи

Имеются две частичные области: (I) – область $r < a$, называемая областью распространения, область (II) – $a \le r < b$, называемая областью периодичности. Пользуясь, как обычно, теоремой Флоке [31, 110, 111] для периодических структур, электромагнитные поля представленные по каждой из этих областей в виде рядов Фурье, подчиняем затем граничным условиям на границе раздела областей $r = a$. В результате по типам волн получаются системы функциональных уравнений для определения неизвестных, входящих в решение задачи, т.е. в поля по каждой из областей. Посредством процедуры переразложения система функциональных уравнений преобразуется затем к бесконечной однородной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных постоянных коэффициентов – амплитуд пространственных гармоник в области (I) и стоячих волн в области (II) (см. далее).

Так для случая H_{0i}-волн такая система имеет вид [108]

$$\begin{cases} a_{0m} q_m^2 Q_{0m}^M - \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} A_{0n} p_n^2 J_0 R_{mn} = 0, \\ A_{0n} p_n J_0' - \sum\limits_{m=1}^{\infty} a_{0m} q_m Q_{0m}^M P_{mn} = 0, \end{cases} \tag{2.1}$$

где A_{0n} – неизвестные амплитуды пространственных гармоник в области (I), a_{0m} – неизвестные амплитуды стоячих волн в области (II),

$$p_n^2 = k^2 - h_n^2, h_n = k\alpha + \pi nl, q_m^2 = k^2 - (\pi m / 2d)^2,$$
$$P_{mn} = -m\theta S_{mn} \exp[i(m+1)\pi / 2],$$
$$R_{mn}{=}2mS_{mn} \exp[i(1-m)\pi /2, S_{mn} = 2\sin[\pi((\xi_n^2 - m^2),$$
$$\xi_n = 2\theta(\kappa\alpha + n),$$
$$\varepsilon = \begin{cases} 1, m = 0 \\ 2, m > 0 \end{cases}, \theta = d / l,$$
$$Q_{om}^M = J_0(q_m r) - H_0^{(1)}(q_m r) J_0^{'}(q_m a) / H_0^{(1)'}(q_m a), \kappa\alpha = k\alpha l / \pi,$$
$$\kappa = kl / \pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...,$$

где $m = 0,1,2,...,k$ – постоянная распространения в свободном пространстве, $k\alpha$ – постоянная распространения в волноводе.

Для случая E_{0i}-волн система имеет вид [108]

$$\begin{cases} A_{0n} p_n J_0 - \sum_{m=1}^{\infty} a_{0m} q_m^2 Q_{0m}^E L_{mn} = 0, \\ a_{0m} q_m Q_{0m}^E - \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{0n} p_n J_0' K_{mn} = 0, \end{cases} \tag{2.2}$$

где A_{0n} – неизвестные амплитуды пространственных гармоник в области (I), a_{0m} – неизвестные амплитуды стоячих волн в области (II),

$$K_{mn} = \varepsilon \xi_n S_{mn} \exp(-im\pi / 2),$$
$$L_{mn} = \theta \xi_n S_{mn} \exp(im\pi / 2),$$
$$Q_{om}^E = J_0(q_m r) - H_0^{(1)}(q_m r) J_0(q_m a) / H_0^{(1)}(q_m a),$$

а все остальные параметры такие же, как и в системе уравнений (2.1).

Не приводя здесь весь подробный ход решения, отметим следующие моменты. В качестве базовых функций в области (I) используется система гармонических функций $\{\exp[(i\pi n / l)z]\}$. Область (II) представляет собой последовательность периодически расположенных одинаковых ячеек с порядковыми номерами $N = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$. В начале исследования предполагалось, что поля в ячейках представляют собой системы стоячих волн вдоль оси $0z$, порождаемые бегущими волнами из области (I). Таким образом, как это принято, в области (II) в качестве базовых использованы функции $\{\cos\Phi_m(z), \sin\Phi_m(z)\}$, где $\Phi_m(z) = (\pi m / 2d)(z + d - 2Nl)$, $m = 0, 1, 2, \ldots,$ представляющие собой стоячие волны.

На самом же деле поля в ячейках лишь представимы в виде рядов по стоячим волнам как единое целое, а физически отдельных стоячих волн в ячейках нет [15, 108].

Дисперсионные зависимости, рассчитываемые по системам (2.1), (2.2), представляют собой первый из двух типов возможной информации о волнах, а именно: это геометрические места существования волн на плоскости Бриллюэна $\kappa, \kappa\alpha$.

Нахождение по формулам (2.1) и (2.2) дисперсионных зависимостей, т.е. расчет диаграмм Бриллюэна и характеристик ими порожденных, используемых в работе, проводился численно по [109, 110] с использованием языка программирования PLI, система OS/2 [111, 112].

С целью оптимального ограничения объема всех вычислений в работе использован ряд следующих допущений. Так, если специально не оговаривается, то внешний радиус волновода b берется всюду постоянным, $b \equiv 3$. Если явно не оговаривается, то весь континуум возможных значений периода волновода $2l$ представлен двумя характерными ситуациями:

рассмотрен случай большого и случай малого периодов волновода с конкретными значениями l ($l = 3$ и $l = 0.75$, соответственно).

Период волновода будем считать большим, когда $l > \pi b \,/\, J'_{02}$, где J'_{02} есть второй корень производной функции Бесселя J_0, т.е. функции J'_0, если речь идет об H_{0i}-волнах. В случае E_{0i}-волн J'_{02} заменяется на J_{02}.

Это есть соотнесение величины периода по сравнению с радиусом волновода b.

Таким образом, для выбранных по периоду l образцов будет достаточно подробно исследовано влияние зазора между диафрагмами d и радиуса волновода a. При этом для полноты исследования и контроля за верностью получаемой численной информации предпочтение отдается непрерывному изменению параметров d и a.

Остановимся также на теоретических предпосылках проведенного далее в работе анализа.

Данная работа по исследованию собственных симметричных волн ПДКВ является непосредственным воплощением и использованием в рассматриваемом случае концептуальных основ исследования распространения собственных волн в структуре, которые достаточно полно сформулированы в [113] наряду с применяемой методикой исследования, изложенной выше.

Помимо представленного списка условных сокращений, обозначений и терминов, необходимых при работе, отметим здесь следующие основные теоретические положения, использованные при анализе распространения симметричных волн в ПДКВ [113]:

1. Положение о начальной периодичностной дисперсии в волноводе (о переходе средствами ДБ от гладкого волновода к периодическому с исчезающе малыми диафрагмами).
2. Положение о парциальных составляющих компонентах собственной волны. В частности, здесь следует говорить об энергетическом механизме образования собственной волны из парциальных составляющих на момент начальной периодичностной дисперсии.

2.2. Характеристика симметричных H_{0i} -волн периодического диафрагмированного круглого волновода и их свойства

В данном разделе с помощью диаграмм Бриллюэна (ДБ) исследуется трансформация собственных модов каждого из типов волн диафрагмированного волновода при изменении внутреннего радиуса a структуры.

При этом в случае наиболее простого типа собственных волн волновода – его H_{0i} -волн прослежена достаточно полная вариация $a \in (0, b)$ на двух характерных значениях периода (большом и малом) для случаев широкого и узкого зазоров между диафрагмами на каждом из периодов. Для H_{0i} -волн ПДКВ проанализирована также возможность их моделирования с помощью волн гладкого круглого волновода радиусов $r = a$ и $r = b$. Все это позволяет утверждать, что в работе в полной мере посредством ДБ охарактеризовано распространение симметричных H -волн в структуре.

В разделе выделены и проанализированы характерные особенности поведения симметричных и несимметричных H -волн (с 1-ой вариацией поля по азимуту).

Сопоставление выделенных особенностей поведения волн различных типов позволило впервые произвести классификацию собственных модов несимметричных волн.

В иерархии геометрических размеров ПДКВ $\{l, a, d\}$ период l, задающий и формирующий определяющие свойства волн периодической структуры [см., напр., 113], такие как начальная периодичностная дисперсия, образование парциальных составляющих собственной волны и др. – несомненно, стоит на 1-м месте. Далее следует ставить радиус пролетного канала a , характеризующий собой величину периодического возмущения, вносимого в гладкий волновод, т.е. высоту диафрагмы. Ширина ячейки между диафрагмами d ответственна главным образом за последующие “электродинамические нюансы” в поведении волн – вихри потоков энергии, резонансы и др. [113].

Ниже по всем типам волн структуры в наибольшей степени отслеживается влияние изменения величины радиуса a и возникающие в результате этого трансформации собственных модов.

Рассмотрим вначале H_{0i}-волны. С целью дать характеристику этого типа волн диафрагмированного волновода достаточно полно и в целом далее рассмотрены раздельно случаи большого $l = 3$ и малого $l = 0.75$ периодов в волноводе $b \equiv 3$ с широкой и узкой ячейками в каждом случае для некоторых наборов значений радиуса a из $[0,\, b]$.

Строгое определение понятию большого и малого периодов было дано выше в данном разделе.

На (рис. 2.2) [114, A1], [115, A2] представлены ДБ для $l = 3$, $d = 2.8$ (случай большого периода и широкой щели) при $a \in \{2.8; 2.4; 2; 1.2; 0.4\}$.

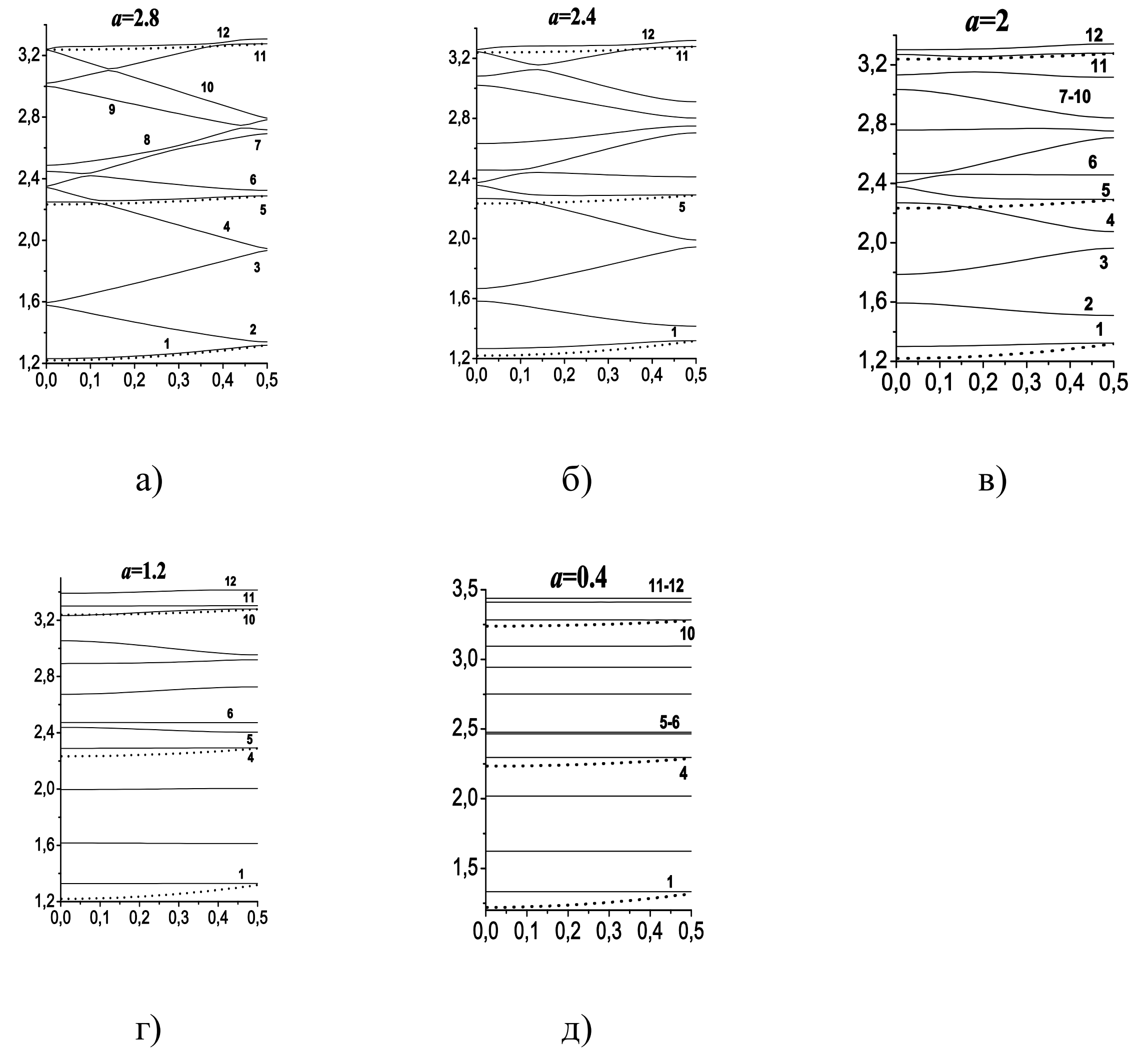


Рис. 2.2

При $a = 2.8$ четко наблюдается эффект начальной периодичностной дисперсии (н.п.д.), а моды H_{01}, H_{04} диафрагмированного волновода – это его регулярные моды, порожденные модами H_{01}^{r} и H_{02}^{r} гладкого волновода $r = 3$, соответственно (здесь верхний индекс r соответствует английскому regular). Все остальные из представленных модов являются периодичностными модами ПДКВ, порожденными регулярными модами, а именно: H_{02}, H_{03}, H_{03} и H_{011}, H_{012}, H_{012} – H_{01} (H_{01}^{r}), а H_{05}, H_{06} и H_{09}, H_{10} – H_{04} (H_{02}^{r}). Можно также отметить, что моды H_{011} и H_{012} имеют здесь наиболее сложный композитный характер вследствие влияния «брэгговских взаимодействий», регулярного мода $H_{013}(H^r_{03})$, не включенного в рисунок. С уменьшением радиуса a от $a=2.8$ до $a=2$ все старшие из представленных модов сохраняют составной характер, хотя типичная н.п.д. -картинка достаточно быстро исчезает, и, наконец, отметим, что при малом радиусе пролетного канала $a=0.4$ запертые моды H_{05}, H_{06}, а также моды H_{011} и H_{012} располагаются очень близко друг к другу по частоте.

Представленные на (рис. 2.2) частоты содержат три мода регулярного круглого волновода $r=b$, H^r_{0i}, $i=1,2,3$, изображенных точечными кривыми. И с уменьшением величины радиуса a происходит монотонное возрастание собственных частот модов H_{0i}, $i=1,\dots,12$, диафрагмированного волновода всюду за исключением частот регулярного волновода для собственных значений $æ\alpha=0.5$:

$$H_{01}\equiv H^r_{01}, H_{05}\equiv H^r_{02}, H_{011}\equiv H^r_{03} \quad \text{для } 3>a>1.2;$$

$$H_{01}\equiv H^r_{01}, H_{04}\equiv H^r_{02}, H_{010}\equiv H^r_{03} \quad \text{для } 1.2\geq a>0.$$

Влияние изменения радиуса пролетного канала a на H_{0i} -волны рассматриваемой структуры в случае узкой щели $l=3$, $d=0.3$, представлено на (рис. 2.3) [114, A1], где рассмотрены младшие 12 модов для 5-ти значений радиуса $a\in\{2.8; 2.4; 2; 1.2; 0.8; 0.4\}$.

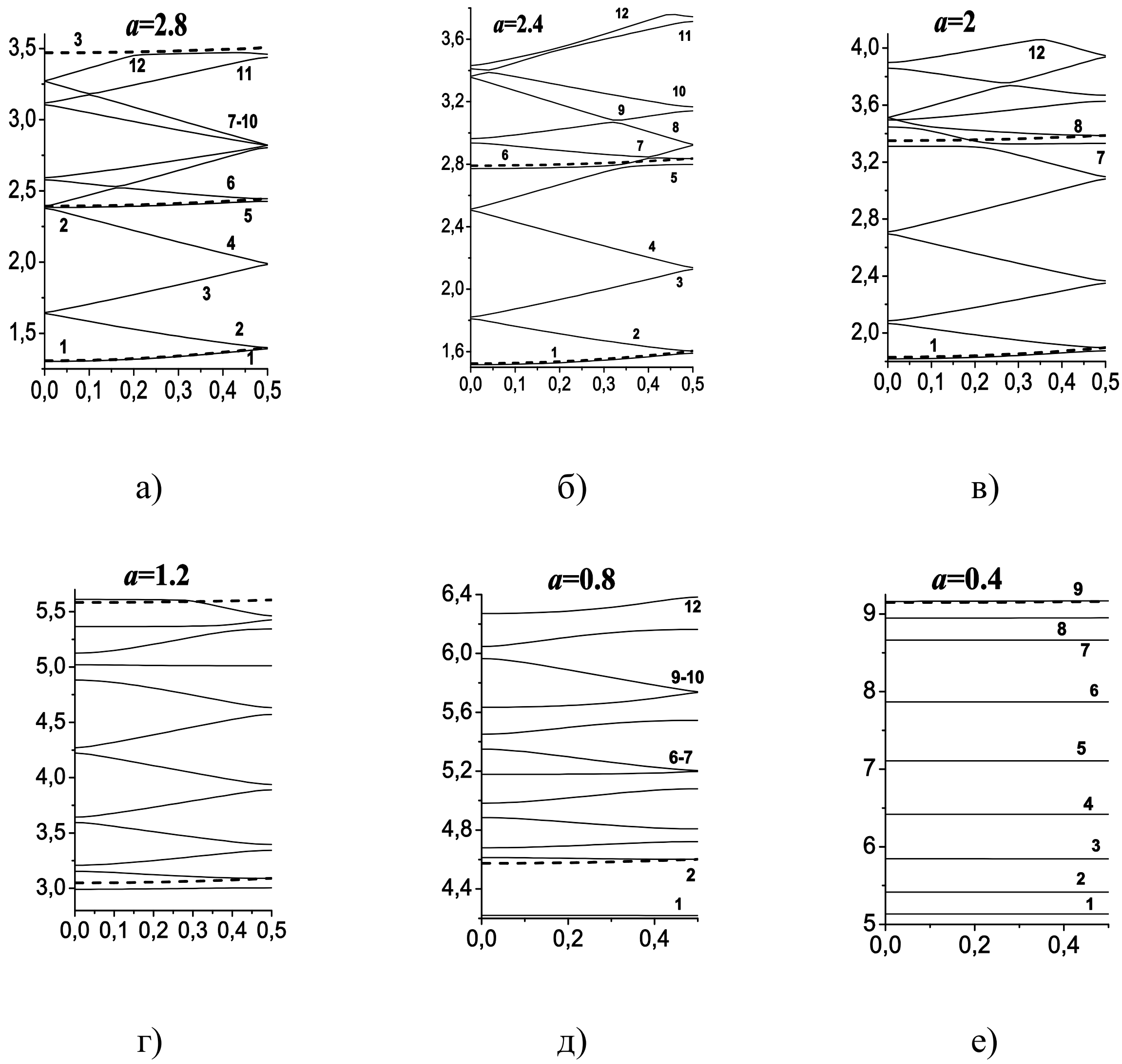


Рис. 2.3

Здесь имеет место четко выраженный эффект начальной периодичностной дисперсии по гладкому круглому волноводу $r = a$ для $2.8 \geq a \geq 2$ для всех представленных модов за исключением отдельных брэгговских волновых точек. При $a = 2.8$, $æ = 0$ моды H_{01}, H_{05} являются регулярными (по H_{01}^{r} и H_{02}^{r}, соответственно). При этом мод H_{05} имеет лишь слабосоставной характер, как видно на фрагменте а) (рис. 2.4); моды H_{02}, H_{03}, H_{04}, H_{06}, H_{011}, H_{012}, а также моды H_{07}, H_{08}и H_{09}, H_{10} являются периодичностными модами по H_{01}^{r} и H_{02}^{r}, соответственно.

Фрагменты а), б), в), представленные на (рис. 2.4), демонстрируют, в частности, что при узкой щели $d = 0.3$ имеет место резко выраженная локализация периодичностного эффекта парциалов волны вокруг брэгговских волновых точек. Имеется на этих фрагментах и ряд других деталей, относящихся к формированию собственных (в первую очередь, периодичностных) модов и дополняющих существующие представления [113]. Например, на представленном фрагменте б) (рис. 2.4) при $\ae\alpha = 0.5$ моды H_{07}, H_{010} периодичностно формируются по моду H^{r}_{01}, а моды H_{08}, H_{09} –по моду H^{r}_{02} , и при этом, по-видимому, брэгговский диапазон по H_{08} , H_{09} содержится внутри диапазоны H_{07} , H_{010} . На фрагменте в) $\ae\alpha = 0$, моды H_{07}, H_{08} формируются по H^{r}_{0r} , а H_{09}, H_{010} – по H^{r}_{01}, и их брэгговские диапазоны идут один за одним.

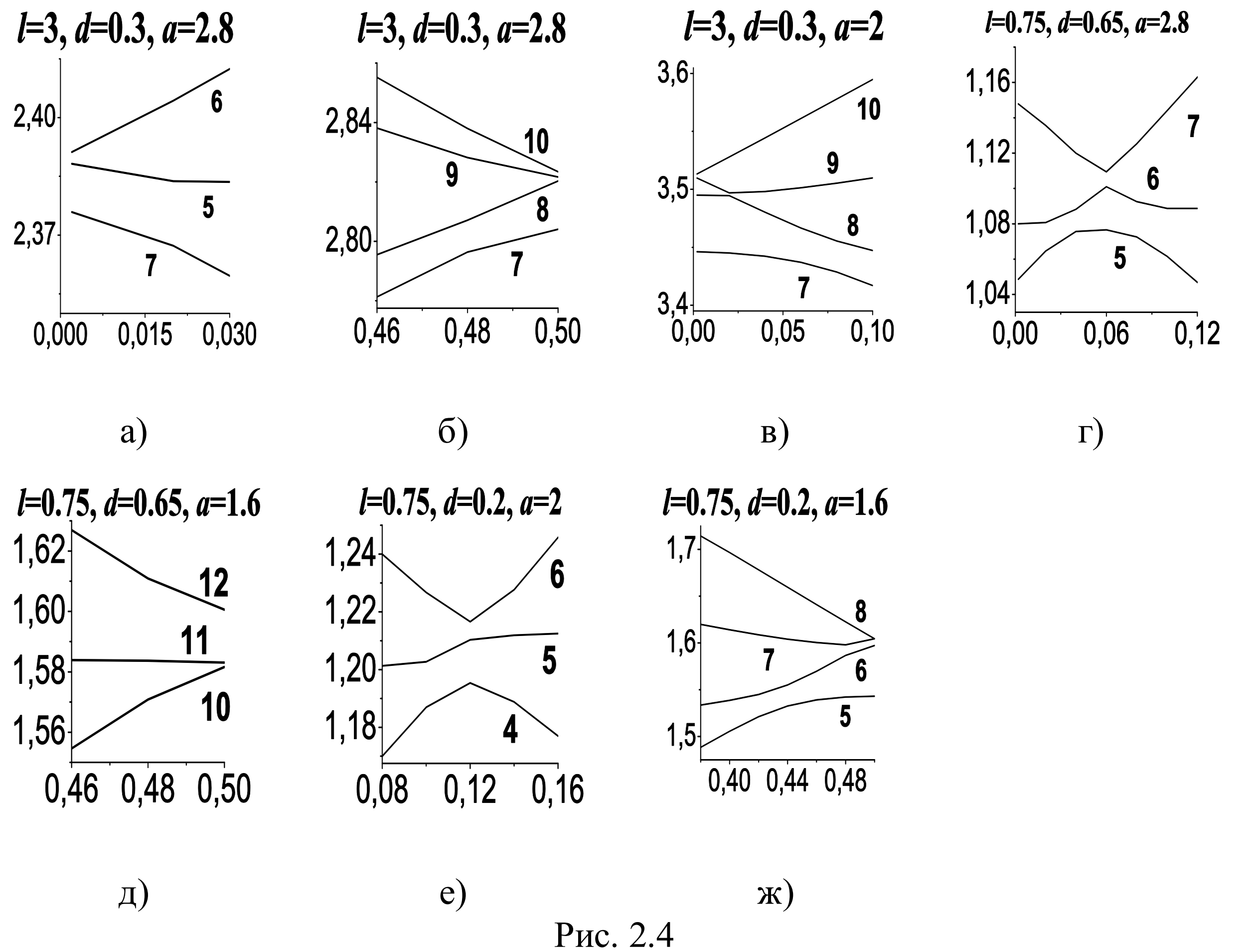
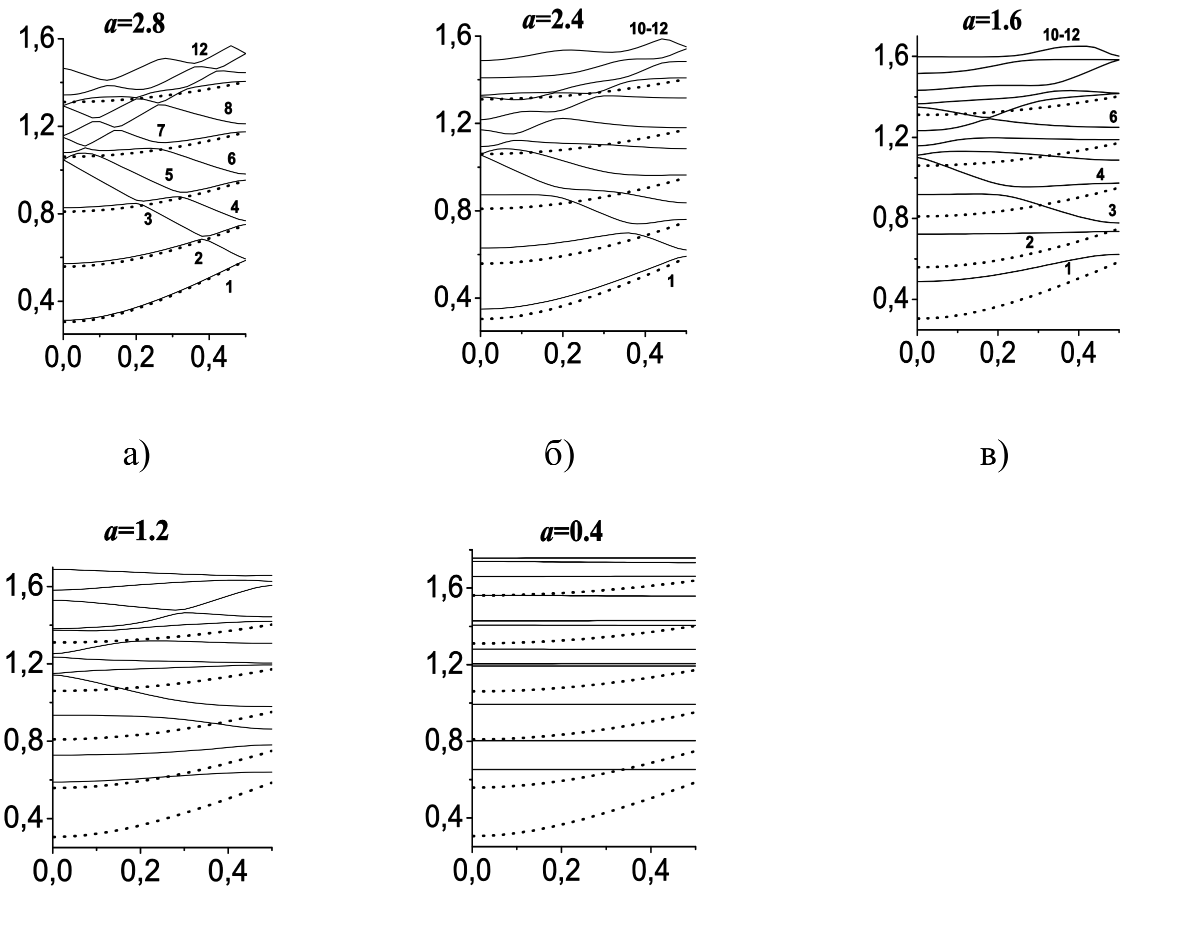


Рис. 2.4

Как видно из (рис. 2.3), в рассматриваемом случае диафрагмированного волновода с большим периодом и узкой щелью, $l = 3, d = 0.3$, имеет определенный смысл моделирование регулярным волноводом $r = a$. Здесь имеет место достаточно четкое равенство собственных частот модов ПДКВ и гладкого волновода по верхней границе $\text{æ}_\text{i}^\text{u}$ (индекс “u” - от англ. upper) и брэгговских диапазонов $\Delta\omega_i$, так что, в частности, $\text{æ}_\text{i}^\text{u} = H_{0i}^r$, при $\text{æ}\alpha = 0.5$.

Далее исследуется диафрагмированный волновод с малым периодом $l = 0.75$ в случае широкой $d = 0.65$ и узкой $d = 0.2$ щелей. На диаграммах (рис. 2.5) диафрагмированный волновод имеет размеры $l = 0.75, d = 0.65, a \in \{2.8; 2.4; 1.6; 1.2; 0.4\}$.



а) б) в)

г) д)

Рис. 2.5

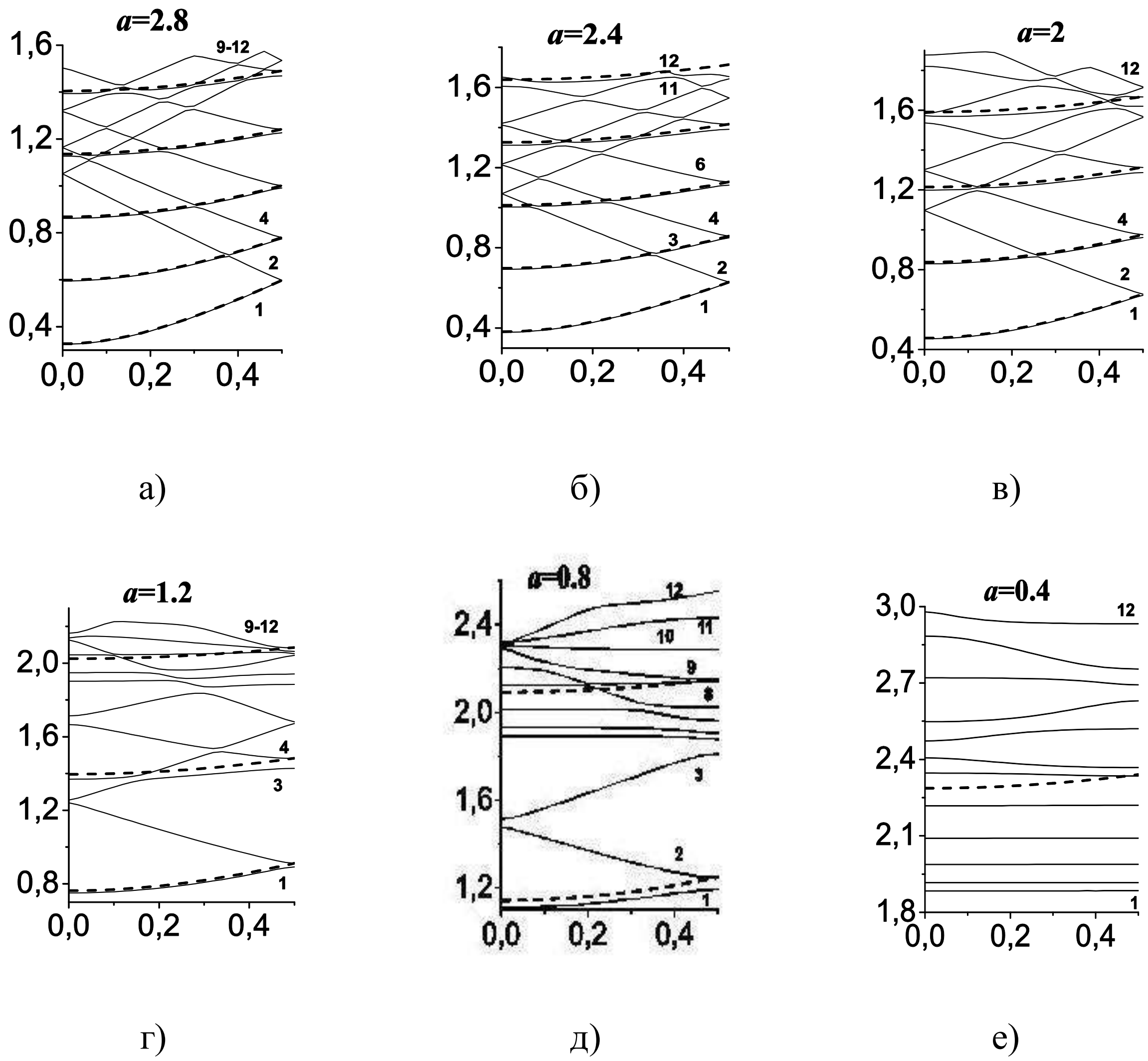
При $a = 2.8$ моды H_{0i}, $i = 1, 2, 3, 6, 11$ являются регулярными модами, взаимно-однозначно соответствующими модам H^r_{0i}, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, соответственно. Из остальных 7 модов моды H_{04}, H_{05}, (по H^r_{01}), H_{07}, H_{08}, (по H^r_{02}), H_{09}, H_{010}, (по H^r_{03}) и H_{012}, (по H^r_{04}) – это периодичностные моды. При конечном значении $a = 0.4$ запертые моды $H_{04}, H_{05}; H_{07}, H_{08}$ и H_{011}, H_{012} расположены попарно на очень близких частотах.

В рассматриваемом волноводе моды имеют отчетливо выраженную кусочную составленность. Это обусловлено наличием большого числа внутренних брэгговских точек, в которых при образовании собственных модов ПДКВ взаимодействуют моды начальной периодичностной дисперсии (регулярные и периодичностные), порожденные для каждой из брэгговских точек разными H^r_{0i} модами. С этим же, возможно, связано то, что волны здесь распространяются (моды не заперты) при малых значениях радиуса $a \in [0.8; 0.4]$.

Два особых случая формирования собственных модов показаны на фрагментах г) и д) (рис. 2.4), относящихся к диаграммам (рис. 2.5). Здесь в соответствующих брэгговских точках – во внутренней точке фрагмента г) $a = 2.8$ и в граничной брэгговской точке $æ\alpha = 0.5$ фрагмента д) $a = 1.6$ – взаимодействуют сразу по 3 мода.

Как видно из диаграмм (рис. 2.5), моделирование регулярным волноводом $r = b$ не приемлемо в данном случае; еще менее приемлемо здесь регулярное моделирование $r = a$.

Случай толстой диафрагмы на малых периодах представлен на (рис. 2.6), где $l = 0.75$, $d = 0.2$, $a \in \{2.8; 2.4; 2; 1.2; 0.8; 0.4\}$.



а) б) в)

г) д) е)

Рис. 2.6

При убывании значений радиуса a условия начальной периодичностной дисперсии достаточно четко просматриваются здесь вплоть до величины $a = 1.2$. Об этом свидетельствует резко выраженная кусочная составленность модов при наличии достаточно узких брэгговских диапазонов.

Моделирование регулярным волноводом $r = a$, как и в рассмотренном выше случае толстой диафрагмы на больших периодах (рис. 2.3), также может оказаться приемлемым для каких-то ограниченных целей и, по-видимому, даже с большей точностью в данном случае.

2.3 Свойства симметричных E_{0i} -волн периодического диафрагмированного круглого волновода

В данном подразделе рассмотрены характеристики распространения E_{0i}-волн в диафрагмированном волноводе. Согласно принятой методике рассмотрены случаи большого и малого периодов с широкой и узкой ячейками между диафрагмами в каждом случае и проварьировано значение радиуса a. Используемые на практике в линейных ускорителях электронов (ЛУЭ) E_{0i}-волны в целом демонстрируют при анализе во много раз большую сложность поведения, в отличие от рассмотренных выше H_{0i} -волн, при наличии целого ряда своих специфических особенностей. Приведенные здесь данные лишь приближѐнно демонстрируют на диаграммах всю сложность изучаемого объекта.

На (рис 2.7) представлены ДБ для $l = 3, d = 2.8$ (случай большого периода и широкой щели) при $a \in \{2.8, 2.4, 2.0, 1.6, 1.4, 1.0, 0.4\}$ и рассмотрены 12 младших модов $E_{0i}, i = 1, 2, ..., 12$.

При $a = 2.8$ имеет место достаточно четко выраженный эффект н.п.д., а моды E_{01}, E_{04}, E_{011} – это регулярные моды ПДКВ, порожденные модами E_{0i}^{r}, $i = 1, 2, 3$, гладкого волновода $r = 3$, соответственно. Все остальные из имеющихся модов – это периодичностные моды ПДКВ, порожденные регулярными.

В частности, стрелками «↑↓» всюду на рисунке обозначена реакция критических (и ближайших к ним) частот на уменьшение значения радиуса a (т.е. знак производной $\partial\kappa / \partial a$) Видим, что с изменением a эта реакция изменяется: $\partial\kappa / \partial a < 0, \partial\kappa / \partial a > 0, \partial\kappa / \partial a \approx 0$ для всех $\kappa\alpha \in [0, 0.5]$.

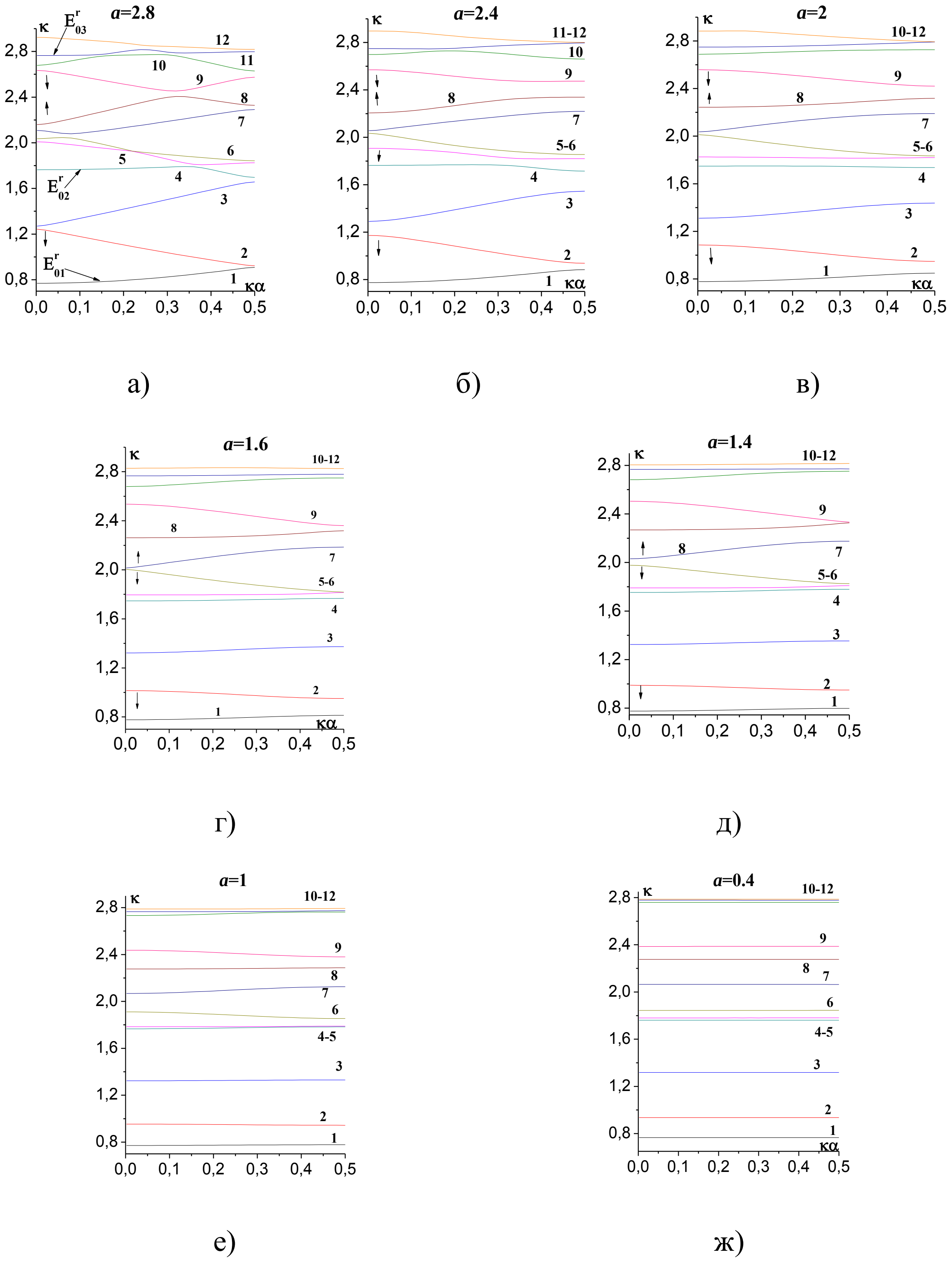


Рис.2.7 Диаграммы волновода с большим периодом и широкой ячейкой $l = 3$, $d = 2.8$ при $a \in \{2.8; 2.4; 2; 1.2; 0.8; 0.4\}$ для 12 модов.

Т.е. моды E_{0i}-волн, в отличие от H_{0i}-волн, при изменении радиуса a гораздо более активно “взаимодействуют” между собой и трансформируются;

часто наблюдаются “квази-кроссинги” дисперсионных кривых модов, т. е. “квази-н.п.д.” условия, когда исчезающее малы обратные парциалы волн в соответствующих брэгговских волновых точках [113]. Есть в этом случае и много других важных свойств E_{0i}-волн.

Кстати, именно такого рода волноводы с большими периодами и узкими диафрагмами используются в ускоряющих волноводных секциях ЛУЭ [14, 15].

Отметим прежде всего стабильность критических частот регулярных модов E_{01}, E_{04}, E_{011} E_{10} . Они слабо изменяются с уменьшением радиуса a и даже могут принадлежать различным модам, но принимают свои первоначальные значения (т.е. значения при $a \approx b$) у запертых модов при малых a . Из Таблицы 2.1, содержащей критические частоты модов $E_{0i}, i = 1, 4, 11, 10, 12,\ a \in \{2.8, 1.2, 1, 0.8, 0.6, 0.4\}$, в частности, виден дрейф вверх E_{10} с вытеснением с κ_{kp} мода E_{11}, дрейфующего затем вверх. При $a \approx 0.6$ $E_{11}, \kappa\alpha = 0$ встречается и взаимодействует с дрейфующим вниз E_{12}. И весь диапазон по 12 модам лишь слабо уменьшился, практически оставаясь постоянным при $b > a > 0$.

Таблица 2.1

Критические частоты модов $E_{0i}, i = 1, 4, 11, 10, 12$ при $a \in \{2.8; 2.4; 2; 1.2; 0.8; 0.4\}$

i\a	**2.8**	**1.2**	**1**	**0.8**	**0.6**	**0.4**
1	0.769	0.773	0.771	0.769	0.768	0.764
4	1.764	1.761	1.766	1.767	1.765	1.761
11	2.764	2.765	2.766	2.775	2.783	2.778
10	2.678	2.698	2.732	2.756	2.76	2.76
12	2.923	2.793	2.788	2.787	2.786	2.786

Далее, κ_{kp} 1-го периодичностного мода E_{02} монотонно уменьшается от 1.242 при $a=2.8$ до 0.936 при $a=0.4$, а κ_{kp} E_{03} не изменяется при $b>a>0$. По сути, все эти факты и явления на больших периодах, $l=3$ в нашем случае, предваряют весь тот конгломерат свойств собственных волн в волноводе с малым периодом.

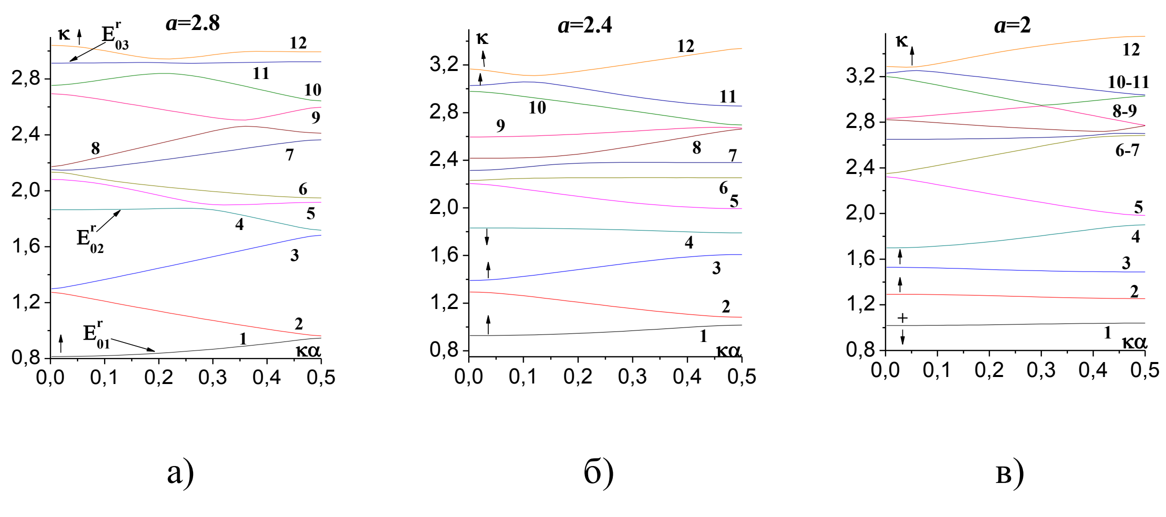
При $a=1.6$ (рис. 2.7 г), имеют место квази-кроссинги E_{05} с E_{06} на $\kappa\alpha=0.5$ и E_{06} с E_{07} на $\kappa\alpha=0$, при этом E_{06}, E_{07} достаточно близки на $\kappa\alpha=0.5$ при $2\geq a\geq 1.6$ (рис. 2.7 в, г), а E_{06}, E_{07} на $\kappa\alpha=0$ при $2.4\geq a\geq 1.6$ (рис 4.7 б, в, г).

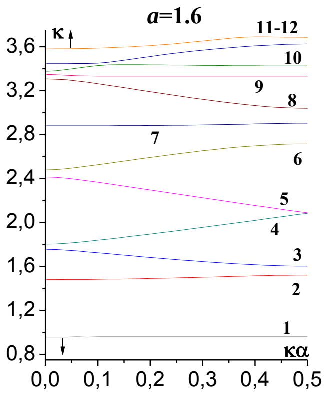
При всех значениях радиуса $b>a>0$ $E_{010}, E_{011}, E_{012}$ расположены на ДБ группой вблизи друг от друга и при малых a почти сливаются: при $a=0.4$ (рис. 2.7 ж), их $\kappa_{kp}=2.76, 2.778, 2.786$, соответственно. Аналогично при малых a (рис. 2.7 е, ж) близко рядом располагаются запертые E_{04}, E_{05}, а κ_{kp} мода E_{06} достаточно мало превышает κ_{kp} E_{05}. При $a=1.4$ (рис. 2.7 д) E_{08}, E_{09} имели квази-кроссинг на $\kappa\alpha=0.5$, при малых $a=1;0.4$ (рис. 2.7 е, ж), запертые моды E_{07}, E_{08}, E_{09} образуют достаточно разряженный спектр.

Влияние изменения радиуса a на E_{0i}-волны ПДКВ в случае узкой щели, $l=3$, $d=0.3$, представлено на (рис 2.8) с помощью 12 младших модов при 7 значениях радиуса $a\in\{2.8, 2.4, 2, 1.6, 1.2, 0.8, 0.4\}$.

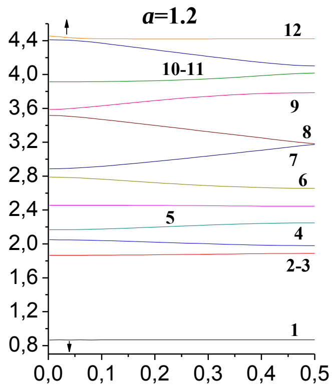
При $a=2.8$ (рис. 2.8 а) как и ранее в случае широкой щели $d=2.8$ (рис. 2.7 а) имеет место эффект, близкий к н.п.д. (несколько худший в данном случае), и E_{01}, E_{04}, E_{011} являются аналогичными регулярными модами. За исключением E_{02}, который сохраняет значение κ_{kp} при $2.8 \geq a > 2$, при $a \leq 2$ его κ_{kp} возрастает (рис 2.8 а, б, в) и E_{09}, у которого значение κ_{kp} уменьшается при $2.8 > a \geq 2.4$ (рис. 2.8 а, б) критические частоты других модов возрастают. При этом увеличивается весь рассматриваемый диапазон по 12 модам.

Данная тенденция возрастания критических и других собственных частот модов при уменьшении a, особенно сильная для старших модов и приводящая к монотонному увеличению всего диапазона по 12 модам, сохраняется по всей вариации радиуса $a \in (b,0)$ (рис. 2.8). При этом на отдельных отрезках убывания a имеют место достаточно сильные уменьшения значений собственных частот (критических частот) модов. Это вызвано междумодовыми трансформациями с их условиями квази-кроссингов дисперсионных кривых, в частности.

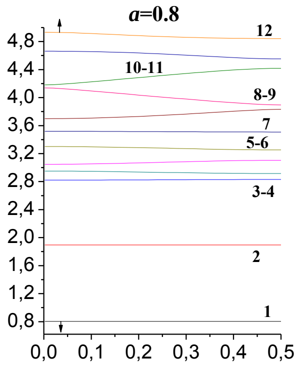




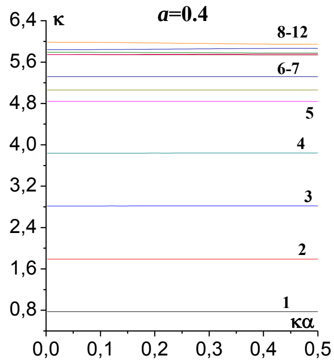
г)



д)



е)



ж)

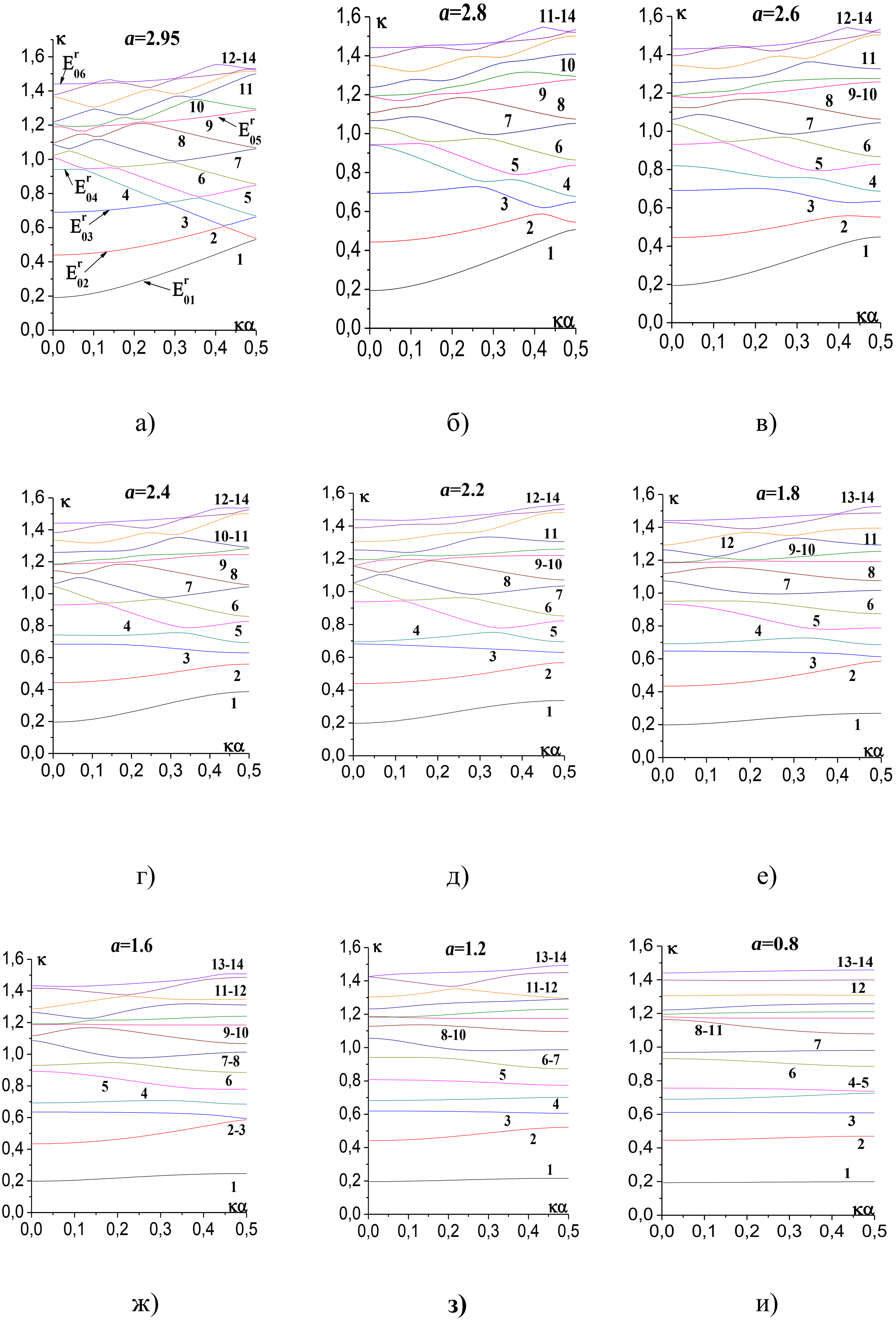
Рис. 2.8 Диаграммы волновода с большим периодом и узкой ячейкой $l = 3$, $d = 0.3$ при $a = \{2.8, 2.4, 2, 1.6, 1.2, 0.8, 0.4\}$ для 12 модов.

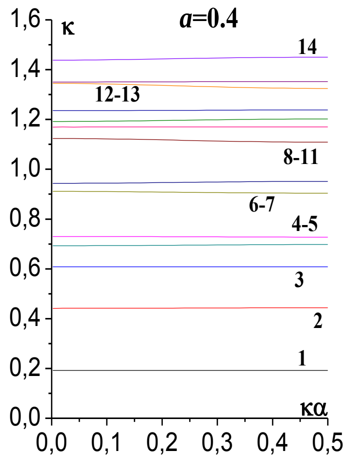
При $a = 2$ (рис. 2.8 в) монотонно возраставшая κ_{kp} мода E_{01} достигает приблизительно своего максимального значения, а сам мод здесь уже почти заперт. При последующем уменьшении a E_{01} запирается (перестает распространяться) и его κ_{kp} убывает (рис. 2.8 г-ж). При $a = 2$ для E_{0i}, $i = 6, 7, \ldots 11$ имеются четкие междумодовые квази-кроссинги дисперсионных кривых на $0 \leq \kappa\alpha \leq 0.5$; для ближайщих к ним E_{05} и E_{012} имеются в наличии явные брэгговские полосы.

При $a = 1.6$ (рис. 4.8 г) четкий квази-кроссинг имеют E_{04}, E_{05} на $\kappa\alpha = 0.5$, E_{09}, E_{010} на $\kappa\alpha = 0$, E_{010}, E_{011} на $0 < \kappa\alpha < 0.5$. Запертый E_{01} дрейфует вниз по частоте, а собственные частоты других модов возрастают. При $a = 1.2$ (рис. 2.8 д) четкий квази-кроссиг имеют E_{07}, E_{08} на $\kappa\alpha = 0.5$ и E_{011}, E_{012} на $0 < \kappa\alpha < 0.5$; E_{01} и остальные моды ведут себя как и в предыдущем случае $a = 1.6$.

При последующем убывании a младшие из рассмотренных модов, становясь запертыми, приобретают последовательно при соответствующем значении радиуса a значения критических частот регулярных модов: $E^r_{01}, E^r_{02} - E_{01}, E_{02}$, соответственно, при $a = 0.8$ (рис. 2.8 е); E^r_{0i} -моды ПДКВ $E_{0i}, i = 1,2...,5$ соответственно, при $a = 0.4$ (рис. 2.8 ж). Здесь при наименьшем $a = 0.4$ (рис. 2.8 ж) частотный диапазон по 12 модам составляет $\kappa \in \{0.772; 5.986\}$.

Далее рассматривается диафрагмированный волновод с малым периодом $l = 0.75$ при тонкой и толстой диафрагме $d \in \{0.65, 0.2\}$. Период есть главный геометрический размер любой периодической структуры. Приводимые ниже данные наглядно это демонстрируют.


a=2.95
12-14
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
E^r_{06}
E^r_{05}
E^r_{04}
E^r_{03}
E^r_{02}
E^r_{01}
κ
κα
а)
a=2.8
11-14
б)
a=2.6
12-14
9-10
в)
a=2.4
12-14
10-11
г)
a=2.2
12-14
9-10
д)
a=1.8
13-14
9-10
е)
a=1.6
13-14
11-12
9-10
7-8
2-3
ж)
a=1.2
13-14
11-12
8-10
6-7
з)
a=0.8
13-14
8-11
4-5
и)



к)

Рис. 2.9 Диаграммы волновода с малым периодом и широкой ячейкой $l = 0.75, d = 0.65$ при $a = \{2.95, 2.8, 2.6, 2.4, 2.2, 1.8, 1.6, 1.2, 0.8, 0.4\}$ для 14 модов.

На (рис. 2.9 а), $a = 2.95$, представлен ПДКВ с очень малой ($b - a = 0.05$) тонкой диафрагмой, т.е. имеют место и четко видны на диаграмме условия н.п.д. Здесь E_{01}, E_{02}, E_{03}, E_{04}, E_{09}, E_{014} – регулярные моды ПДКВ, порожденные модами E^r_{0i}, $i = 1, 2, ..., 6$, гладкого волновода $r = b$. Остальные 8 периодичностных модов ПДКВ порождены его регулярными модами: $E_{05}, E_{06} - E_{01}$; $E_{07}, E_{08} - E_{02}$; $E_{010}, E_{011} - E_{03}$; E_{012}, $E_{013} - E_{04}$, т.е. в условиях н.п.д. на ДБ между регулярными E_{04} и E_{09} и между E_{09} и E_{14} расположены по 2 пары образовавшихся в результате периодичностной дисперсии периочностных модов [113].

При уменьшении радиуса a, т.е. при росте диафрагмы, на малых периодах с широкой щелью имеет место явление сильного дрейфа периодичностных модов E_{0i} -волн вниз по частоте. Так, в частности, на (рис. 2.9 а, б), $a = 2.95, 2.8$, видно, что мод E_{05} монотонно опустился вдоль оси κ при

$2.95 > a \geq 2.8$ до κ_{kp} регулярного мода E_{04}, «вытеснил» E_{04} вниз и принял его значение κ_{kp}. При этом E_{05} потерял свою кусочную периодичностную компоненту по моду E_{01}, т.е. стал регулярным по E_{04}^{r}. E_{04}, потерявший свою регулярную компоненту вблизи своей κ_{kp} и ставший здесь периодичностным по E_{01}, стал дрейфовать вниз по частоте при уменьшении a. Т.е. результатом встречи E_{05} и E_{04} на критической частоте последнего явилась указанная трансформация обоих данных модов с их локальным обменом и последующим дрейфом вниз по частоте при $a < 2.8$ вновь образованного периодичностного мода E_{04}. В результате на единичном отрезке $\kappa \in [0,1] = e_1(l)$ при $a \leq 2.8$ находятся 5 модов $E_{0i}, i = 1,2,...5$. Отметим также, что E_{11} незначительно увеличил свою κ_{kp} при $2.95 > a > 2.8$ (рис. 2.9 а, б), которая затем практически не изменяется при $2.8 \geq a \geq 2$ (рис. 2.9 б-д).

На (рис. 2.9 б-г), $a \in \{2.8, 2.6, 2.4\}$, дисперсионные кривые E_{09} и E_{010} имеют квази-кроссинг при $\kappa\alpha = 0$, затем E_{010} "вытесняет" вниз E_{09}, которая дрейфует затем по κ вниз при $2.4 > a > 2.2$, и при $a = 2.2$ (рис. 2.9 д) имеют место квази-кроссинги кривых E_{09}, E_{08} и E_{07}, E_{06} на $\kappa\alpha = 0$, а также квази-кроссинги для модов $E_{0i}, i = 5,6,...10$ во внутренних брэгговских точках. Продолжающий при $2.8 \geq a \geq 2.2$ дрейф вниз по κ периодичностный мод E_{04} вытесняет встречный регулярный E_{03}, становится на его место, а E_{03} в свою очередь начиняет с уменьшением a дрейфовать вниз по κ (рис. 2.9 д). При a немного меньшем 2.2 E_{06} начинает дрейф вниз по κ.

При $a=1.8$ (рис. 2.9 е) на отрезке $e_1(l)$ находятся уже 6 модов $E_{0i}, i=1,2,...6$. Здесь наблюдается весьма интересный “длинный по $\kappa\alpha$” квази-кроссинг кривых E_{09}, E_{010} вблизи $\kappa\alpha \geq 0$ и так же протяженный, но более слабый квази-кроссинг при $\kappa\alpha \approx 0.2$; E_{013} и E_{014} имеют квази-кроссинг при $\kappa\alpha \approx 0.4$.

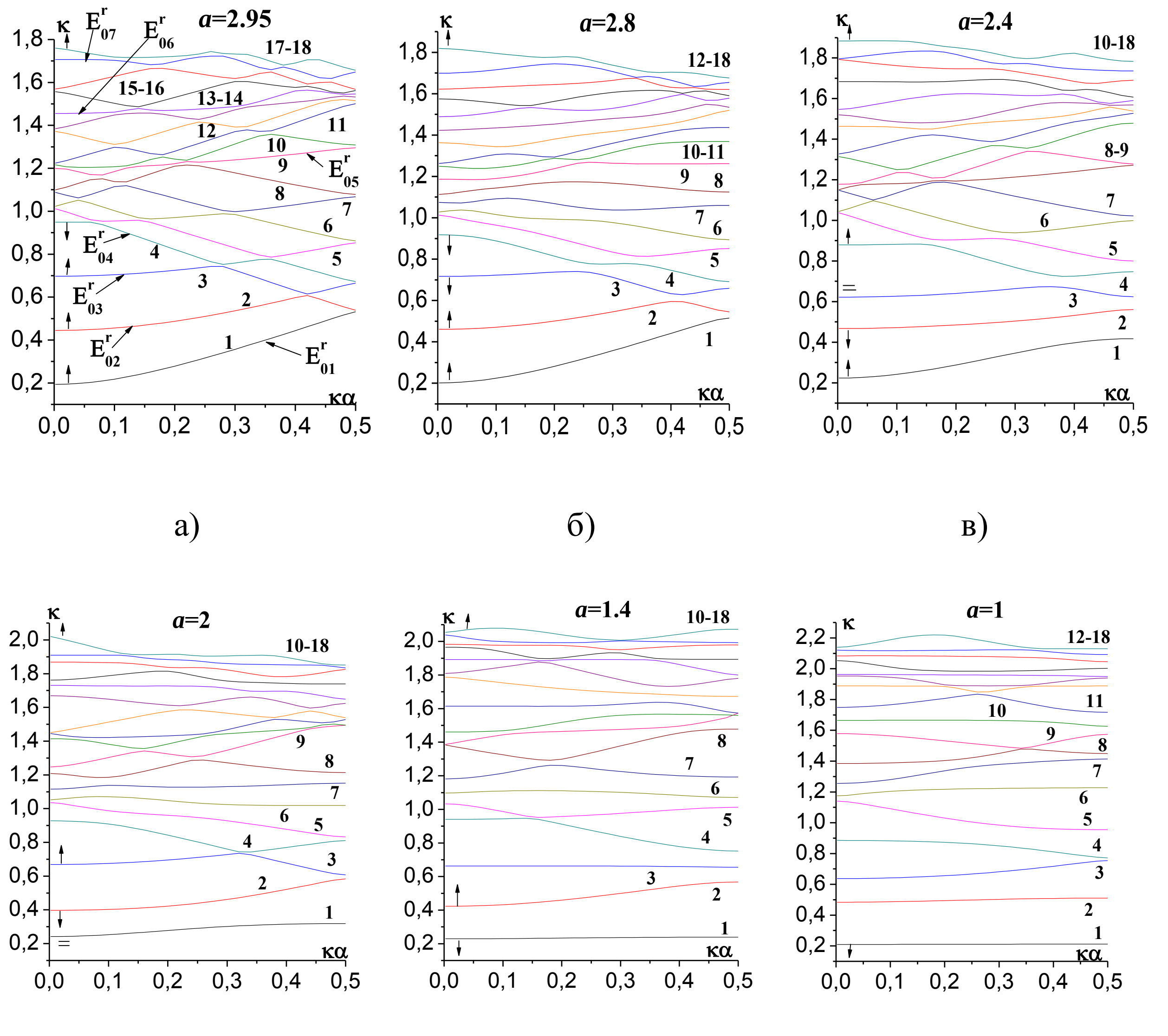
При $1.6 \geq a \geq 1.2$ (рис. 2.9 ж, з) “длинный” квази-кроссинг E_{09}, E_{010} на $\kappa\alpha \geq 0$ сохраняется, регулярные моды $E_{01}, E_{02}, E_{04}, E_{06}, E_{010}, E_{014}$ сохраняют значения своих критических частот, периодичностные моды E_{03}, E_{05} дрейфуют вниз, имеется ряд других квази-кроссингов модов. При $a \approx 1.4$ (диаграмма не представлена) E_{07} начинает дрейф вниз по κ.

При $a=0.8, 0.4$ (рис. 2.9 и, к) на $e_1(l)$ находятся 7 модов E_{0i}, $i=1,2,...7$. Большинство модов здесь запертые. Но для отдельных из них имеют место взаимодействия: E_{04}, E_{05} на $\kappa\alpha = 0.5$ и E_{08}, E_{011} на $\kappa\alpha = 0$ (рис 4.9 и); E_{012}, E_{013} на $\kappa\alpha = 0$ (рис. 2.9 к).

Таким образом, основные свойства E_{0i}-волн ПДКВ с малым периодом и тонкой диафрагмой, установленные с помощью диаграмм Бриллюэна в процессе изменения радиуса a, можно охарактеризовать следующим образом: 1) сохранение диапазона; 2) сохранение значений регулярных критических частот, принадлежащих в процессе вариации a различным модам; 3) явление дрейфа периодичностных модов вниз по частоте (с междумодовыми перестройками со встречными регулярными модами), а также

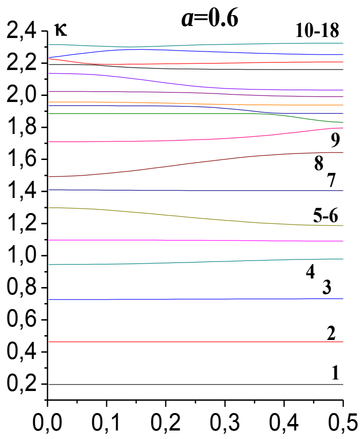
4) многочисленные “обычные” междумодовые трансформации с квази-кроссингом соответствующих дисперсионных кривых.

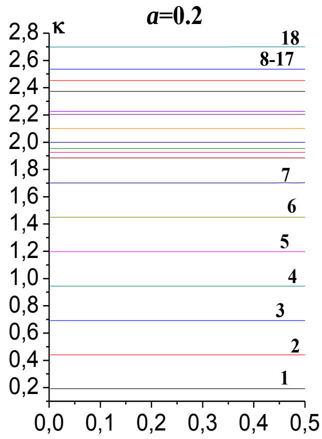
На диаграммах (рис. 2.10) проанализирован волновод $l = 0.75,\ d = 0.2,\ a \in\ 2.95, 2.8, 2.4, 2, 1.4, 1, 0.6, 0.2$ и рассмотрено 18 модов $E_{0i}, i = 1, 2, \ldots 18$.



а) б) в)

г) д) е)





ж) з)

Рис.2.10 Диаграммы волновода с малым периодом и узкой ячейкой l=0.75, d=0.2, $a \in \{2.95,\ 2.8,\ 2.4,\ 2,\ 1.4,\ 1,\ 0.6,0.2\}$ для 18 модов.

На (рис. 2.10 а), $a = 2.95$ представлен волновод с очень малой $(b - a = 0.05)$ толстой диафрагмой (узкой щелью); здесь четко присутствуют условия н.п.д. и $E_{01} = E^r_{01}$, $E_{02} = E^r_{02}$, $E_{03} = E^r_{03}$, $E_{04} = E^r_{04}$, $E_{09} = E^r_{05}$, $E_{014} = E^r_{06}$, $E_{017} = E^r_{07}$ – это регулярные моды ПДКВ, порожденные модами гладкого волновода $r = b$. Остальные 11 модов являются периодичностными модами: парные моды $E_{05}, E_{06}; E_{07}, E_{08}$ располагаются между регулярными E_{04} и E_{09}, парные $E_{010}, E_{011}; E_{012}, E_{013}$ под регулярным E_{014} и E_{015}, E_{016} под $E_{017} = E^r_{07}$.

Из диаграммы (рис. 2.10 б), $a = 2.8$, следует, что при $2.95 > a \geq 2.8$ произошла сильная перестройка модов с образовавшимися в результате достаточно широкими брэгговскими полосами. Однако при этом в нескольких внутренних брэгговских точках $\kappa\alpha \in (0.5)$ у старших модов, напр., E_{010}, E_{011}; E_{014}, E_{015}; и др. имеют место квази-кроссинги дисперсионных кривых (т.е. выполняются условия малых возмущений). И частоты κ_{kp} всех периодичностных модов возросли, исключая E_{05}, E_{06} , у которых κ_{kp} приблизительно сохраняются постоянными при $2.95 \geq a > 2$ (рис 2.10 а-г), а при $a < 2$ возрастают (рис. 2.10 г-з). А общая большая плотность старших модов вверх по диапазону обусловливают множество происходящих здесь междумодовых трансформаций. Вертикальные стрелки «↑↓» и знак равенства «=» обозначают, соответственно, возрастание, уменьшение и стабильность прилегающих частот при уменьшении a.

Из анализа (рис. 2.10 а-г), $a \in \ 2.95, 2.8, 2.4, 2$ четко видно, что с убыванием a происходит дрейф периодичностных модов вверх по частоте со взаимными трансформациями со встречными регулярными модами и общим возрастанием всего диапазона по 18 модам. Так, при $a = 2.95$ (рис. 2.10 а) выше критической частоты E^r_{07} есть только E_{018}; при $a = 2.4$ (рис 2.10 в) таких модов уже 3 – это $E_{0i}, i = 16 \to 18$, а при $a = 2$ (рис. 2.10 г), – это $E_{0i}, i = 15 \to 18$. Аналогичные явления имеют место и по критическим частотам E^r_{06}, E^r_{05}. В результате при $a = 2$ κ_{kp} E_{018} возросла на ≈ 0.2 по сравнению с $a = 2.95$, и весь диапазон также увеличился.

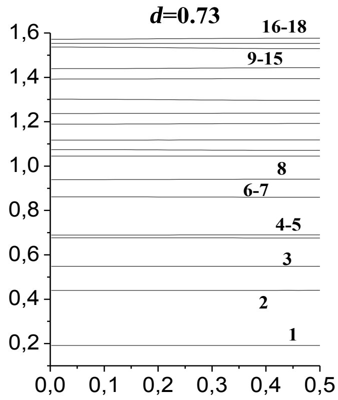
Дальнейшее убывание радиуса a сохраняет все эти тенденции. При этом концентрация старших модов на частотном отрезке постоянно возрастает, а сами моды часто трансформируются с различными квази- кроссингами кривых по $0 \leq \kappa\alpha \leq 0.5$ (рис. 2.10. д, е), $a = 1.4, 1$.

Отметим, что даже при достаточно малых значениях a для старших модов имеют место междумодовые трансформации (рис. 2.10 ж), $a = 0.6$, а младшие 4 регулярных мода $E_{0i}, i = 1, 2, 3, 4$, здесь запертые.

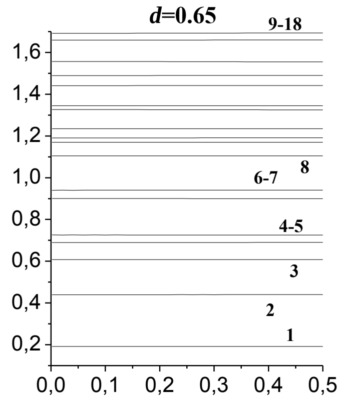
В итоге при $a = 0.2$ (рис. 2.10 з) в первоначальном диапазоне $0 < \kappa < 1.8$ на первоначальных (т.е. при $a = 2.95$) регулярных критических частотах находится 7 запертых регулярных модов $E_{0i},\ i=1,2,...,7$. В диапазоне $1.8<\kappa<2.7$ расположены остальные запертые 11 модов $E_{0i}, i=8,9,...,18$, оказавшиеся вне пределов “регулярного” диапазона в результате прослеженного выше дрейфа, названного нами *дрейфом периодичностных модов вверх по частоте при уменьшении радиуса* a.

Таким образом, при уменьшении значений радиуса a на малых периодах с толстыми диафрагмами E_{0i} -волны ПДКВ характеризуются следующими свойствами: 1) увеличением диапазона вверх по частоте; 2) за счет дрейфа вверх периодичностных модов (с междумодовыми перестройками со встречными регулярными модами); 3) сохранение значений регулярных критических частот, старшие из которых в процессе вариации a принадлежат различным, а в итоге последовательным младшим модам; 4) многочисленными “обычными” междумодовыми трансформациями, и особенно это имеет место для старших модов с их возрастающей (при убывании a) концентрацией локально по диапазону.

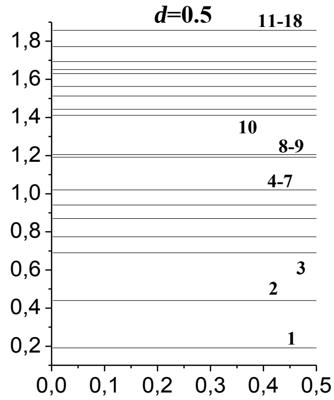
На (рис. 2.11) отслежено влияние ширины ячейки между диафрагмами $l=0.75, a=0.2, d\in\ \ 0.73, 0.65, 0.5, 0.4, 0.3, 0.15$ на исследованное выше свойство дрейфа периодичностных модов вниз/вверх по частоте для E_{0i}-волн на малых периодах; представлен фрагмент частотного диапазона $\kappa\leq 1.6$. Виден монотонный переход дрейфа периодичностных модов вниз по частоте в дрейф вверх по частоте при сужении ширины ячейки между диафрагмами.



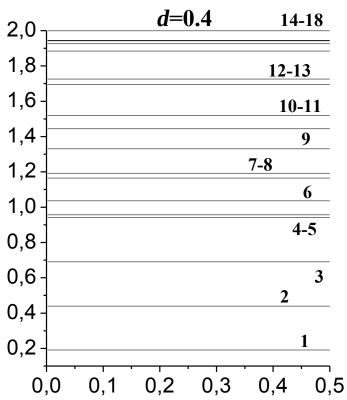
а)



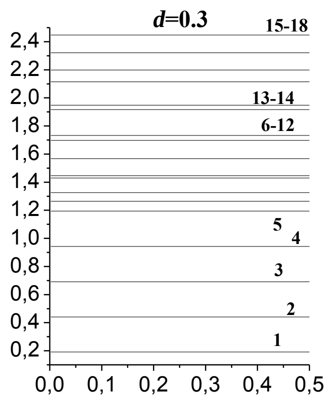
б)



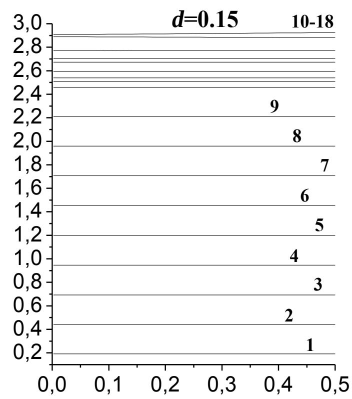
в)



г)



д)



е)

Рис. 2.11 Диаграммы с изменением ширины ячейки $d, l = 0.75, a = 0.2$

Таким образом, подводя главный итог исследованию распространения E_{0i}-волн в ПДКВ, отметим, что на больших периодах с тонкими диафрагмами в структуре отсутствует явление дрейфа периодичностных модов вниз по частоте (рис. 2.7). На малых периодах при тонких диафрагмах такой дрейф периодичностных модов вниз по частоте имеет место (рис 2.9). При сужении щели между диафрагмами дрейф периодичностных мод вниз по частоте монотонно (по d) переходит в дрейф этих модов вверх по частоте (рис. 2.11). В случае узких ячеек между диафрагмами поведение собственных E_{0i}-волн на больших и малых периодах принципиальных отличий не имеет (рис.2.8, 2.10).

Критические частоты, соответствующие регулярным модам E_{0i} -волн диафрагмированного волновода, в процессе изменения радиуса a могут лишь незначительно изменяться, сохраняя в итоге (при малых a) свои первоначальные величины у запертых модов.

Выводы по разделу 2

Во втором разделе на основе строгого численного анализа H_{0i}- и E_{0i}-волн рассмотрены свойства дисперсии периодического диафрагмированного круглого волновода. Представлены два общих результата, верные по всем типам волн: по образованию дисперсии и относительно положения брэгговской волновой точки, а также данные по экстремальным свойствам ширины брэгговских полос. Полученные здесь строгие дисперсионные зависимости волн ПДКВ дают достаточно полную и общую характеристику этих волн. Сопоставление выделенных особенностей поведения волн различных типов позволило впервые произвести классификацию собственных модов несимметричных волн.

Исследована трансформация собственных мод каждого из типов H_{0i}- и E_{0i} -волн диафрагмированного воловода при изменении геометрических параметров структуры.

РАЗДЕЛ 3

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВОЛНОВОДАХ С УЕДИНЕННЫМИ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИМИ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ АНИЗОТРОПНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Целью настоящего раздела является построение численно-аналитических решений по определению матриц рассеяния электромагнитных волн для двух волноводных электродинамических задач: о возбуждении анизотропного неоднородного включения в прямоугольном волноводе, обладающего смешанной анизотропией, и о рассеянии электромагнитных волн на идеально проводящем включении в T -образном сочленении двух прямоугольных волноводов.

В подразделе 3.1. вначале решена задача о нахождении силовых линий трехмерного электрического поля с помощью метода конечных разностей [33] для ситуации, когда в прямоугольном волноводе размещена анизотропная вставка с анизотропией электрических и магнитных свойств [116]. При этом главные значения и ориентация оптических осей тензоров магнитной и диэлектрической проницаемостей сред могут изменяться произвольным образом. Далее решена задача по расчету матрицы рассеяния волноводной анизотропной вставки, обладающей смешанной анизотропией. Примером такого материала, проявляющим бигиротропные свойства, является монокристаллический железо-иттриевый гранат $\mathrm{Y_3Fe_5O_{12}}$ и его различные модификации с замещением части ионов иттрия на ионы редкоземельных металлов $\mathrm{Bi, Lu, Tb}$ [117].

В подразделе 3.2. будет рассмотрена задача рассеяния LM -электромагнитной волны на идеально проводящем включении произвольной формы внутри T -образной области взаимодействия двух прямоугольных волноводов с помощью теоремы Грина.

Основные результаты данного раздела изложены в работах [А5 – А7].

3.1. Рассеяние электромагнитных волн от анизотропной вставки со смешанной анизотропией в прямоугольном закороченном волноводе

Целью настоящего раздела является определение матрицы рассеяния (МР) для включения в идеально проводящем прямоугольном волноводе, которое обладает анизотропией как электрических, так и магнитных свойств. Вначале с помощью метода конечных разностей [37, 39, 118] будет решена задача построения силовых линий трехмерного электрического поля в анизотропном включении, а затем методом нелокального сопряжения электромагнитного поля полого регулярного волновода и поля, рассчитанного на торце анизотропной вставки, мы определим коэффициенты рассеяния волн от границы анизотропной пластины.

3.1.1. Дискретизация интегральных уравнений Максвелла

Выберем декартовую систему координат x, y, z, при этом ось $0x$ направим вертикально вверх. Пусть рассматриваемая структура представляет собой анизотропный прямоугольный параллелепипед, помещенный в прямоугольный волновод (рис. 3.1). Разобьем параллелепипед на N элементарных ячеек, каждую из которых будем характеризовать собственными тензорами магнитной и диэлектрической проницаемости. Боковые стенки вставки, прилегающие к стенкам волновода, предполагаются идеально проводящими.

В данной работе используется регулярная сетка разбиений анизотропной вставки, так как рассматриваемая структура имеет прямоугольные границы. При этом каждая элементарная ячейка будет представлять маленький параллелепипед со сторонами, коллинеарными осям, декартовой системы координат (рис. 3.1).

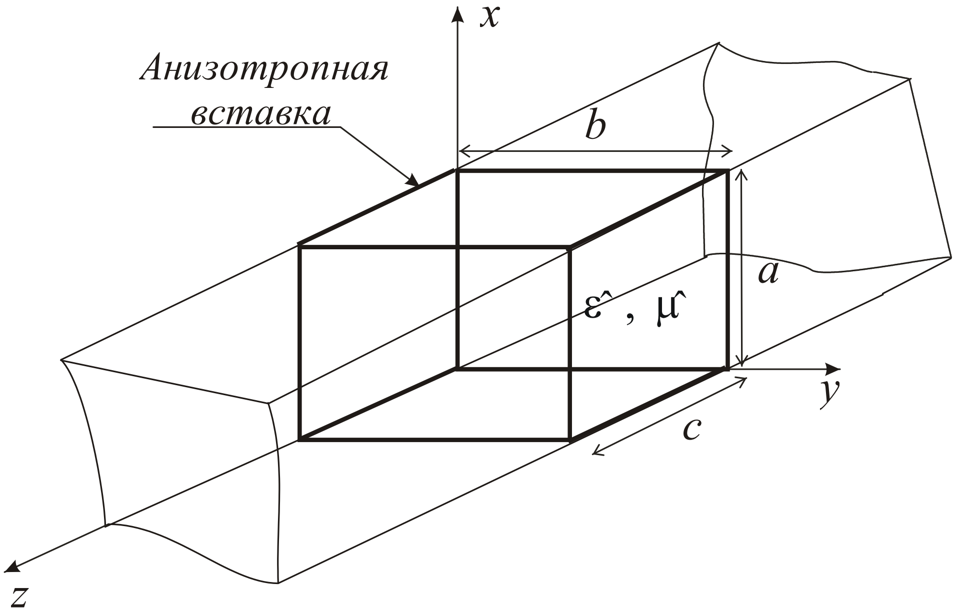


Рис. 3.1 Геометрия задачи

Займемся дискретизацией уравнений Максвелла в интегральной форме (будем считать, что источники отсутствуют). Временная зависимость всюду предполагается в виде $\exp(-i\omega t)$:

$$\int_L \vec{E}\cdot\vec{\tau}dl - ik_0\int_S \vec{B}\cdot\vec{n}ds = 0, \tag{3.1}$$

$$\int_L \vec{H}\cdot\vec{\tau}dl - ik_0\int_S \vec{D}\cdot\vec{n}ds = 0, \tag{3.2}$$

где S – произвольная поверхность, ограниченная контуром L; $\vec{n}$ – внешняя нормаль к поверхности S, $\vec{\tau}$ – вектор касательной к L; $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – напряженность электрического и магнитного полей соответственно, $k_0 = \omega / c$ – волновое число в вакууме, ω – циклическая частота, c –

скорость света в вакууме. Материальные уравнения для случая анизотропной среды имеют вид:

$$\vec{B} = \hat{\mu} \cdot \vec{H}, \tag{3.3}$$

$$\vec{D} = \hat{\varepsilon} \cdot \vec{E}, \tag{3.4}$$

где $\hat{\mu}, \hat{\varepsilon}$ – тензоры магнитной и диэлектрической проницаемостей среды. Для дальнейших выкладок нам понадобятся материальные уравнения в виде

$$\vec{H} = \hat{\eta} \cdot \vec{B}, \vec{E} = \hat{\nu} \cdot \vec{D},$$

где $\hat{\eta} = \hat{\mu}^{-1}, \quad \hat{\nu} = \hat{\varepsilon}^{-1}, \left(\hat{\eta} = \left[\eta_{ij}\right], \hat{\nu} = \left[\nu_{ij}\right], \left(i, j = x, y, z\right)\right)$.

Рассмотрим ячейку k, заполненную средой с материальными параметрами $\hat{\mu}_k, \hat{\varepsilon}_k, \left(\hat{\mu}_k = \left[\mu_{ij}\right], \hat{\varepsilon}_k = \left[\varepsilon_{ij}\right], \left(i, j = x, y, z\right)\right)$ – произвольные функции $\vec{R} = x, y, z$. В этой ячейке определим постоянные величины: $E_{xk}, E_{yk}, E_{zk}, B_{xk}, B_{yk}, B_{zk}$ (рис. 3.2). Размеры ячейки обозначим через x_k, y_k, z_k. Компоненты электрического поля E_k определим в центре ребер, а компоненты магнитной индукции B_k – по центру граней ячейки. Такой выбор полевых компонент удовлетворяет первому уравнению Максвелла (3.1). Ячейки, смежные с ячейкой k, обозначим так, как показано на (рис. 3.3). В соответствии с этими обозначениями верхняя ячейка (*above*) в дальнейшем будет обозначаться первой буквой *a*, левая (*left*) – буквой *l* и так далее.

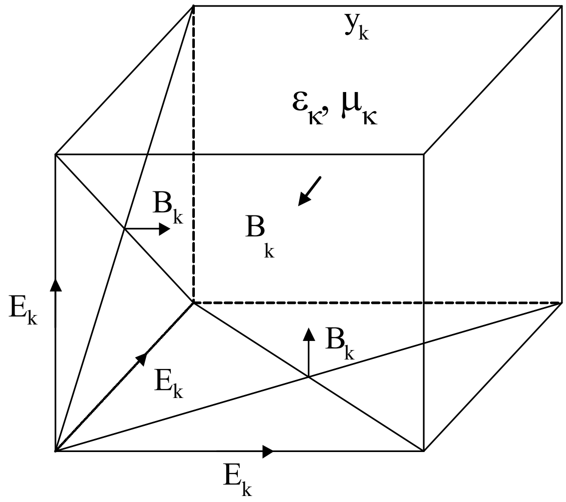


Рис. 3.2 Выбор полевых компонент в k-ой ячейке

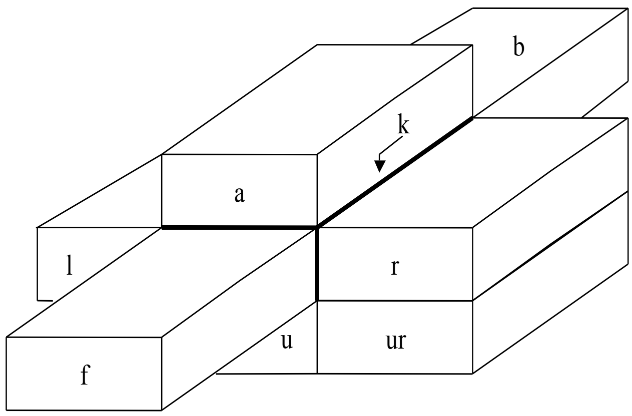


Рис. 3.3 Нумерация ячеек дискретизации

Проинтегрируем уравнения Максвелла (3.1), (3.2) в трех взаимно ортогональных плоскостях для k -ой ячейки и применим методику дискретизации, предложенную в работах [119], [120]. В этих работах рассмотрены частные случаи анизотропии: либо электрической ($\hat{\varepsilon}$ – тензор, $\hat{\mu} = \mu\hat{I}$), либо магнитной ($\hat{\mu}$ – тензор, $\hat{\varepsilon} = \varepsilon\hat{I}$); $\hat{I}$ – единичная матрица. В нашем случае смешанной анизотропии получаем следующую систему дискредитированных алгебраических уравнений:

$$(2P_{xx}-k_0^2S_{xx})E_{xk}-(2P_{xy}-k_0^2S_{xy})E_{yk}-(2P_{xz}-k_0^2S_{xz})E_{zk}=2F_x, \quad (3.5)$$

$$-(2P_{yx}-k_0^2S_{yx})E_{xk}+(2P_{yy}-k_0^2S_{yy})E_{yk}-(2P_{yz}-k_0^2S_{yz})E_{zk}=2F_y, \quad (3.6)$$

$$-(2P_{zx}+k_0^2S_{zx})E_{xk}-(2P_{zy}+k_0^2S_{zy})E_{yk}+(2P_{zz}-k_0^2S_{zz})E_{zk}=2F_z. \quad (3.7)$$

Коэффициенты $P_{xx}\dots P_{zz}$ в данном случае имеют вид:

$$\begin{gathered}
P_{xx}=\frac{CX}{y_k}+\frac{BX}{z_k}+\frac{EX}{y_l}+\frac{GX}{z_f}, \quad P_{xy}=\frac{AX}{z_k}+\frac{CX}{x_k}+\frac{FX}{z_f},\\
P_{xz}=\frac{AX}{y_k}+\frac{BX}{x_k}+\frac{DX}{y_l}, \quad P_{yx}=\frac{BY}{z_k}+\frac{CY}{y_k}+\frac{DY}{z_f},\\
P_{yy}=\frac{AY}{z_k}+\frac{CY}{x_k}+\frac{EY}{z_f}+\frac{GY}{x_u}, \quad P_{yz}=-\frac{AY}{y_k}+\frac{BY}{x_k}-\frac{FY}{x_u}, \quad (3.8)\\
P_{zx}=\frac{BZ}{z_k}+\frac{CZ}{y_k}+\frac{EZ}{y_l}, \quad P_{zy}=\frac{AZ}{z_k}-\frac{CZ}{x_k}+\frac{GZ}{y_l},\\
P_{zz}=\frac{AZ}{y_k}+\frac{BZ}{x_k}+\frac{DZ}{y_l}+\frac{FZ}{x_u},
\end{gathered}$$

где введены обозначения:

$$\begin{cases}
AX=z_k\eta_{zx}^k-y_k\eta_{yx}^k,\ BX=y_k\eta_{yy}^l+y_l\eta_{yy}^l+z_k(\eta_{zx}^l-\eta_{zy}^k),\\
CX=z_f\eta_{zz}^f+z_k\eta_{zz}^k+y_k(\eta_{yz}^f-\eta_{yz}^k),\ DX=y_l\eta_{yx}^l-z_k\eta_{zx}^l,\\
EX=z_k\eta_{zz}^l+z_f\eta_{zz}^{fl}+y_l(\eta_{yz}^l-\eta_{yz}^{fl}),\ FX=y_k\eta_{yx}^f-z_f\eta_{zx}^f,\\
GX=y_l\eta_{yy}^{fl}+y_k\eta_{yy}^l+z_f(\eta_{yz}^l-\eta_{yz}^{fl}).
\end{cases} \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} AY = x_k\eta_{xx}^k + x_u\eta_{xx}^u + z_k(\eta_{zx}^u - \eta_{zx}^k),\ BY = x_k\eta_{xy}^k - z_k\eta_{zy}^k, \\ CY = z_k\eta_{zz}^k + z_f\eta_{zz}^f + x_k(\eta_{xz}^f - \eta_{xz}^k),\ EY = z_f\eta_{zy}^f + x_k\eta_{zy}^f, \\ DY = x_k\eta_{xx}^f + x_u\eta_{xx}^{fu} + z_f(\eta_{zx}^f - \eta_{zx}^{fu}),\ FY = z_k\eta_{zy}^u + x_u\eta_{xy}^u, \\ GY = z_f\eta_{zz}^{fu} + z_k\eta_{zz}^u + x_u(\eta_{xz}^u - \eta_{xz}^{fu}). \end{cases} \tag{3.10}$$

$$\begin{cases} AZ = x_k\eta_{xx}^k + x_u\eta_{xx}^u + y_k(\eta_{zx}^u - \eta_{zx}^k), \quad GZ = x_u\eta_{xz}^u + y_k\eta_{yz}^u, \\ CZ = x_k\eta_{xz}^k + y_k\eta_{yz}^k, \quad DZ = x_k\eta_{xx}^l + x_u\eta_{xx}^{ul} + y_l(\eta_{yx}^l - \eta_{yx}^{ul}), \\ EZ = x_k\eta_{xz}^l + y_l\eta_{yz}^l, \quad FZ = y_k\eta_{yy}^u + y_l\eta_{yy}^{ul} + x_u(\eta_{xy}^u - \eta_{xy}^{ul}), \\ BZ = y_k\eta_{yy}^k + y_l\eta_{yy}^l + x_k(\eta_{xy}^l - \eta_{xy}^k). \end{cases} \tag{3.11}$$

Правые части

$$\begin{aligned} F_x = {} & E_{xr}\frac{1}{y_k}\left(\frac{z_f}{\mu_f} + \frac{z_k}{\mu_k}\right) - E_{ya}\frac{1}{x_k}\left(\frac{z_f}{\mu_f} + \frac{z_k}{\mu_k}\right) + \\ & + E_{xl}\frac{1}{y_l}\left(\frac{z_k}{\mu_l} + \frac{z_f}{\mu_{fl}}\right) - E_{yl}\frac{1}{x_k}\left(\frac{z_k}{\mu_l} + \frac{z_f}{\mu_{fl}}\right) - \\ & - E_{zu}\frac{1}{x_k}\left(\frac{y_l}{\mu_l} + \frac{y_k}{\mu_k}\right) + E_{xb}\frac{1}{z_k}\left(\frac{y_l}{\mu_l} + \frac{y_k}{\mu_k}\right) - \\ & - E_{zf}\frac{1}{x_k}\left(\frac{y_k}{\mu_f} + \frac{y_l}{\mu_{fl}}\right) + E_{xf}\frac{1}{z_f}\left(\frac{y_k}{\mu_f} + \frac{y_l}{\mu_{fl}}\right) + \\ & + E_{yla}\frac{1}{x_k}\left(\frac{z_k}{\mu_l} + \frac{z_f}{\mu_{fl}}\right) + E_{zfa}\frac{1}{x_k}\left(\frac{y_k}{\mu_f} + \frac{y_l}{\mu_{fl}}\right) \end{aligned} \tag{3.12}$$

и матричные коэффициенты $S_{xx} \ldots S_{zz}$ уравнения (3.5) равны

$$S_{xx} = y_k z_k \varepsilon_{xx}^k + y_l z_k \varepsilon_{xx}^l + y_l z_f \varepsilon_{xx}^{fl} + y_k z_f \varepsilon_{xx}^f +$$
$$+ \frac{y_l}{\varepsilon_{yy}^l} (\varepsilon_{yx}^k - \varepsilon_{yx}^l)(z_f \varepsilon_{xy}^{fl} + z_k \varepsilon_{xy}^l) + \tag{3.13}$$
$$+ \frac{z_f}{\varepsilon_{zz}^f} (\varepsilon_{zx}^k - \varepsilon_{zx}^f)(\varepsilon_{zx}^k - \varepsilon_{zx}^f),$$

$$S_{xy} = y_k z_k \varepsilon_{xy}^k + y_k z_f \varepsilon_{xx}^f + \frac{z_f}{\varepsilon_{zz}^f} (\varepsilon_{zy}^k - \varepsilon_{zy}^f)(y_k \varepsilon_{xz}^f + y_l \varepsilon_{xz}^{fl}) +$$
$$+ \frac{y_l \varepsilon_{yy}^k}{\varepsilon_{yy}^l} (z_f \varepsilon_{xy}^{fl} + z_k \varepsilon_{xy}^l), \tag{3.14}$$

$$S_{xz} = y_k z_k \varepsilon_{xz}^k + y_l z_k \varepsilon_{xz}^l + \frac{y_l}{\varepsilon_{yy}^l} (\varepsilon_{yz}^k - \varepsilon_{yz}^l)(z_k \varepsilon_{xy}^l + z_f \varepsilon_{xy}^{fl}) +$$
$$+ \frac{z_f \varepsilon_{zz}^k}{\varepsilon_{zz}^f} (y_l \varepsilon_{xz}^{fl} + y_k \varepsilon_{xz}^f). \tag{3.15}$$

Матричные элементы $S_{yx} \dots S_{yz}$ и правые части F_y уравнения (3.6) получаются из $S_{xx} \dots S_{xz}$ и F_x заменой $x \to y, y \to z, z \to x$, $f \to u, l \to f, fl \to fu$, а $S_{zx} \dots S_{zz}$ и F_z уравнения (3.7) – заменой $x \to z, fl \to ul, f \to u$.

Система уравнений (3.5) – (3.7) содержит геометрию и материальные параметры трехмерной задачи, компоненты возбуждающих полей на торцах волноводной вставки.

В случае среды без потерь матрица системы уравнений оказывается вещественной и содержит компоненты E_x, E_y, E_z в каждой из N ячеек, поэтому размерность матрицы будет $3N \times 3N$. Случай среды без потерь будет рассматрен в следующем подразделе.

Для численного решения системы уравнений (3.5) – (3.7) был использован метод сопряженных градиентов [121-123], который является наиболее приемлемым методом для систем, содержащих большие разреженные матрицы.

3.1.2.Силовые линии в поперечном сечении анизотропной вставки

В данной части работы представлены результаты расчета силовых линий в поперечном сечении анизотропной вставки прямоугольного волновода. Сходимость устойчивости, а также достоверность алгоритма и разработанного программного кода проверялась соответствием результатов вычислений результатам ранее решенных задач [37], [39], [47]. Во всех случаях наблюдалось хорошее соответствие результатов настоящей работы и упомянутых работ.

На (рис. 3.4-3.5) приведены распределения силовых линий электрического поля в поперечном сечении однородной анизотропной вставки для различных случаев анизотропии материальных параметров исследуемого материала. Во всех случаях выбрано сечение $z = c / 2$, продольный размер вставки $c = 0.6$см.

В первом рассматриваемом случае вставка выполнена из одноосного анизотропного магнитодиэлектрика, который характеризуется в [124], [125] проницаемостью вида:

$$\hat{\mu} = \mu_{\parallel}\vec{d}\vec{d} + \mu_{\perp}(\hat{I} - \vec{d}\vec{d}) \tag{3.16}$$

В этом выражении $\vec{d}$ – вещественный единичный вектор, который определяет направление оптической оси и имеет следующие составляющие в декартовой системе координат:

$$d_x = \sin\theta\cos\varphi, d_y = \sin\theta\sin\varphi, d_z = \cos\theta. \quad (3.17)$$

В (3.16) – (3.17) $\mu_{\|}$ и $\mu_{\perp}$ – главные значения магнитной проницаемости вдоль оптической оси и в поперечном к ней направлении соответственно; $\hat{I}$ – единичная диада; θ и φ – углы наклона оптической оси анизотропной вставки; угол φ отсчитывается от оси x в плоскости xOy, угол θ обозначает наклон оси относительно плоскости xOy.

Считаем, что торцы анизотропной вставки граничат с полым идеально проводящим волноводом, в котором присутствуют собственные моды одного типа, поперечные составляющие которых задаются выражениями (3.21) – (3.22). При расчетах волноводная вставка разбивалась на $Np = 10$, $Nq = 20$, $Nr = 7$ ячеек вдоль осей $0x, 0y, 0z$, соответственно. На (рис 3.4) приведены картины полей для волн TM_{11} (а, б) и TE_{11} (в, г), соответствующие различным случаям анизотропии магнитных свойств исследуемого материала, заполняющего прямоугольный волновод (всюду на этом рисунке $\varepsilon_{\|} = \varepsilon_{\perp} = 1$, $k_0 = 2$, $\theta = 0^{\circ}, \varphi = 30^{\circ}$): а) однородной анизотропной вставки с материальными параметрами $\mu_{\perp} = 2, \mu_{\|} = 3$; б) однородной анизотропной вставки с параметрами $\mu_{\perp} = 2, \mu_{\|} = 4$; в) однородной анизотропной вставки с параметрами, $\mu_{\perp} = 1, \mu_{\|} = 2$; г) однородной анизотропной вставки с параметрами, $\mu_{\perp} = 2, \quad \mu_{\|} = 3$.

На (рис. 3.5) представлены графические результаты для случая, когда волноводная вставка обладает смешанной анизотропией (т.е. анизотропией электрических и магнитных свойств одновременно). Как и ранее, рассматривается случай одноосной среды. В этом случае магнитная и диэлектрическая проницаемости вставки определяется аналогично (3.16).

Случаи а) и б) соответствуют полям волны TE_{11}, а случаи в) и г) полям волны TM_{11}. Вариант а) отвечает следующему выбору параметров: $\varepsilon_{\perp} = 1, \varepsilon_{\|} = 2, \mu_{\perp} = 1, \mu_{\|} = 2, \theta = 0^{\circ}, \varphi = 30^{\circ}, k_0 = 3$; для варианта б) взяты следующие значения: $\varepsilon_{\perp} = 2, \varepsilon_{\|} = 3, \mu_{\perp} = 2, \mu_{\|} = 3, \theta = 0^{\circ}$, $\varphi = 10^{\circ}, k_0 = 2$; вариант в) соответствует случаю однородной анизотропной вставки с параметрами: $\varepsilon_{\perp} = 1, \varepsilon_{\|} = 2, \mu_{\perp} = 1, \mu_{\|} = 2, \theta = 0^{\circ}, \varphi = 30^{\circ}$, $k_0 = 2$; г) отвечает следующему выбору значений: $\varepsilon_{\perp} = 2, \varepsilon_{\|} = 3, \mu_{\perp} = 2$, $\mu_{\|} = 3, \theta = 0^{\circ}, \varphi = 30^{\circ}, k_0 = 3$.

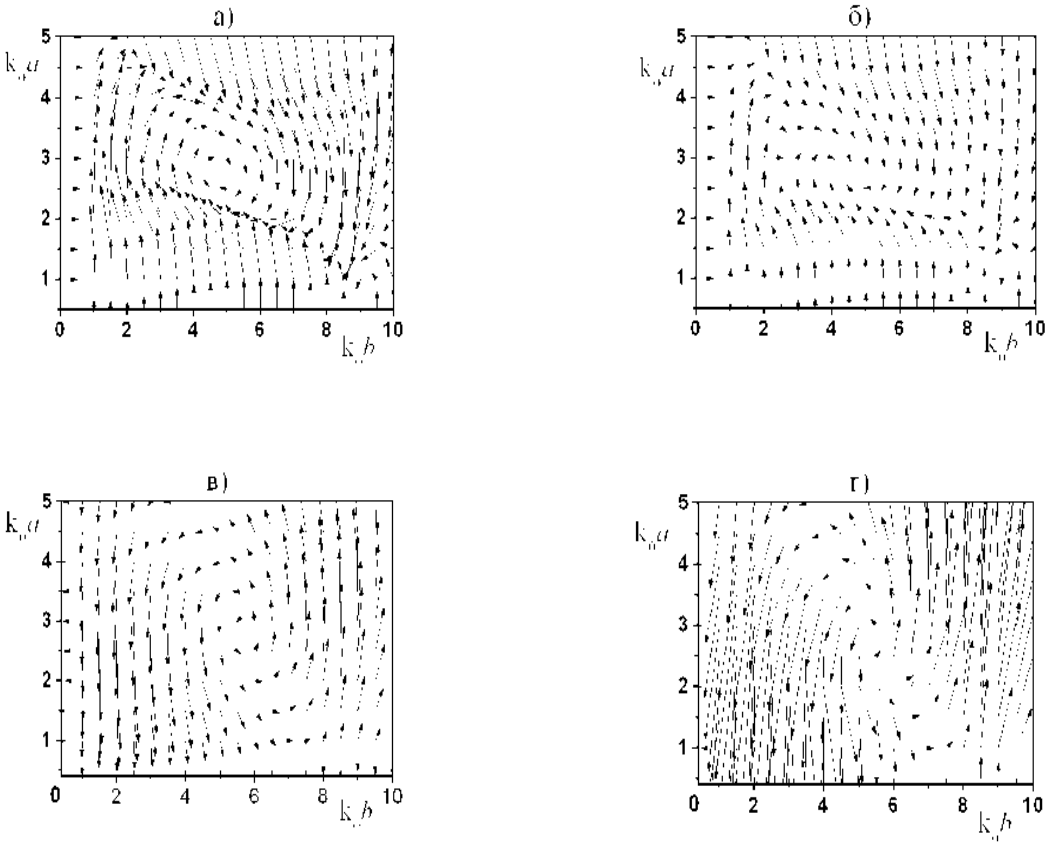


Рис. 3.4. Силовые лини электрического поля в поперечном сечении анизотропной вставки с анизотропией магнитных свойств.

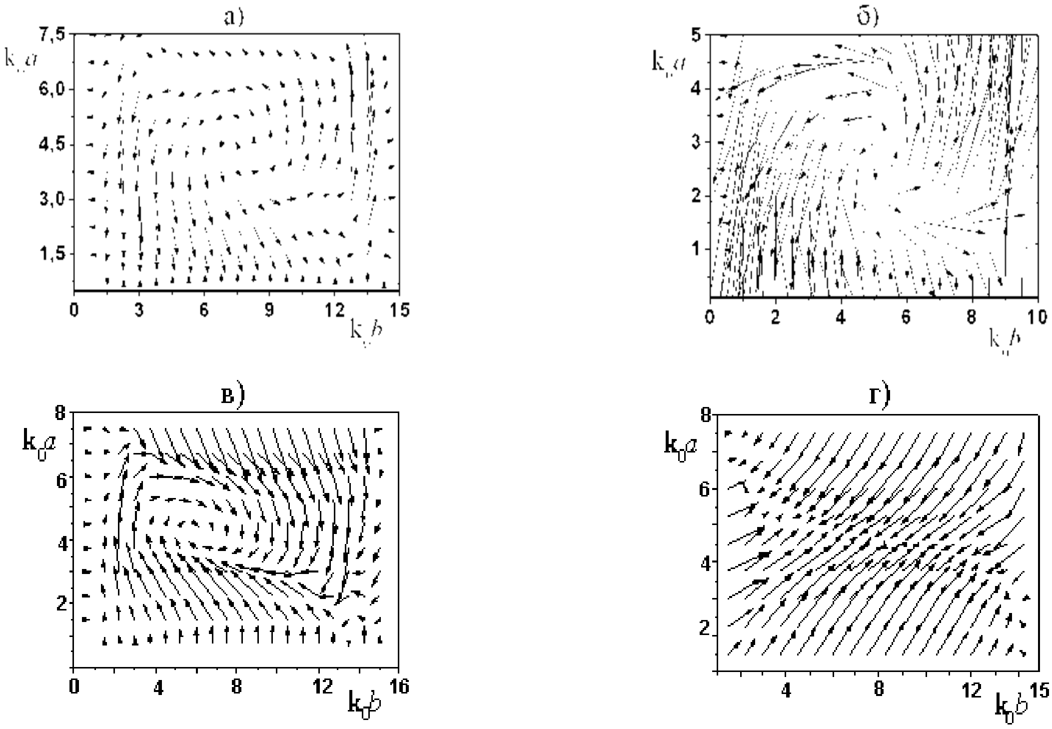


Рис. 3.5 Силовые линии электрического поля в поперечном сечении однородной волноводной вставки со смешанной анизотропией.

В результате проведенных численных экспериментов было исследовано влияние анизотропии заполнения волновода различной природы на пространственное распределение электрического поля для разных волноводных мод на разных частотах. Видно существенное изменение картины поля за счет влияния анизотропии материала вставки. Результаты данного подраздела будут существенно использоваться в дальнейшем построении решения о возбуждении анизотропной пластины в прямоугольном волноводе.

3.1.3.Возбуждение анизотропной вставки в прямоугольном волноводе

Пусть исследуемая структура (рис.3.6) представляет собой полубесконечный прямоугольный волновод $0 < z < +\infty$, закороченный в сечении $z=0$, с анизотропным, в общем случае неоднородным, включением, занимающим область $0<z<c$. Анизотропную вставку будем характеризовать тензорами магнитной и диэлектрической проницаемостей: $\hat{\mu}=\left[\mu_{jk}\left(\vec{R}\right)\right], \hat{\varepsilon}=\left[\varepsilon_{jk}\left(\vec{R}\right)\right], \left(j,k=x,y,z\right)$, которые являются произвольными функциями координат $\vec{R}= x,y,z$. Область $c<z<+\infty$ волновода заполнена однородной средой без потерь (в частном случае это вакуум) с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε и μ . Такая структура представляет определенный практический интерес, так как она может рассматриваться как поглотитель электромагнитной энергии, выполненный из анизотропного материала.

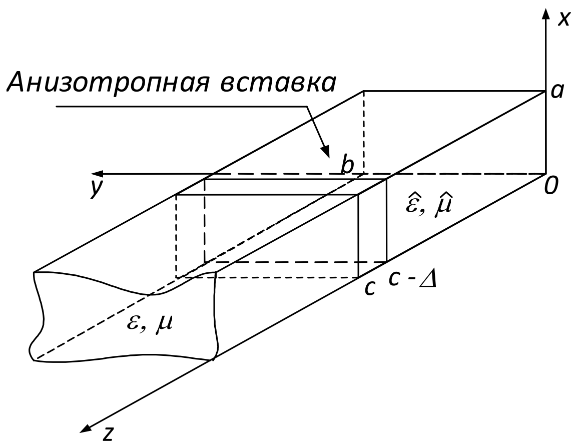


Рис. 3.6. Электродинамическая система. Поперечные размеры волновода $a=12$ см, $b=6$см, продольный размер вставки $c=0.6$см, $\mu=1, \varepsilon=1$.

Представим электромагнитное поле (временной зависимости $\sim\exp\ -i\omega t$) в регулярной части волновода в виде дискретной суперпозиции собственных мод:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\perp}(\vec{R}) &= \sum_{\nu}(b_{\nu}^{in}\exp(-ih_{\nu}z) + b_{\nu}^{sc}\exp(ih_{\nu}z))\vec{E}_{\nu}(x,y),\\ \vec{H}_{\perp}(\vec{R}) &= \sum_{\nu}(-b_{\nu}^{in}\exp(-ih_{\nu}z) + b_{\nu}^{sc}\exp(ih_{\nu}z))\vec{H}_{\nu}(x,y), \qquad z > c\ ;\end{aligned} \tag{3.18}$$

где b_{ν}^{sc} и b_{ν}^{in} – амплитуды рассеянных (отраженных + прошедших) и падающих мод, соответственно; $\nu = (m,n,TE\ /\ TM)$ – индекс, нумерующий все рассматриваемые моды поляризации TE или TM , соответственно. Причем следует заметить, что для TM -поляризации $m,n = 1,2,...,N$, тогда как для TE -поляризации $m,n = 0,1,2,...,N$, но $m+n>0$.

В (3.18) фигурируют следующие величины:

$$\begin{aligned}h_{\nu} &\equiv h_{mn} = \sqrt{k_0^2\varepsilon\mu - \kappa_{mn}^2},\\ \kappa_{mn}^2 &= \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2,\end{aligned} \tag{3.19}$$

где h_{mn} и κ_{mn}^2 – продольная и поперечная составляющие волнового вектора, соответственно; a и b – поперечные размеры волновода.

Из-за линейности задачи существуют линейные соотношения между амплитудами рассеянных b_{ν}^{sc} и падающих b_{ν}^{in} мод:

$$b_{\nu}^{sc} = \sum_{\nu'=1}^{N_B} S_{\nu\nu'} b_{\nu'}^{in}, \tag{3.20}$$

$S_{\nu\nu'}$ – элементы искомой матрицы рассеяния S. Это прямоугольная матрица размера $N \times N$, где N – общее число мод, существующих в области $z > c$. Заметим, что в этом представлении приходящие и уходящие волны определены одним индексом. Займемся отысканием неизвестных элементов матрицы рассеяния.

3.1.4. Определение матрицы рассеяния

Предположим, что неоднородное анизотропное включение занимает не всю область $0 < z < c$, а меньший участок $0 < z < c - \Delta$, в то время как область $c - \Delta < z < c$ (назовем ее областью взаимодействия) фактически является продолжением регулярного волновода (рис. 3.6).

Считаем, что торец анизотропной вставки при $z = c$ граничит с полым волноводом, в котором присутствуют собственные моды, поперечные составляющие электрического поля которых задаются выражениями:

для TE-поляризации:

$$\vec{E}_{mn}(x,y) = -A_{mn}^{TE} \frac{\sqrt{k_0 \mu}}{k_{mn} h_{mn}} \vec{z}_0 \times \nabla_{\perp} \Psi_{mn}(x,y), \tag{3.21}$$

для TM -поляризации:

$$\vec{E}_{mn}(x,y) = -A_{mn}^{TM} \frac{h_{mn}}{k_{mn}\sqrt{k_0\mu}} \nabla_{\perp}\Phi_{mn}(x,y). \tag{3.22}$$

В этих формулах $\vec{z}_0$ – орт оси $0z$, $\nabla_{\perp}$ – оператор набла, действующий по переменным x, y:

$$\begin{aligned}
&\Psi_{mn}(x,y) = \cos\left(\frac{\pi m x}{a}\right)\cos\left(\frac{\pi n y}{b}\right),\\
&m,n = 0,1,2,...,N,\\
&\Phi_{mn}(x,y) = \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right),\\
&m,n = 1,2,...,N.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$A_{mn}^{TE} = \sqrt{\frac{\alpha_m\alpha_n}{ab}}, \quad A_{mn}^{TM} = \frac{2}{\sqrt{ab}}. \tag{3.24}$$

В формулах (3.24), как и в работе [119], использованы следующие обозначения $\alpha_q = 1$ при $q = 0$ и $\alpha_q = 2$ при $q = 1,2,...$, $q = (m,n)$.

С этого момента считаем, что структура электрического поля внутри включения известна (в нашем случае она определена с помощью метода конечных разностей, см. работы [37, 39, 118, 119]) для заданного распределения падающего поля $\vec{E}_{\perp}(x,y)$ в сечении $z = c$ и условия $\vec{E}_{\perp}(x,y) \equiv 0$, при $z = 0$, т. к. волновод в этом сечении закорочен.

Пусть модовое разложение (3.18) справедливо не только в полой части волновода $c < z < \infty$, но и расширенной области $c - \Delta < z < \infty$, включающей область модового сопряжения $c - \Delta < z < c$, размеры Δ значительно меньше длины волны в анизотропном диэлектрике.

Определим коэффициенты разложения в формулах (3.18) при помощи нелокального модового сопряжения полей в сечениях волновода плоскостями $z = c$ и $z = c - \Delta$.

Используя соотношение ортогональности для двух различных мод ν и ν' на торцах $z = c$ и $z = c - \Delta$

$$\vec{z}_0 \cdot \int \vec{E}_\nu \times \vec{H}^*_{\nu'} dxdy = \begin{cases} 1, & \nu = \nu' \\ 0, & \nu \neq \nu' \end{cases}, \tag{3.25}$$

из (3.18) получим пару связанных уравнений для коэффициентов b_ν^{sc}, b_ν^{in}:

$$\begin{aligned} &b_\nu^{sc} \exp(-ih_\nu c) + b_\nu^{in} \exp(ih_\nu c) = \vartheta_\nu(c), \\ &b_\nu^{sc} \exp(-ih_\nu (c-\Delta)) + b_\nu^{in} \exp(ih_\nu (c-\Delta)) = \vartheta_\nu(\Delta), \end{aligned} \tag{3.26}$$

где величины $\vartheta_\nu(c)$ и $\vartheta_\nu(\Delta)$ определены следующим образом:

$$\begin{aligned} &\vartheta_\nu(c) = \vec{z}_0 \cdot \int \vec{E}_\perp(x,y,z)\Big|_{z=c} \times \vec{H}_\nu(x,y) dxdy, \\ &\vartheta_\nu(\Delta) = \vec{z}_0 \cdot \int \vec{E}_\perp(x,y,z)\Big|_{z=c-\Delta} \times \vec{H}_\nu(x,y) dxdy. \end{aligned} \tag{3.27}$$

Фигурирующее в (3.27) поле $\vec{E}_\perp(x,y,z)\Big|_{z=c-\Delta}$ представляет собой известное (найденное в работе [126, A5]) поле из решения соответствующей граничной задачи методом конечных разностей [37, 39, 118, 119]. Решая систему (3.26), получим явные выражения для амплитуд рассеянного и падающего полей:

$$\begin{aligned} b_\nu^{sc} &= \frac{\exp(-ih_\nu c)\left[\vartheta_\nu(c)\exp(ih_\nu c) - \vartheta_\nu(\Delta)\right]}{\exp(ih_\nu \Delta) - \exp(-ih_\nu \Delta)}, \\ b_\nu^{in} &= \frac{\exp(ih_\nu c)\left[\vartheta_\nu(\Delta) - \vartheta_\nu(c)\exp(-ih_\nu \Delta)\right]}{\exp(ih_\nu \Delta) - \exp(-ih_\nu \Delta)}. \end{aligned} \tag{3.28}$$

Если распределение $\vec{E}_\perp(x,y)$ при $z = c$ совпадает с ν_0 – модой волновода, а именно $\vec{E}_\perp(x,y) = \vec{E}_{\nu_0}(x,y)$, тогда

$$\vartheta_\nu(c) = \delta_{\nu\nu_0} = \begin{cases} 1, & \nu = \nu_0 \\ 0, & \nu \neq \nu_0 \end{cases} \tag{3.29}$$

и выражения для b_ν^{sc}, b_ν^{in} будут иметь вид:

$$\begin{aligned} b_\nu^{sc} &= \frac{\exp(-ih_\nu c)\left[\delta_{\nu\nu_0}\exp(ih_\nu \Delta) - \vartheta_\nu(\Delta)\right]}{\exp(ih_\nu \Delta) - \exp(-ih_\nu \Delta)}, \\ b_\nu^{in} &= \frac{\exp(ih_\nu c)\left[\vartheta_\nu(\Delta) - \delta_{\nu\nu_0}\exp(-ih_\nu \Delta)\right]}{\exp(ih_\nu \Delta) - \exp(-ih_\nu \Delta)}. \end{aligned} \tag{3.30}$$

Далее рассмотрим случай, когда исследуемый волновод содержит ограниченное количество мод, а именно, N. Применив указанный алгоритм N раз, для каждой из падающих мод полого волновода, получим замкнутую систему уравнений (3.20), которая связывает между собой амплитуды b_ν^{sc}

рассеянных и b_{ν}^{in} падающих мод и позволяет определить неизвестные элементы матрицы рассеяния $S_{11},...,S_{\nu\nu'}$.

3.1.5. Численные результаты

Описанный выше метод позволяет рассчитать характеристики рассеяния, в общем случае произвольно-неоднородных, изотропных и анизотропных трехмерных волноводных включений.

В ходе численных экспериментов был проведен анализ взаимодействия волноводных волн с изотропным включением, включением, обладающим анизотропией магнитных свойств, и включением со смешанной анизотропией в многомодовом режиме. Причем при расчетах матрицы рассеяния выбиралось различное количество падающих мод в сечении $z = c$, а именно, 4, 8 и 12 мод. Общее количество мод TE - и TM -поляризации в рассматриваемом сечении обозначим $N_{\max}$:

$$N_{\max} = N_{TE} + N_{TM}; \quad N_{TE} = n + m(n+1); \;\; N_{TM} = mn. \qquad (3.31)$$

В формулах (3.31) N_{TE} (N_{TM}) – максимальное количество мод соответствующей поляризации, отвечающее выбранным значениям индексов m и n (m и n – индексы, определяющие количество полуволн, укладывающихся по осям x и y , соответственно). Следует отметить, что точность расчетов растет с возрастанием количества мод, присутствующих на торце вставки. Требуемая точность достигается при значении $N_{\max} = 12$, что следует из сравнения результатов данной работы с результатами работ [119, 120].На (рис. 3.7) и (рис. 3.8) представлены расчетные зависимости модуля коэффициента отражения основной моды прямоугольного волновода $\left|S_{10}\right|$ от частоты для изотропного включения и включения, обладающего анизотропией магнитных свойств (диэлектрическая проницаемость включения $\varepsilon = 1$).

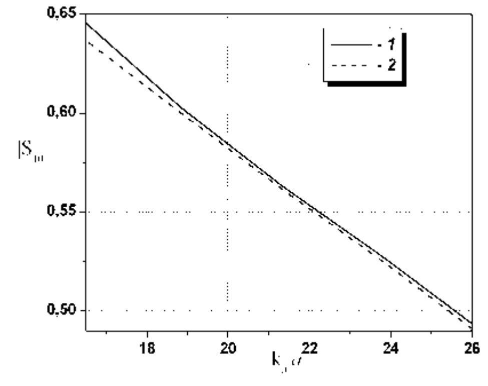


Рис.3.7. Зависимость $\left|S_{10}\right|$ от $k_0 a$. Кривая 1: изотропная вставка с $\mu = 2.0$; кривая 2: анизотропная вставка с $\mu_{||} = 2.0$, $\mu_{\perp} = 1.0$.

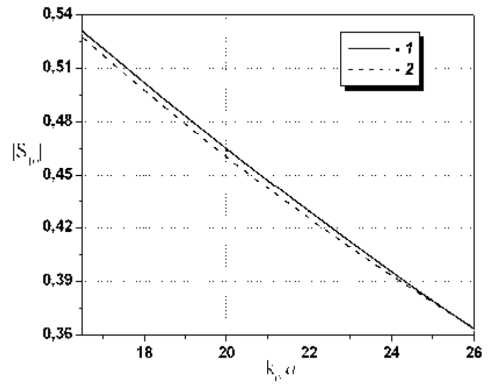


Рис.3.8. Зависимость $\left|S_{10}\right|$ от $k_0 a$. Кривая 1: изотропная вставка с $\mu = 4.0$; кривая 2: анизотропная вставка с $\mu_{||} = 4.0$, $\mu_{\perp} = 1.0$.

Случай, когда включение, расположенное в волноводе, обладает смешанной анизотропией, представлен на (рис. 3.9). Как можно заметить из приведенных графических результатов, анизотропия исследуемого материала вставки имеет заметное влияние на распространение электромагнитных волн в прямоугольном волноводе.

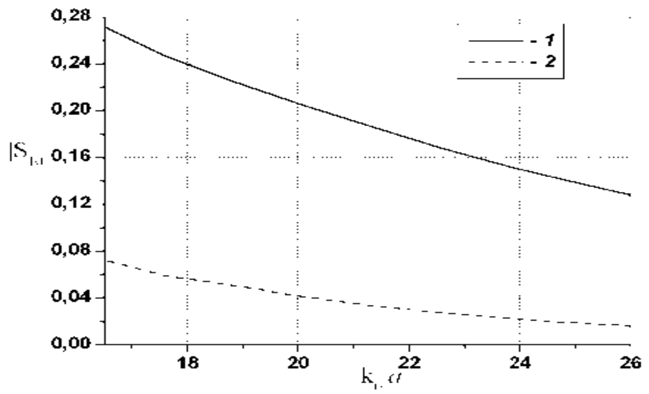


Рис.3.9 Зависимость $\left|S_{10}\right|$ от $k_0 a$ для вставки, обладающей смешанной анизотропией.

Кривая 1: $\varepsilon_{||} = 4.0$, $\varepsilon_{\perp} = 2.0$, $\mu_{||} = 4.0$, $\mu_{\perp} = 2.0$; кривая 2: $\varepsilon_{||} = 8.0$, $\varepsilon_{\perp} = 4.0$, $\mu_{||} = 8.0$, $\mu_{\perp} = 4.0$.

3.2. Решение задачи рассеяния электромагнитных волн на включении в Т-образном сочленении двух прямоугольных волноводов с помощью теоремы Грина

В данном подразделе рассмотрена двумерная задача рассеяния на идеально проводящем включении произвольной формы внутри Т-образной области взаимодействия двух прямоугольных волноводов. Исследуемая структура представлена на (рис. 3.10). Область взаимодействия ограничена отрезками L_0, L_1, L_2 и L_3, поверхность включения - L_S. Решение основывается на методе теоремы Грина, который успешно использовался для решения задач в полноразмерной области взаимодействия прямоугольных волноводов (например, [127-128]).

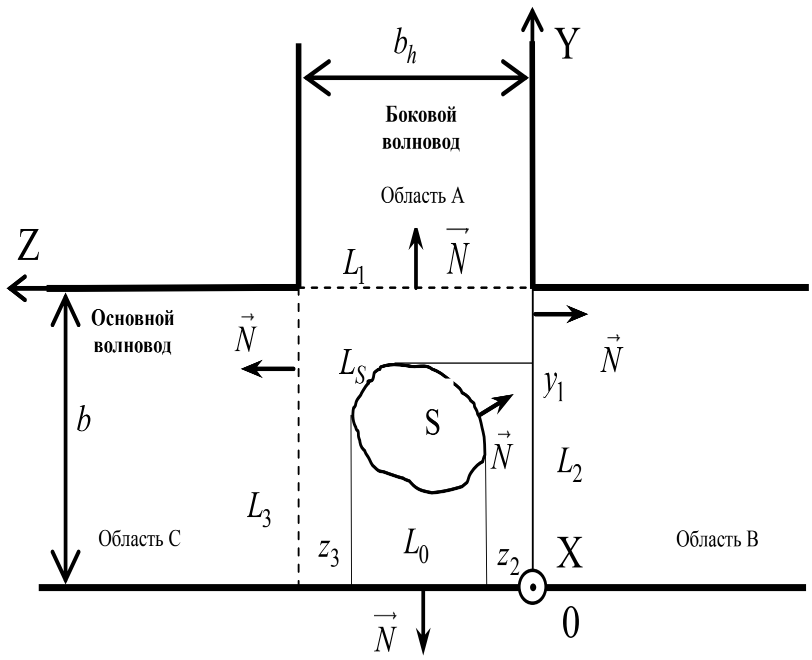


Рис. 3.10. Геометрия задачи.

В рамках данного метода решение задачи рассеяния находилось из соответствующего интегрального уравнения путем выбора весовых функций, тождественно удовлетворяющих уравнению Гельмгольца в области взаимодействия волноводов. При этом весовые функции должны автоматически учитывать присутствие идеально проводящего включения. Для этого система весовых функций определялась с помощью решения трех вспомогательных задач рассеяния на включении в закороченном волноводе. В результате получена система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно амплитуд рассеянных волн в одном из плеч волноводного сочленения. Отметим, что метод трех закороток [128-129] дает решение поставленной задачи в одномодовом режиме, в то время как метод, основанный на применении теоремы Грина [130], позволяет определить всеволновую матрицу рассеяния для произвольного количества волноводных мод.

3.2.1. Постановка и решение задачи

Для определенности ограничимся рассмотрением E -плоскостного соединения двух прямоугольных волноводов, решение будем проводить для LM -волн [131]. Кроме того, временную зависимость выберем в виде $\exp(-i\omega t)$. Для этого типа волн компонента электрического поля $E_x(x,y,z)$ имеет вид:

$$E_x(x,y,z) = \cos\left(\frac{\pi m}{a}x\right)W(y,z), \tag{3.32}$$

а остальные проекции поля записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}
E_y(\vec{R}) &= -\frac{\pi m / a}{k^2 - (\pi m / a)^2}\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\partial_y W(y,z),\\
E_z(\vec{R}) &= -\frac{\pi m / a}{k^2 - (\pi m / a)^2}\sin\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\partial_z W(y,z),\\
H_x(\vec{R}) &= 0,\\
H_y(\vec{R}) &= -\frac{i\omega}{k^2 - (\pi m / a)^2}\cos\left(\frac{\pi m}{a}x\right)\partial_z W(y,z),
\end{aligned}$$

$$H_z(\vec{R}) = \frac{i\omega}{k^2 - (\pi m / a)^2} \cos\left(\frac{\pi m}{a} x\right) \partial_y W(y,z),$$

где a – общий размер двух волноводов, а модальный индекс $m = 0,1,2,\ldots$ фиксирован в пределах всей работы. Функция $W(y,z)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$(\Delta_{y,z} + K^2) W(y,z) = 0, \tag{3.33}$$

а также нулевым граничным условиям на идеально проводящих стенках волновода и на контуре L_s , ограничивающем рассеиватель S . Здесь $K = [k^2 - (\pi m / a)^2]^{1/2}$ - эффективное волновое число, k - волновое число в среде заполнения волноводов. В регулярных областях $A\ (y > b), B\ (z < 0)$ и $C\ (z > b_h)$ функции $W(y,z)$ представляются в виде:

$$\begin{aligned}
W^A &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left[A_n^{in} \exp[-i\eta_n (y-b)] + A_n^{sc} \exp[i\eta_n (y-b)] \right] \sin\left(\frac{\pi n}{b_h} z\right), \\
W^B &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left[B_n^{in} \exp[i\beta_n z] + B_n^{sc} \exp[-i\beta_n z] \right] \sin\left(\frac{\pi n}{b} y\right), \\
W^C &= \sum_{n=1}^{+\infty} \left[C_n^{in} \exp[-i\beta_n (z-b_h)] + C_n^{sc} \exp[i\beta_n (z-b_h)] \right] \sin\left(\frac{\pi n}{b} y\right),
\end{aligned} \tag{3.34}$$

где A_n^{in}, B_n^{in}, C_n^{in} и A_n^{sc}, B_n^{sc}, C_n^{sc} - амплитудные коэффициенты падающих и рассеянных волн, а $\eta_n = [K^2 - (\pi n / b_h)^2]^{1/2}$ и $\beta_n = [K^2 - (\pi n / b)^2]^{1/2}$ - продольные волновые числа волноводов. Введем в рассмотрение $\tilde{W}$ - решение уравнения (3.33) в неоднородной области, удовлетворяющее нулевым граничным условиям на идеально проводящих поверхностях: $\tilde{W}\Big|_{L_S} = 0; \quad \tilde{W}\Big|_{L_0} = 0.$

С помощью теоремы Грина (второй формулы Грина) [132] преобразуем уравнение Гельмгольца внутри неоднородной области в интегральное уравнение по поверхностям, ограничивающим эту область $L = L_0 + L_1 + L_2 + L_3 + L_s$,

$$\int_L dL \left(\tilde{W} \frac{\partial W}{\partial N} - W \frac{\partial \tilde{W}}{\partial N} \right) = 0. \qquad (3.35)$$

Здесь $\partial / \partial N$ – нормальная производная к поверхности, а W - как и ранее, неизвестное решение уравнения (3.33) в неоднородной области, также удовлетворяющее граничным условиям на идеально проводящих поверхностях L_0 и L_S. В качестве $\tilde{W}$ последовательно возьмем решения трех вспомогательных задач для главного и бокового волноводов [133, А6, А7], приведенных далее (см. Приложение А).

Рассмотрим вкратце первую вспомогательную структуру, представляющую собой главный волновод, содержащий рассеиватель S . Исследуемая структура формально получается из (рис. 3.10), если полагать сегмент L_1 идеально проводящим.

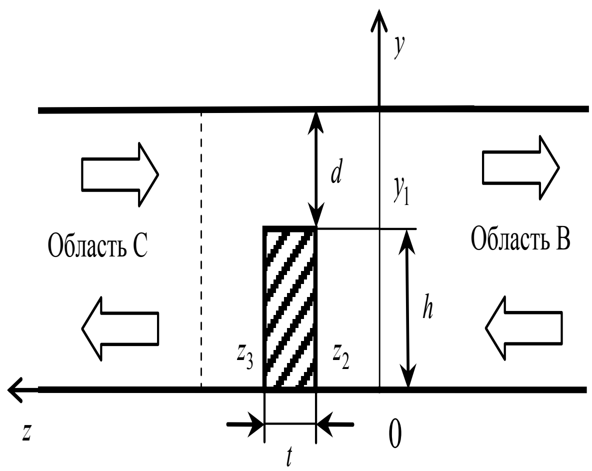


Рис. 3.11 Геометрия первой и второй вспомогательных задач

Пусть рассеиватель возбуждается модой волны индекса $q = 1, 2, \ldots$, падающей со стороны $z = -\infty$. Решение вне включения $\tilde{W}(y,z) \equiv \tilde{W}B_q(y,z)$ запишется в виде:

$$\tilde{W}B_q(y,z) = \begin{cases} \tilde{W}^{in} + \tilde{W}^{sc}, \; z < z_{2,} \\ \tilde{W}^{sc}, \; z > z_{3,} \end{cases} \tag{3.36}$$

в (3.36) мы обозначили:

$$\begin{aligned} \tilde{W}^{in} &= \exp[i\beta_q(z - z_2)] \sin\left(\frac{\pi q}{b} y\right), \quad z < z_2, \\ \tilde{W}^{sc} &= \sum_{s=0}^{+\infty} SBB_{sq} \exp[-i\beta_s(z - z_2)] \sin\left(\frac{\pi s}{b} y\right), \quad z < z_2, \\ \tilde{W}^{sc} &= \sum_{s=0}^{+\infty} SCB_{sq} \exp[i\beta_s(z - z_3)] \sin\left(\frac{\pi s}{b} y\right), \quad z > z_3. \end{aligned} \tag{3.37}$$

В качестве второй вспомогательной задачи рассмотрим тот же главный волновод, теперь предположив, что q -ая мода указанного волновода падает со стороны $z = +\infty$. Решение для $\tilde{W}(y,z) \equiv \tilde{W}C_q(y,z)$ вне включения будут выглядеть так:

$$\tilde{W}C_q(y,z) = \begin{cases} \tilde{W}^{in} + \tilde{W}^{sc}, \; z > z_{3,} \\ \tilde{W}^{sc}, \; z < z_{2,} \end{cases} \tag{3.38}$$

где

$$\begin{aligned}
\tilde{W}^{in} &= \exp[-i\beta_q(z-z_3)]\sin\left(\frac{\pi q}{b}y\right), \quad z>z_3, \\
\tilde{W}^{sc} &= \sum_{s=1}^{+\infty} SCC_{sq}\exp[i\beta_s(z-z_3)]\sin\left(\frac{\pi s}{b}y\right), \quad z>z_3, \qquad (3.39)\\
\tilde{W}^{sc} &= \sum_{s=1}^{+\infty} SBC_{sq}\exp[-i\beta_s(z-z_2)]\sin\left(\frac{\pi s}{b}y\right), \quad z<z_2.
\end{aligned}$$

Третья вспомогательная задача формулируется для структуры, которая формально получается из (рис. 3.10), если сегменты L_2 и L_3 полагать идеально проводящими.

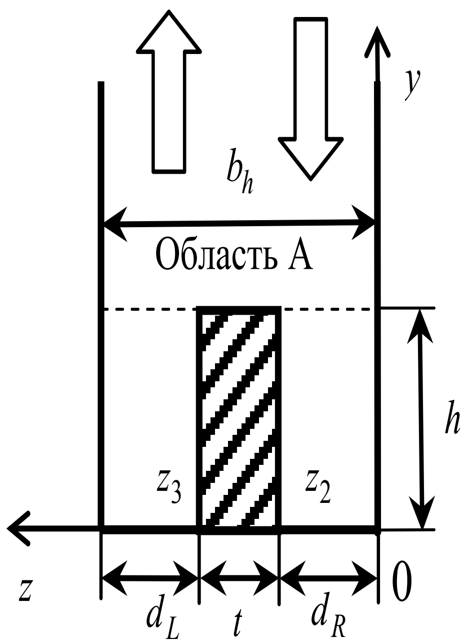


Рис. 3.12 Геометрия третьей вспомогательной задачи.

Пусть волна ($q=1,2,\ldots$) падает со стороны $y=+\infty$. Решение $\tilde{W}(y,z)\equiv \tilde{W}A_q(y,z)$ для области $y>y_1$ запишем так:

$$\tilde{W}A_q(y,z)=\begin{cases}\tilde{W}^{in}+\tilde{W}^{sc}, & y>y_1,\\ \tilde{W}, & 0<y<y_1.\end{cases} \qquad (3.40)$$

Здесь

$$\tilde{W}^{in} = \exp[-i\eta_q(y-y_1)]\sin\left(\frac{\pi q}{b_h}z\right), \quad y > y_1,$$
$$\tilde{W}^{sc} = \sum_{s=1}^{+\infty} SAA_{sq}\exp[i\eta_s(y-y_1)]\sin\left(\frac{\pi s}{b_h}z\right), \quad y > y_1. \tag{3.41}$$

В формулах (3.37), (3.39), (3.41) $SIJ\ (I,J = A,B,C)$ - элементы матрицы рассеяния, которая задается следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{\mathrm{sc}} &= \mathbf{SAA}\cdot\mathbf{A}^{\mathrm{in}} + \mathbf{SAB}\cdot\mathbf{B}^{\mathrm{in}} + \mathbf{SAC}\cdot\mathbf{C}^{\mathrm{in}}, \\ \mathbf{B}^{\mathrm{sc}} &= \mathbf{SBA}\cdot\mathbf{A}^{\mathrm{in}} + \mathbf{SBB}\cdot\mathbf{B}^{\mathrm{in}} + \mathbf{SBC}\cdot\mathbf{C}^{\mathrm{in}}, \\ \mathbf{C}^{\mathrm{sc}} &= \mathbf{SCA}\cdot\mathbf{A}^{\mathrm{in}} + \mathbf{SCB}\cdot\mathbf{B}^{\mathrm{in}} + \mathbf{SCC}\cdot\mathbf{C}^{\mathrm{in}}. \end{aligned} \tag{3.42}$$

Здесь введены вектор-столбцы амплитуд падающих и рассеянных волн $\mathbf{A}^{\mathrm{in}} = \{A_n^{in}\}$, $\mathbf{B}^{\mathrm{in}} = \{B_n^{in}\}$, $\mathbf{C}^{\mathrm{in}} = \{C_n^{in}\}$; $\mathbf{A}^{\mathrm{sc}} = \{A_n^{sc}\}$, $\mathbf{B}^{\mathrm{sc}} = \{B_n^{sc}\}$, $\mathbf{C}^{\mathrm{sc}} = \{C_n^{sc}\}$. Коэффициенты рассеяния и решения вспомогательных задач $\tilde{W}A_q, \tilde{W}B_q, \tilde{W}C_q$ могут быть получены различными способами, например, методом модового разложения [134], численными методами [135-137], методом поверхностных интегральных уравнений [79].

Далее последовательно подставляем в формулу Грина (3.35) весовые функции $\tilde{W}A_q(y,z)$, $\tilde{W}B_q(y,z)$, $\tilde{W}C_q(y,z)$ вместо $\tilde{W}$, учитывая при этом явный вид (3.34) для $W(y,z)$ в каждой из областей, а также равенство нулю W и $\tilde{W}$ на идеально проводящих поверхностях. В результате получим прямые формулы для амплитуд рассеяния A_n^{sc}, B_n^{sc}, C_n^{sc}:

$$\begin{aligned} A_q^{sc} &= \sum_{n=1}^{+\infty}[RA_{qn}\cdot A_n^{in} + RB_{qn}\cdot(B_n^{in}+B_n^{sc}) + RC_{qn}\cdot(C_n^{in}+C_n^{sc})], \\ B_q^{sc} &= \sum_{n=1}^{+\infty}[PA_{qn}\cdot(A_n^{in}+A_n^{sc}) + PB_{qn}\cdot B_n^{in} + PC_{qn}\cdot C_n^{in}], \\ C_q^{sc} &= \sum_{n=1}^{+\infty}[QA_{qn}\cdot(A_n^{in}+A_n^{sc}) + QB_{qn}\cdot B_n^{in} + QC_{qn}\cdot C_n^{in}], \end{aligned} \tag{3.43}$$

где $q = 1,2,\ldots$, а матричные коэффициенты имеют вид:

$$RA_{qn} = \frac{\exp[i\eta_q(b-y_1)]}{\eta_q}\eta_n \exp[i\eta_n(b-y_1)]\cdot SAA_{nq},$$

$$RB_{qn} = -\frac{b^2}{2b_h i}GWAB(q,n),$$

$$GWAB(q,n) = \frac{2\exp[i\eta_q(b-y_1)]}{\eta_q b^2}\int_0^b dy \frac{\partial \tilde{W}A_q(y,z)}{\partial z}\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)\Big|_{z=0},$$

$$RC_{qn} = \frac{b^2}{2b_h i}GWAC(q,n),$$

$$GWAC(q,n) = \frac{2\exp[i\eta_q(b-y_1)]}{\eta_q b^2}\int_0^b dy \frac{\partial \tilde{W}A_q(y,z)}{\partial z}\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)\Big|_{z=b_h},$$

$$PA_{qn} = \frac{b_h^2}{2bi}GWB(q,n),$$

$$GWB(q,n) = \frac{2\exp[i\beta_q z_2]}{\beta_q b_h^2}\int_0^{b_h} dz \frac{\partial \tilde{W}B_q(y,z)}{\partial y}\sin\left(\frac{\pi n}{b_h}z\right)\Big|_{y=b},$$

$$PB_{qn} = \frac{\exp[i\beta_q z_2]}{\beta_q}\beta_n \exp[i\beta_n z_2]\cdot SBB_{nq},$$

$$PC_{qn} = \frac{\exp[i\beta_q z_2]}{\beta_q}\beta_n \exp[i\beta_n(b_h - z_3)]\cdot SCB_{nq},$$

$$QA_{qn} = \frac{b_h^2}{2bi}GWC(q,n),$$

$$GWC(q,n) = \frac{2\exp[i\beta_q(b_h-z_3)]}{\beta_q b_h^2}\int_0^{b_h} dz \frac{\partial \tilde{W}C_q(y,z)}{\partial y}\sin\left(\frac{\pi n}{b_h}z\right)\Big|_{y=b},$$

$$QB_{qn} = \frac{\exp[i\beta_q(b_h-z_3)]}{\beta_q}\beta_n \exp[i\beta_n z_2]\cdot SBC_{nq},$$

$$QC_{qn} = \frac{\exp[i\beta_q(b_h-z_3)]}{\beta_q}\beta_n \exp[i\beta_n(b_h-z_3)]\cdot SCC_{nq}.$$

Интегралы в правых частях указанных выше выражений могут быть вычислены аналитически, если известны $\tilde{W}A_q$, $\tilde{W}B_q$, $\tilde{W}C_q$.

Получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для амплитуд рассеянного поля в боковом волноводе, выразив один ряд неизвестных через другой, а именно, $\{B_n^{sc}\}$ и $\{C_n^{sc}\}$ через $\{A_n^{sc}\}$. В результате получим систему уравнений относительно $\mathbf{A}^{\mathrm{sc}} = \{A_n^{sc}\}$, которая в матричной форме имеет вид:

$$\mathbf{I}-\mathbf{D} \ \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{sc}} = \mathbf{UA}\cdot\mathbf{A}^{\mathrm{in}} + \mathbf{UB}\cdot\mathbf{B}^{\mathrm{in}} + \mathbf{UC}\cdot\mathbf{C}^{\mathrm{in}}. \qquad (3.44)$$

Здесь $\mathbf{I}$ – единичная матрица, остальные матрицы, входящие в (3.44), определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{D} = \mathbf{RB}\cdot\mathbf{PA} + \mathbf{RC}\cdot\mathbf{QA},\\
&\mathbf{UA} = \mathbf{RA} + \mathbf{RB}\cdot\mathbf{PA} + \mathbf{RC}\cdot\mathbf{QA},\\
&\mathbf{UB} = \mathbf{RB} + \mathbf{RB}\cdot\mathbf{PB} + \mathbf{RC}\cdot\mathbf{QB},\\
&\mathbf{UC} = \mathbf{RC} + \mathbf{RB}\cdot\mathbf{PC} + \mathbf{RC}\cdot\mathbf{QC}.
\end{aligned}$$

Решение СЛАУ (3.44) запишем в виде

$$\mathbf{A}^{sc} = (\mathbf{I}-\mathbf{D})^{-1}\cdot(\mathbf{UA}\cdot\mathbf{A}^{\mathrm{in}} + \mathbf{UB}\cdot\mathbf{B}^{\mathrm{in}} + \mathbf{UC}\cdot\mathbf{C}^{\mathrm{in}}). \qquad (3.45)$$

Сравнив полученное решение (3.45) с определением матрицы рассеяния (3.42), найдем выражения для элементов матрицы рассеяния в боковой волновод $A(y>b)$:

$$\mathbf{SAA} = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} \cdot \mathbf{UA},$$
$$\mathbf{SAB} = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} \cdot \mathbf{UB}, \qquad (3.46)$$
$$\mathbf{SAC} = (\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} \cdot \mathbf{UC}.$$

Из прямых формул (3.42-3.45) получим элементы матрицы рассеяния в основной волновод

- для рассеяния в область B главного волновода ($z < 0$)

$$\mathbf{SBA} = \mathbf{PA} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{SAA}),$$
$$\mathbf{SBB} = \mathbf{PB} - \mathbf{PA} \cdot \mathbf{SAB}, \qquad (3.47)$$
$$\mathbf{SBC} = \mathbf{PC} - \mathbf{PA} \cdot \mathbf{SAC};$$

- для рассеяния в область C главного волновода ($z > b_h$)

$$\mathbf{SCA} = \mathbf{QA} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{SAA}),$$
$$\mathbf{SCB} = \mathbf{QB} - \mathbf{QA} \cdot \mathbf{SAB}, \qquad (3.48)$$
$$\mathbf{SCC} = \mathbf{QC} - \mathbf{QA} \cdot \mathbf{SAC}.$$

При численной реализации воспользуемся аналогом метода конечных разностей, в котором происходит усечение бесконечных сумм СЛАУ [136].

3.2.2. Численные результаты

Рассмотрим идеально проводящее включение в виде прямоугольной ступеньки ширины t и высоты h, расположенной, для определенности, посередине (вдоль оси $0z$) области взаимодействия двух полых волноводов (см. вставку к (рис. 3.13)). Вспомогательные задачи для определения

$\tilde{W}A_q$, $\tilde{W}B_q$, $\tilde{W}C_q$ решались методом модового согласования [134]. Нас интересуют комплексные элементы матрицы рассеяния $SIJ\ (I,J = A,B,C)$.

На (рис. 3.13-3.21) представлены частотные зависимости абсолютной величины комплексных коэффициентов рассеяния волны LM_{01}, падающей из областей А, В и С волноводного соединения, для различных геометрических размеров включения t и h, а также сравнение параметров рассеяния для случаев расположения ступеньки посередине области взаимодействия волноводов и смещенного расположения. Размеры волноводов равны $a = 8.64$ см, $b = b_h = a / 2$. На (рис. 3.13, 3.15, 3.18 и 3.21) ступенька имеет размер $h = 0.5b$, на (рис. 3.14, 3.16, 3.19) - $t = 0.2b_h$. На (рис. 3.17, 3.20) соответствуют $h = 0.5b$, $t = 0.2b_h$.

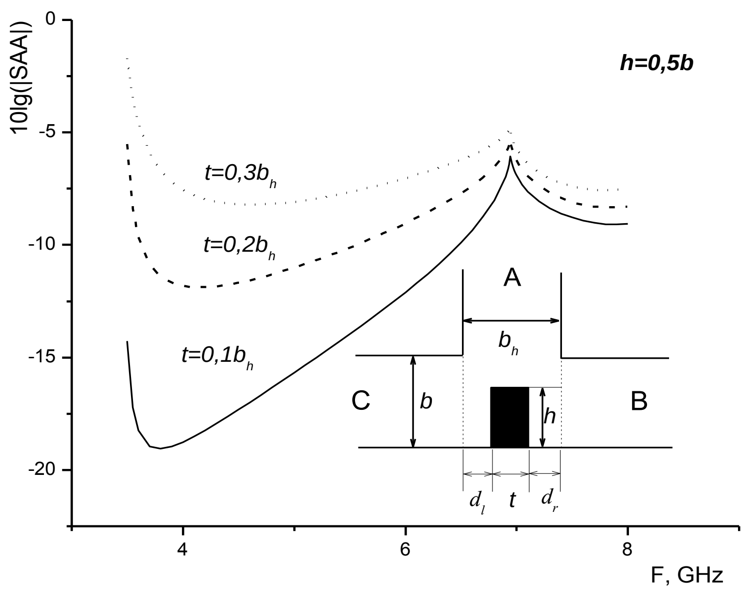


Рис. 3.13 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных значениях ширины ступеньки.

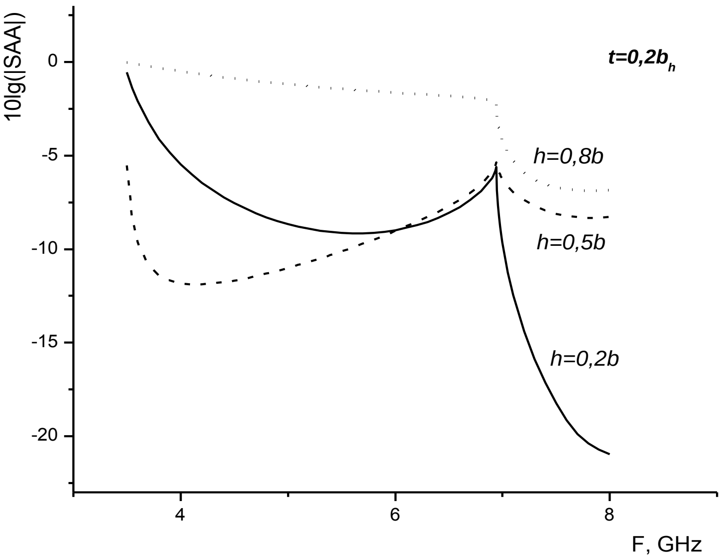


Рис. 3.14 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных значениях высоты ступеньки.

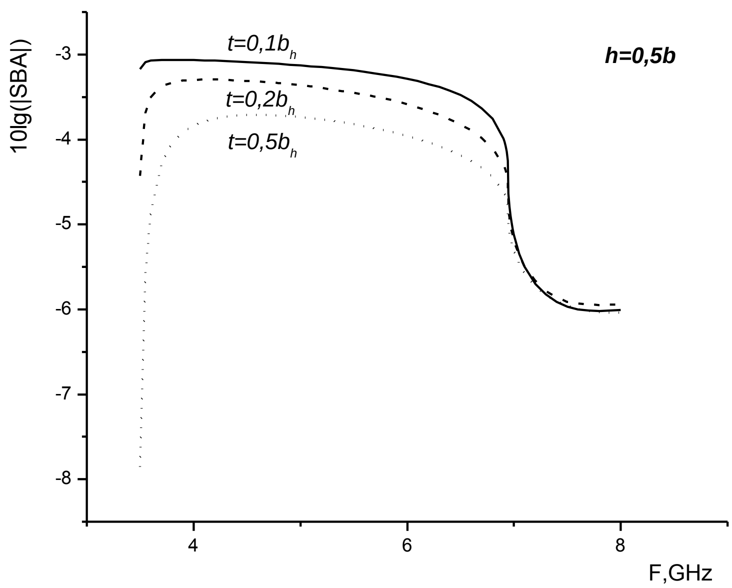


Рис. 3.15 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных значениях ширины ступеньки.

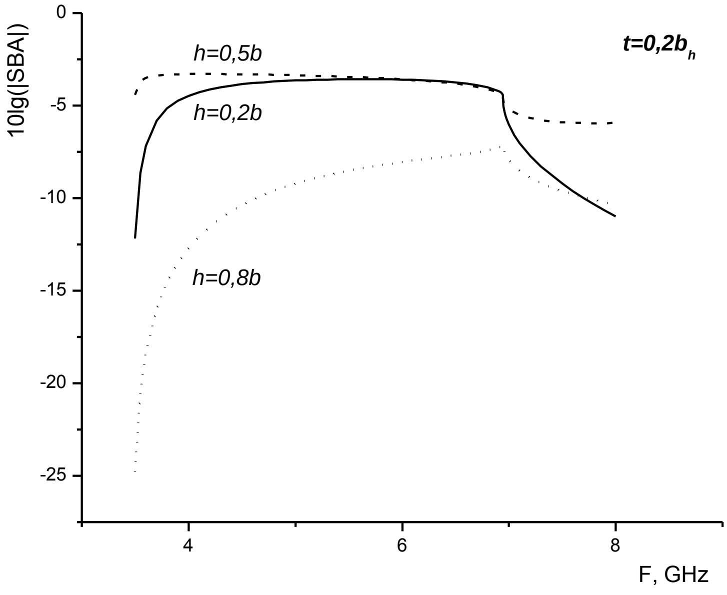


Рис. 3.16 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных значениях высоты ступеньки.

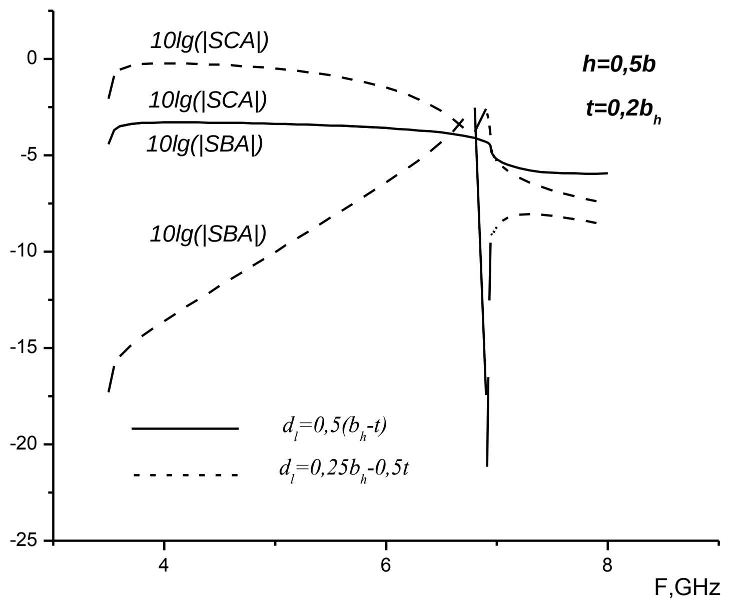


Рис. 3.17 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных положениях ступеньки. Непрерывная линия соответствует положению ступеньки посередине области взаимодействия, пунктирная – смещенному положению.

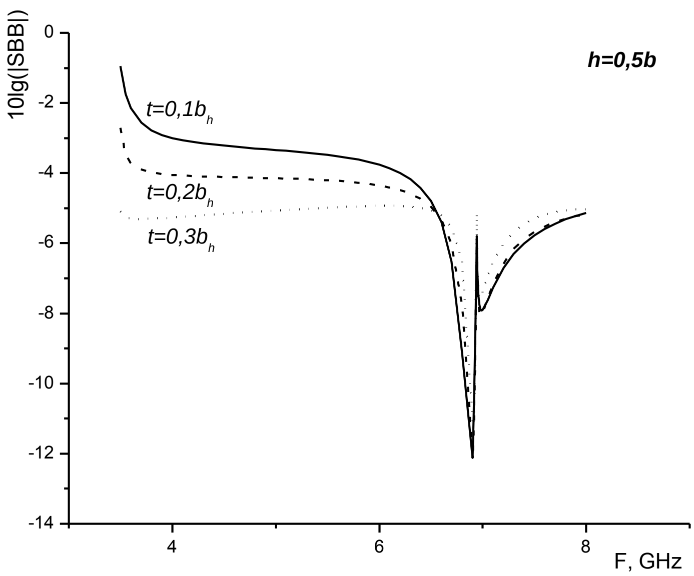


Рис. 3.18 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных значениях ширины ступеньки.

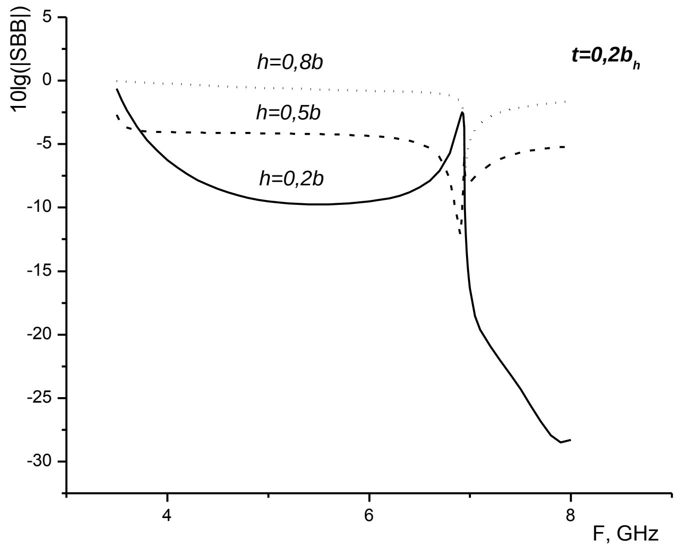


Рис. 3.19 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных значениях высоты ступеньки.

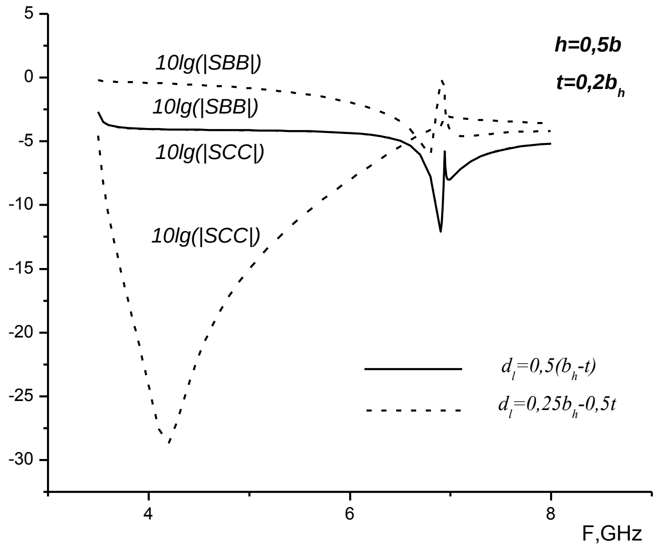


Рис. 3.20 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных положениях ступеньки. Непрерывная линия соответствует положению ступеньки посередине области взаимодействия, пунктирная – смещенному положению.

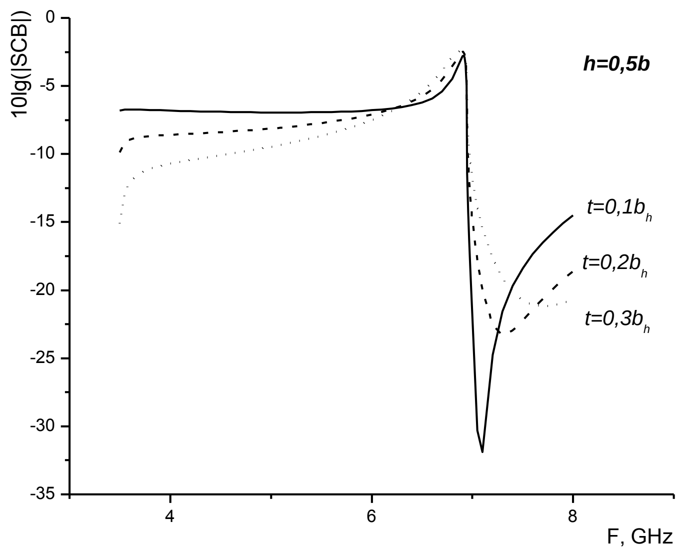


Рис. 3.21 Зависимость параметров рассеяния от частоты при различных значениях ширины ступеньки.

Выводы по разделу 3

В первом подразделе предложен алгоритм по определению коэффициентов матрицы рассеяния от произвольной анизотропной волноводной вставки, обладающей анизотропией электрических и магнитных свойств, помещенной в прямоугольный волновод. Представлены результаты расчета коэффициента отражения основной моды TE_{10} для случая, когда волновод закорочен в сечении $z = 0$ идеально проводящей плоскостью.

На первом этапе решения указанной задачи рассчитаны распределения силовых линий электрического поля в поперечном сечении анизотропной вставки для различных случаев анизотропии материальных параметров исследуемого материала. Показано, что анизотропия исследуемого материала вставки со смешанной анизотропией приводит к существенному изменению структуры силових линий электромагнитного поля, а также имеет заметное влияние на распространение электромагнитных волн в прямоугольном волноводе с анизотропным включением.

Представленная методика может быть применена для расчета рассеивающих параметров различных неоднородностей волноводных трактов и микроволновых цепей.

Во второй части раздела рассмотрено строгое решение задачи рассеяния электромагнитных LM -волн на включении в T -образом сочленении двух прямоугольных волноводов с помощью теоремы Грина. Это позволило определить всеволновую матрицу рассеяния указанной структуры для произвольного количества волноводных мод.

Такая модель может быть использована для оптимизации передающих свойств волноводных устройств с помощью стержней или ступенек, помещенных в область сочленения волноводов.

РАЗДЕЛ 4
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ОЧЕНЬ ТОНКИМИ ПРОВОЛОЧКАМИ

В этом разделе рассмотрено поглощение и рассеяние СВЧ излучения очень тонкими металлическими проволочками. Исследован эффект аномально сильного рассеяния и поглощения излучения тонкими проволочками в свободном пространстве и в волноводе. Проведено измерение ослабления и отражения волны в волноводе тонкими металлическими проволочками. Получено экспериментальное подтверждение того, что значения факторов эффективности рассеяния и поглощения электромагнитного излучения очень тонкими металлическими проволочками достигают нескольких сотен. Основные результаты данного раздела изложены в работах [А8-А10].

4.1. Взаимодействие электромагнитной волны с круговым цилиндром

Рассмотрим задачу, геометрия которой показана на (рис. 4.1). Круговой цилиндр радиусом a расположен так, что координатная ось oz проходит вдоль его оси. Вектор Умова-Пойнтинга S волны направлен вдоль координатной оси oy. Возможны случаи, когда вектор E волны параллелен оси цилиндра (Е-волна) и когда он перпендикулярен ей (Н-волна). Случай произвольной поляризации можно рассматривать как комбинацию этих двух случаев.

Для стационарного режима и Е-волны необходимо решить уравнение Гельмгольца[102]

$$\Delta E_z + k^2 E_z = 0 \qquad (4.1)$$

при следующих граничных условиях:

$$E_z^i\Big|_{r=a} = E_z^0\Big|_{r=a} + E_z^a\Big|_{r=a}, \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial E_z^i}{\partial r}\Bigg|_{r=a} = \frac{\partial E_z^0}{\partial r}\Bigg|_{r=a} + \frac{\partial E_z^a}{\partial r}\Bigg|_{r=a}. \tag{4.3}$$

Они означают непрерывность тангенциальной составляющей поля на границе раздела сред. Здесь $k = \dfrac{\omega}{c} = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, ω – круговая частота, c – скорость света во внешней среде (считаем, что это – свободное пространство), λ– длина волны излучения. Индексы o, a и i соответствуют падающей волне, рассеянной волне и полю внутри цилиндра.

Кроме компоненты E_z в данном случае существуют компоненты H_φ и H_r, которые могут быть найдены по формулам, вытекающим из уравнений Максвелла:

$$H_\phi = -\frac{i}{\omega\mu}\frac{\partial E_z}{\partial r}, \quad H_r = \frac{i}{\omega\mu r}\frac{\partial E_z}{\partial \phi} \tag{4.4}$$

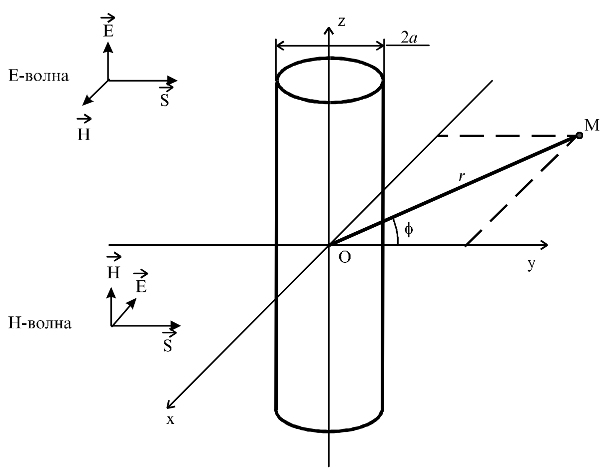


Рис. 4.1 Геометрия задачи о дифракции электромагнитной волны на цилиндре

Здесь $\mu = \mu_{rel}\mu_0$– магнитная проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная проницаемость свободного пространства. Далее будем считать, что и для внешнего пространства, и для материала цилиндра относительная магнитная проницаемость $\mu_{rel} = 1$.

В случае Н-волны математическая постановка задачи будет следующей:

$$\Delta H_z + k^2 H_z = 0, \tag{4.5}$$

$$H_z^i\Big|_{r=a} = H_z^0\Big|_{r=a} + H_z^a\Big|_{r=a}, \tag{4.6}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_1}\frac{\partial H_z^i}{\partial r}\Bigg|_{r=a} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial H_z^0}{\partial r}\Bigg|_{r=a} + \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial E_z^a}{\partial r}\Bigg|_{r=a}, \tag{4.7}$$

$$E_\phi = \frac{i}{\omega\varepsilon}\frac{\partial H_z}{\partial r}, \quad E_r = -\frac{i}{\omega\varepsilon r}\frac{\partial H_z}{\partial \phi}. \tag{4.8}$$

Здесь $\varepsilon = \varepsilon_{rel}\varepsilon_0$ – диэлектрическая проницаемость среды, в которой распространяется волна, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая проницаемость свободного пространства, $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1rel}\,\varepsilon_0$ – диэлектрическая проницаемость вещества цилиндра. Относительная диэлектрическая проницаемость внешней среды равна 1. Вещество цилиндра можно также характеризовать показателем преломления $m = \sqrt{\varepsilon_{1rel}}$. В общем случае это комплексная величина. Ниже приведено решениеуравнений (4.1) – (4.4) для E-волны. Для этого удобно использовать цилиндрические координаты.

Падающая волна:

$$E_z^0 = E_0 e^{-ikr\cos\phi} = E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l(kr)\cos l\phi,$$
$$H_\phi^0 = -\frac{kE_0}{\omega\mu} e^{-ikr\cos\phi}\cos\phi = -\frac{ikE_0}{\omega\mu} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l'(kr)\cos l\phi,$$
$$H_r^0 = -\frac{kE_0}{\omega\mu} e^{-ikr\cos\phi}\sin\phi = -\frac{iE_0}{\omega\mu r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l J_l(kr)\sin l\phi.$$

Рассеянная волна:

$$E_z^a = -E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l b_l H_l^{(2)}(kr)\cos l\phi,$$
$$H_\phi^a = \frac{ikE_0}{\omega\mu} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l b_l H_l^{(2)\prime}(kr)\cos l\phi, \qquad (4.9)$$
$$H_r^a = \frac{iE_0}{\omega\mu r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l b_l H_l^{(2)}(kr)\sin l\phi.$$

Поле внутри цилиндра:

$$E_z^i = E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l d_l J_l(k_1 r)\cos l\phi,$$
$$H_\phi^i = -\frac{ik_1E_0}{\omega\mu_1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l d_l J_l'(k_1 r)\cos l\phi,$$
$$H_r^i = -\frac{iE_0}{\omega\mu_1 r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l d_l J_l(k_1 r)\sin l\phi.$$

Здесь $J_l\ z$ – функция Бесселя, $Y_l\ z$ – функция Неймана, $H_l^{(2)}\ z = J_l\ z - iY_l\ z$ – функция Ханкеля 2-го рода [140], штрих обозначает производную функции по всему аргументу, $k_1 = mk$ – волновое число для вещества цилиндра.Коэффициенты b_l и d_l описываются следующими выражениями:

$$b_l = \frac{mJ_l'(m\rho)J_l(\rho) - J_l(m\rho)J_l'(\rho)}{mJ_l'(m\rho)H_l^{(2)}(\rho) - J_l(m\rho)H_l^{(2)\prime}(\rho)}, \tag{4.10}$$

$$d_l = \frac{2i}{\pi\rho}\frac{1}{mJ_l'(m\rho)H_l^{(2)}(\rho) - J_l(m\rho)H_l^{(2)\prime}(\rho)}, \tag{4.11}$$

где

$$\rho = \frac{2\pi a}{\lambda}.$$

Показатель преломления $m = n - ik$ – комплексная величина. В нем действительная часть определяет изменение фазы волны, мнимая – ее амплитуды.

Решение уравнений (4.5) – (4.8) для H-волны приведено ниже.

Падающая волна:

$$H_z^0 = H_0 e^{-ikr\cos\phi} = H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l(kr)\cos l\phi,$$
$$E_\phi^0 = \frac{kH_0}{\omega\varepsilon} e^{-ikr\cos\phi}\cos\phi = \frac{ikH_0}{\omega\varepsilon}\sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l'(kr)\cos l\phi,$$
$$E_r^0 = \frac{kH_0}{\omega\varepsilon} e^{-ikr\cos\phi}\sin\phi = \frac{iH_0}{\omega\varepsilon r}\sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l lJ_l(kr)\sin l\phi.$$

Рассеянная волна:

$$H_z^a = -H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)}(kr)\cos l\phi,$$
$$E_\phi^a = -\frac{ikH_0}{\omega\varepsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)\prime}(kr)\cos l\phi, \tag{4.12}$$
$$E_r^0 = -\frac{iH_0}{\omega\varepsilon r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l a_l H_l^{(2)}(kr)\sin l\phi.$$

Поле внутри цилиндра:

$$H_z^i = H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l(k_1 r)\cos l\phi,$$
$$E_\phi^i = \frac{ik_1 H_0}{\omega\varepsilon_1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l'(k_1 r)\cos l\phi,$$
$$E_r^i = \frac{iH_0}{\omega\varepsilon_1 r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l c_l J_l(k_1 r)\sin l\phi.$$

Здесь

$$a_l = \frac{mJ_l(m\rho)J_l'(\rho) - J_l'(m\rho)J_l(\rho)}{mJ_l(m\rho)H_l^{(2)\prime}(\rho) - J_l'(m\rho)H_l^{(2)}(\rho)}, \tag{4.13}$$

$$c_l = -\frac{2im}{\pi\rho}\frac{1}{mJ_l(m\rho)H_l^{(2)\prime}(\rho) - J_l'(m\rho)H_l^{(2)}(\rho}, \tag{4.14}$$

Выражения (4.9) и (4.12) позволяют найти характеристики электромагнитного поля в любой точке пространства вне и внутри цилиндра.

4.2. Факторы эффективности ослабления, рассеяния и поглощения

Взаимодействие электромагнитной волны с цилиндром удобно характеризовать безразмерными факторами:

$Q_{sca} = \dfrac{P_{sca}}{P}$ – фактор эффективности рассеяния (ФЭР),

$Q_{abs} = \dfrac{P_{abs}}{P}$ – фактор эффективности поглощения (ФЭП),

$Q = Q_{sca} + Q_{abs}$ – фактор эффективности ослабления (ФЭО).

Здесь P – мощность излучения, попавшего на цилиндр, P_{sca} – мощность рассеянного излучения, P_{abs} – мощность поглощенного излучения.

Для E-волны с помощью формул, приведенных в предыдущем разделе, можно получить [138, 139]:

$$Q = \frac{2}{\rho} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \mathrm{Re}\ b_l \ , \tag{4.15}$$

$$Q_{sca} = \frac{2}{\rho} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \left| b_l \right|^2, \tag{4.16}$$

Фактор эффективности поглощения можно вычислить как разность факторов эффективности ослабления и рассеяния:

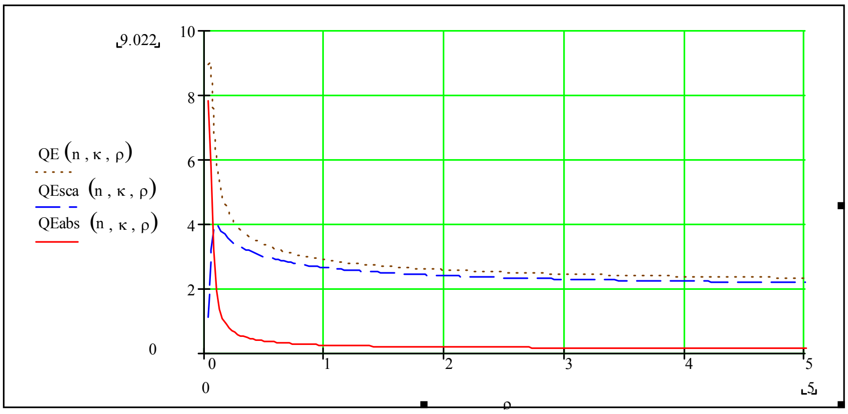
$$Q_{abs} = Q - Q_{sca}. \tag{4.17}$$

Для Н-волны формулы имеют тот же вид, но вместо коэффициентов b_l в них стоят коэффициенты a_l.

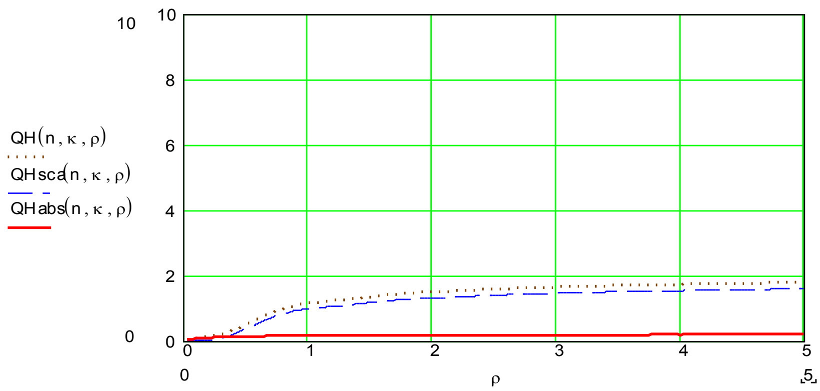
Зависимости факторов Q, Q_{sca}, Q_{abs} от параметра ρ, характеризующего соотношение диаметра цилиндра и длины волны, показаны на (рис. 4.2а) для Е-волны и на (рис. 4.2б) для Н-волны. Расчеты проводились с помощью MATHCAD. На этих и последующих рисунках приведены результаты расчетов для проволоки из платины. Комплексный показатель преломления платины определялся по известным электродинамическим формулам, справедливым для хорошо проводящих материалов:

$$n = \kappa = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0}}, \tag{4.18}$$

где $\sigma = 9,52 \cdot 10^6 \dfrac{1}{Om \cdot m}$ – удельная проводимость платины.



а)



б)

Рис. 4.2 Зависимость ослабления, рассеяния, и поглощения платиновой проволоки от ее диаметра (а – Е-волна, б – Н-волна).

Примечание. Длина волны излучения 1 мкм. Значения *n* и *κ* для (рис. 4.2) соответствуют длине волны 1 мкм.

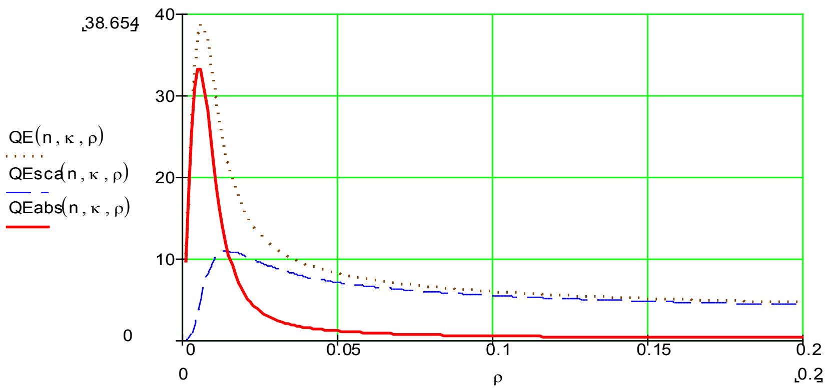
Для Е-волны характерно, что эти зависимости имеют максимум, после которого значения факторов эффективности уменьшаются и асимптотически приближаются к некоторым значениям.

Из теории дифракции известно, что предельным значением фактора эффективности ослабления является значение $Q = 2$. Функция $Q(\rho)$ в случае Е-волны приближается к этому значению сверху (рис. 4.2а).

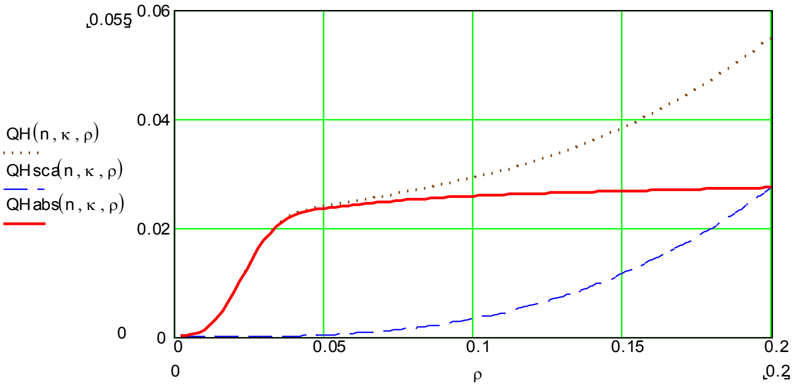
В случае Н-волны зависимость $Q(\rho)$ также асимптотически приближается к значению $Q = 2$, но снизу (рис. 4.2б). Функция $Q(\rho)$ в этом случае монотонная, без максимума.

Зависимости $Q_{sca}(\rho)$ и $Q_{abs}(\rho)$ сходны с зависимостью $Q(\rho)$.

Таким образом, существенной особенностью зависимости $Q_{abs}(\rho)$ для Е-волны является наличие максимума при некотором значении ρ. При этом Q_{abs} может принимать очень большие значения. Положение и величина максимума зависят от длины волны излучения. При ее увеличении максимум сдвигается в сторону меньших значений ρ и его высота увеличивается. Так для $\lambda = 1$ мкм максимум расположен при $\rho = 0{,}02$ и достигает значения 11 (рис. 4.2а), а для $\lambda = 10{,}6$ мкм он располагается при $\rho = 0{,}0054$, а величина его равна 33,3 (рис. 4.3а). На (рис. 4.3б) показана зависимость $Q_{abs}(\rho)$ при $\lambda = 10{,}6$ мкм для Н-волны. Максимума, подобного изображенному на (рис. 4.3а), здесь нет.



а)



б)

Рис. 4.3 Зависимость ослабления, рассеяния, и поглощения платиновой проволоки от ее диаметра (а – E-волна, б – H-волна).

Примечание. Длина волны излучения 10,6 мкм.

На (рис. 4.4а) показана зависимость положения максимума от длины волны в линейном масштабе, а на (рис. 4.4б) – та же зависимость в логарифтическом масштабе. Последняя хорошо аппроксимируется прямой линией с уравнением

$$\ln \rho_{\max} = -\frac{1}{2} \ln \lambda_{[м]} - 11 \,.$$

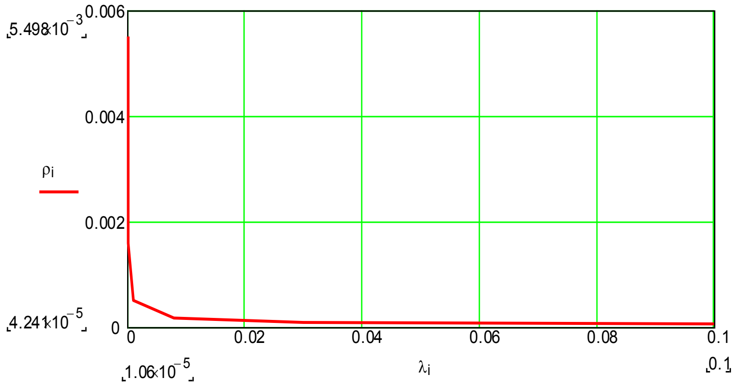
После потенцирования эта зависимость принимает вид (для платины):

$$\rho_{\max} = \frac{1,67 \cdot 10^{-5}}{\sqrt{\lambda_{[\text{м}]}}} \,.$$

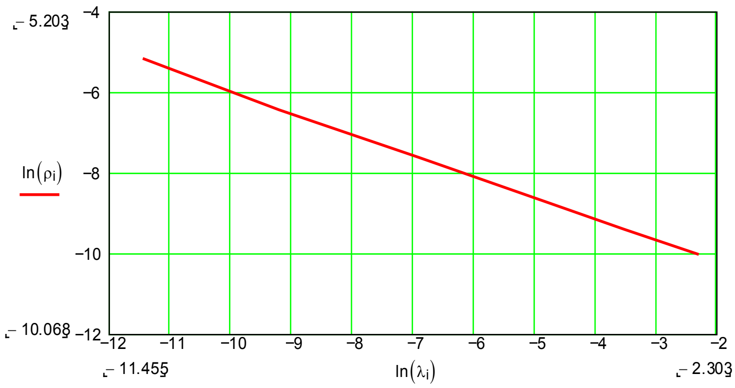
Если учесть соотношение (4.18), связывающее показатель преломления с проводимостью металла и частотой излучения, можно получить:

$$\rho_{\max}\left|m\right| \approx 0,4. \tag{4.19}$$

Эта формула справедлива для хорошо проводящих металлов.



а)



б)

Рис. 4.4 Зависимость положения максимума поглощения от длины волны излучения

Зависимость величины максимума фактора эффективности поглощения платинового цилиндра от длины волны показана на (рис. 4.5). Она хорошо аппроксимируется формулой

$$Q_{abs\max} = 8269\sqrt{\lambda_{[\text{м}]}}.$$

С учетом (4.18) получим несколько иной вид этого соотношения, пригодного для любого хорошо проводящего металла:

$$Q_{abs\max} \approx 0,35\left|m\right|. \qquad (4.20)$$

На длине волны 10 см величина $Q_{abs\max}$ достигает очень больших значений – более чем 2500.

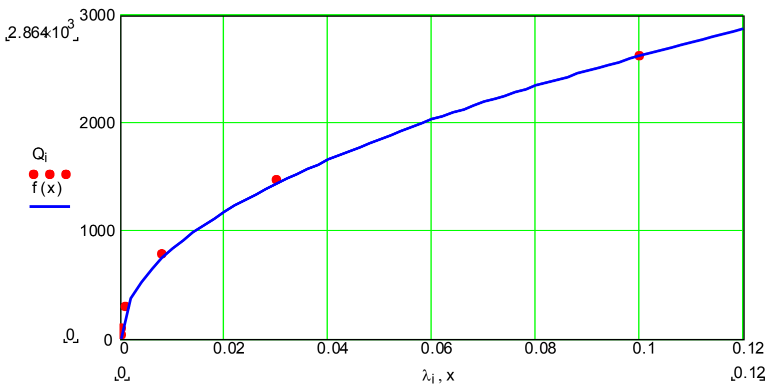


Рис. 4.5 Зависимость величины максимума поглощения от длины волны излучения

Абсолютные значения диаметра цилиндра d имеют при этом малые значения – от нескольких сотых долей микрометра до нескольких микрометров. Зависимость $d(\lambda)$ показана на (рис. 4.6). Для платины она может быть аппроксимирована формулой

$$d_{[mkm]} = 4,269\sqrt{\lambda_{[m]}}\,.$$

Из графика видно, что в десятисантиметровом диапазоне длин волн диаметр проволоки составляет около 1,5 мкм. Платиновая проволока примерно такого диаметра изготовляется на промышленных предприятиях.

Поэтому возможно проведение эксперимента по изучению аномально большого поглощения излучения в тонких металлических проволоках.

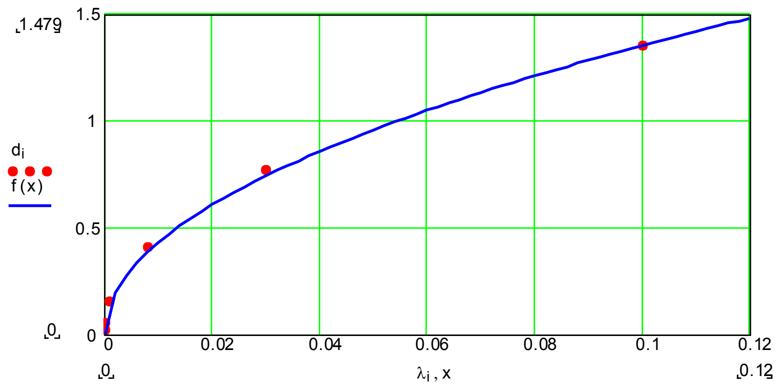


Рис. 4.6 Зависимость $d_{\max}$ платиновой проволоки от длины волны излучения

4.3. Экспериментальное исследование взаимодействия электромагнитной волны с тонкими проволочками в волноводе

Изучение взаимодействия электромагнитного излучения с тонкими проволочками проводилось с помощью измерительной линии Р1-4 на частоте 11,2 ГГц в прямоугольном волноводе сечением 10×23 мм и с помощью рефлектометров типа Р2-67 в таких диапазонах частот:

2,8 ... 4,1 ГГц – в волноводе сечением 25×58 мм,

3,07 ... 5,5 ГГц – в волноводе сечением 25×58 мм,

6 ... 8,5 ГГц – в волноводе сечением 12×28 мм,

8 ... 11 ГГц – в волноводе сечением 12×28 мм.

8 ... 12 ГГц – в волноводе сечением 10×23 мм.

12 ... 18 ГГц – в волноводе сечением 8×16 мм.

4.3.1. Поглощение и рассеяние излучения тонкой проволочкой

Объектами исследования служили:

нихромовая проволока диаметром 15 мкм;

медная проволока диаметром 15 мкм;

вольфрамовая проволока диаметром 12 мкм.

Нихромовая и медная проволоки имели стеклянную оболочку толщиной 7,5 мкм. Такая оболочка практически не сказывается на процессе взаимодействия СВЧ излучения с проволокой [141], так что при теоретических расчетах ее наличие не учитывалось. Проволока располагалась посередине широкой стенки волновода параллельно его узкой стенке вдоль электрического вектора распространяющейся волны. Измерялось ослабление L (в децибелах), вносимое проволокой в волновод, и коэффициент стоячей волны r в относительных единицах или децибелах. Использовались методики и блок-схемы измерений, приведенные в описаниях приборов (рис. 4.7 и 4.8). Вычислялись коэффициент пропускания T и коэффициент отражения R по формулам:

$$T = 10^{\frac{L[dB]}{10}}, \tag{4.21}$$

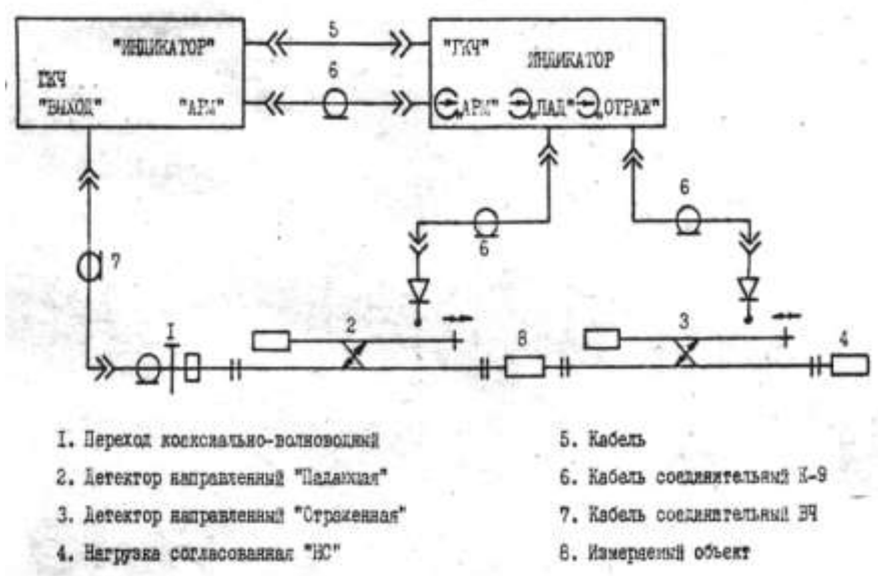


Рис. 4.7. Блок-схема измерения коэффициента ослабления

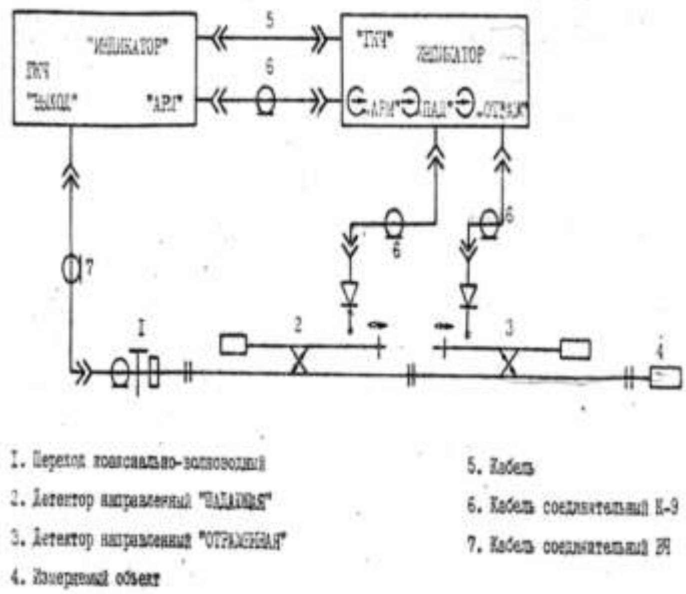


Рис. 4.8. Блок-схема измерения коэффициента стоячей волны

$$R=\left(\frac{r-1}{r+1}\right)^2 \text{ или } R=10^{\frac{r[dB]}{10}}. \qquad (4.22)$$

По этим данным можно найти коэффициент поглощения. Пусть на исследуемый объект падает излучение мощностью P_0. Часть излучения отражается: $P_{отр}=RP_0$ (R – энергетический коэффициент отражения). Внутрь объекта проходит мощность $(1-R)P_0$, и некоторая ее часть там поглощается. Если коэффициент поглощения равен K , то мощность вышедшего из объекта излучения равна $(1-R)(1-K)P_0$. Таким образом, измеряемый в эксперименте коэффициент пропускания будет $T=(1-R)(1-K)$. Отсюда следует, что

$$K=1-\frac{T}{1-R}. \tag{4.23}$$

Недостатком такой методики измерения коэффициента поглощения является то, что при вычислении по формуле (4.23) происходит вычитание близких по значению чисел, так как в условиях эксперимента одиночная проволока поглощает не более 10% падающей энергии и примерно столько же отражает. Для повышения точности измерений в волновод помещалась решетка из 7 проволок, расположенных на расстоянии около 1 мм друг от друга и занимающих пространство ± 3 мм от середины широкой стенки. Даже в самом узком волноводе (8×16 мм) в этой области напряженность электрического поля меняется мало.

Измерялось отражение и поглощение системы из 7 проволок. Затем проволоки по одной удались, и измерения повторялись. При вычислениях результаты пересчитывались для одной проволоки, а затем усреднялись. На (рис. 4.9 и 4.10) показаны графики зависимости коэффициентов отражения и поглощения нихромовой проволоки от длины волны в волноводе сечением 25×58 мм. Тонкими линиями показаны зависимости $R(\lambda)$ и $K(\lambda)$, полученные при измерениях с семью, шестью и т.д. проволоками, пересчитанные для одной проволоки. Толстые линии с кружками – усредненные зависимости.

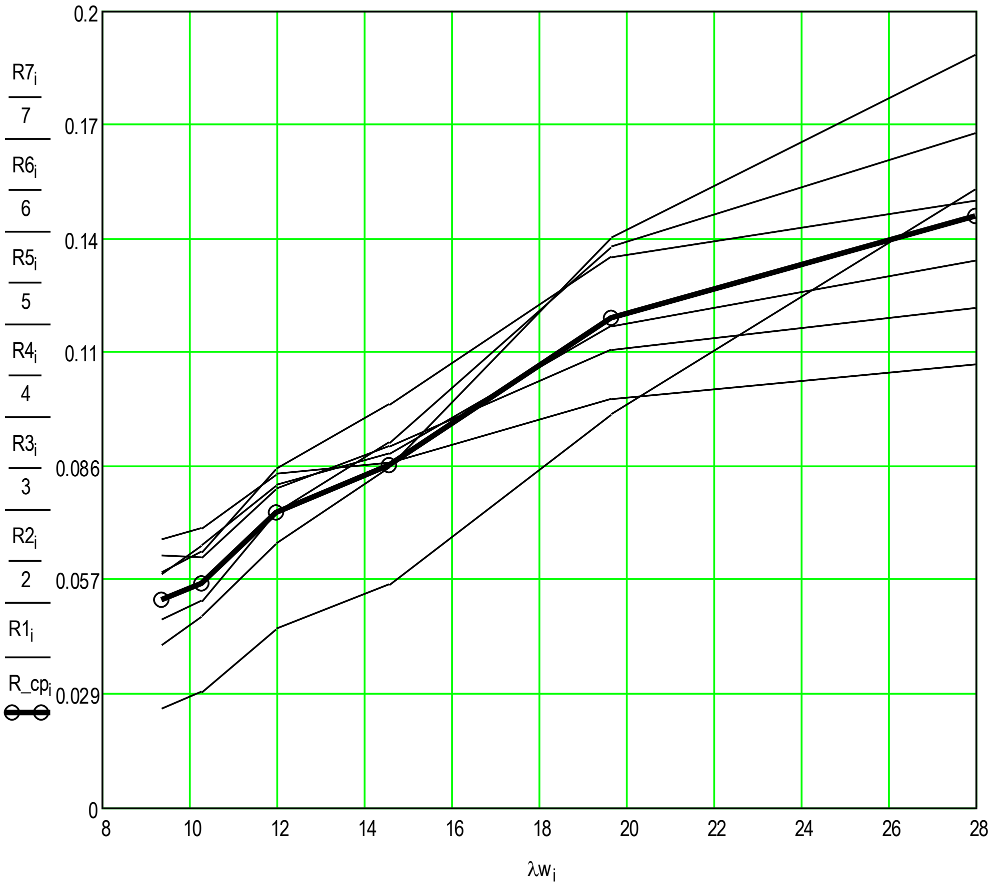


Рис. 4.9 Зависимость коэффициента отражения нихромовой проволоки от длины волны в волноводе 25 х 58 мм

Для сравнения с теоретическими данными нужно решить задачу о взаимодействии электромагнитной волны с проволокой в волноводе. Это довольно сложная задача, поскольку сечение волновода прямоугольное, а объект – цилиндрический. Поэтому результаты эксперимента сравнивались с результатами расчета для плоской волны в свободном пространстве.

Приближенное соотношение, связывающее коэффициент отражения R с фактором эффективности рассеяния Q_{sca} можно получить так. При диаметре цилиндра D, много меньшем длины волны излучения λ, индикатриса рассеяния излучения в горизонтальной плоскости близка к круговой. Поэтому в заднее полупространство попадает половина всей рассеянной энергии. Значит, можно записать:

$$R = \frac{P_{sca}}{2P_0} = \frac{Q_{sca}P}{2P_0}, \tag{4.24}$$

где P_0 – падающая мощность, $P_{sca} = Q_{sca}P$ – мощность, рассеянная проволокой, Q_{sca} – фактор эффективности рассеяния, P – мощность, попавшая на проволоку.

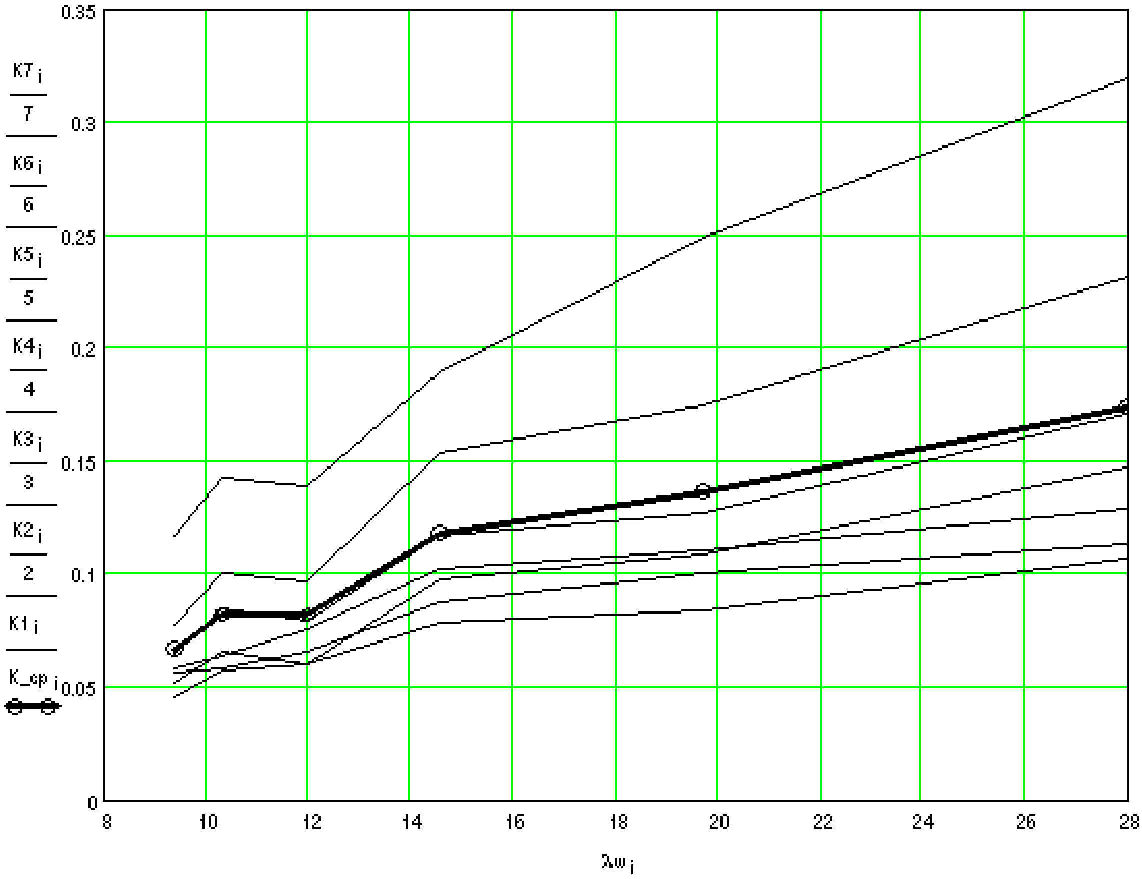


Рис. 4.10 Зависимость коэффициента поглощения нихромовой проволоки от длины волны в волноводе 25 х 58 мм

Последнюю можно определить так:

$$P = I_0 bD, \tag{4.25}$$

где b – длина узкой стенки волновода, I_0 – интенсивность волны в месте расположения проволоки. Ее можно найти интегрированием выражений для полей в поперечном сечении волновода, что дает:

$$I_0 = \frac{2P_0}{ab}, \tag{4.26}$$

где a – размер широкой стенки волновода. Подставляя выражения (4.25) и (4.26) в формулу (4.24), получим:

$$Q_{sca} = R\frac{a}{D}. \tag{4.27}$$

При выводе этой формулы считалось, что индикатриса рассеяния проволоки в волноводе такая же, как в свободном пространстве, что, конечно, не так. Но можно полагать, что полученное выражение верно с точностью до постоянного множителя.

По аналогии напишем соотношение для фактора эффективности поглощения:

$$Q_{sca} = K\frac{a}{D}. \tag{4.28}$$

На (рис. 4.11 и 4.12) толстыми сплошными линиями показаны теоретические зависимости $Q_{sca}(\lambda)$ и $Q_{abs}(\lambda)$ для длин волн, используемых в эксперименте с нихромовой проволокой, а тонкими линиями с кружками, квадратиками и крестиками – экспериментальные результаты для диапазонов длин волн, указанных в этом разделе выше.

Так как формулы (4.27) и (4.28) дают результаты с точностью до множителя, в них вводились коэффициенты – такие, при которых в середине исследованного диапазона длин волн экспериментальный результат привязывался к теоретическому, а также совпадали между собой экспериментальные результаты в перекрывающихся областях длин волн для различных сечений волноводов.

Из графиков видно, что, как и предсказывает теория, и поглощение, и рассеяние излучения тонкой проволокой увеличивается с ростом длины волны. Эффекты эти очень сильные – значения Q_{abs} и Q_{sca} лежат в интервале от нескольких десятков до нескольких сотен.

Но характер теоретических и экспериментальных зависимостей различен. Первые – существенно нелинейные, вторые – близки к линейным. Значения поправочных коэффициентов приведены в таблице:

Таблица 4.1

Поправочные коэффициенты

f, ГГц	Сечение волновода, мм	Коэффициент	
		Поглощение	Рассеяние
2,8…4,1	25×58	1,1	1,5
3,07…5,5	25×58	0,85	1,5
6…8,5	12×28	0,9	2
8…11	12×28	1,1	2
8…12	10×23	1,1	2
12…18	8×16	2,5	2

Аппроксимация экспериментальных зависимостей методом наименьших квадратов дает следующие функции:

$$Q_{abs}(\lambda) = 1269\cdot\lambda^{0,802},\quad Q_{sca}(\lambda) = 949\cdot\lambda^{0,912}.$$

В обеих формулах показатель степени λ близок к единице.

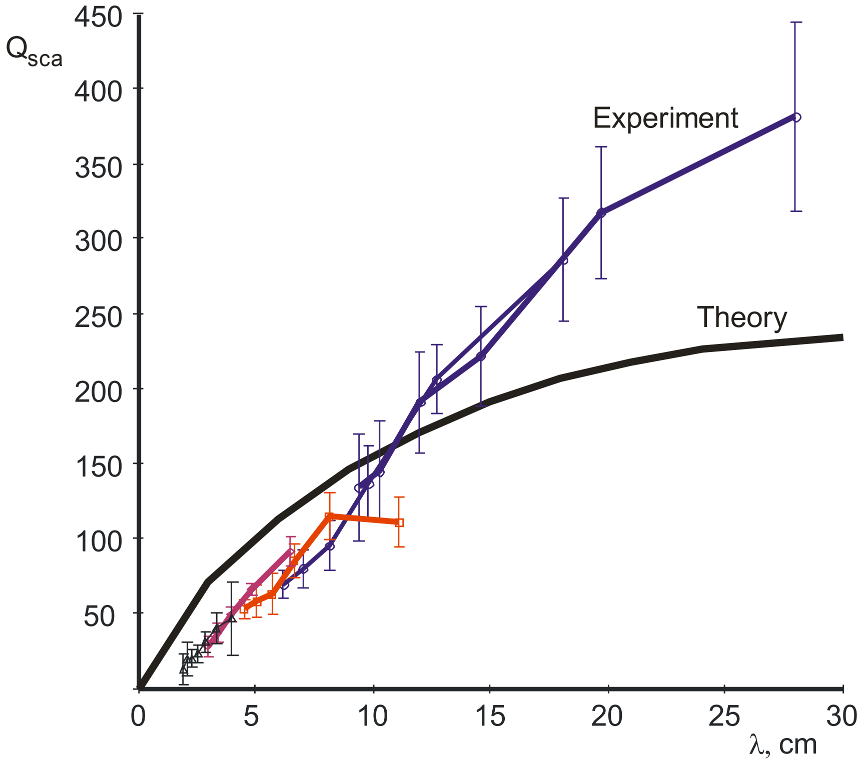


Рис. 4.11 Зависимость фактора эффективности рассеяния нихромовой проволоки от длины волны

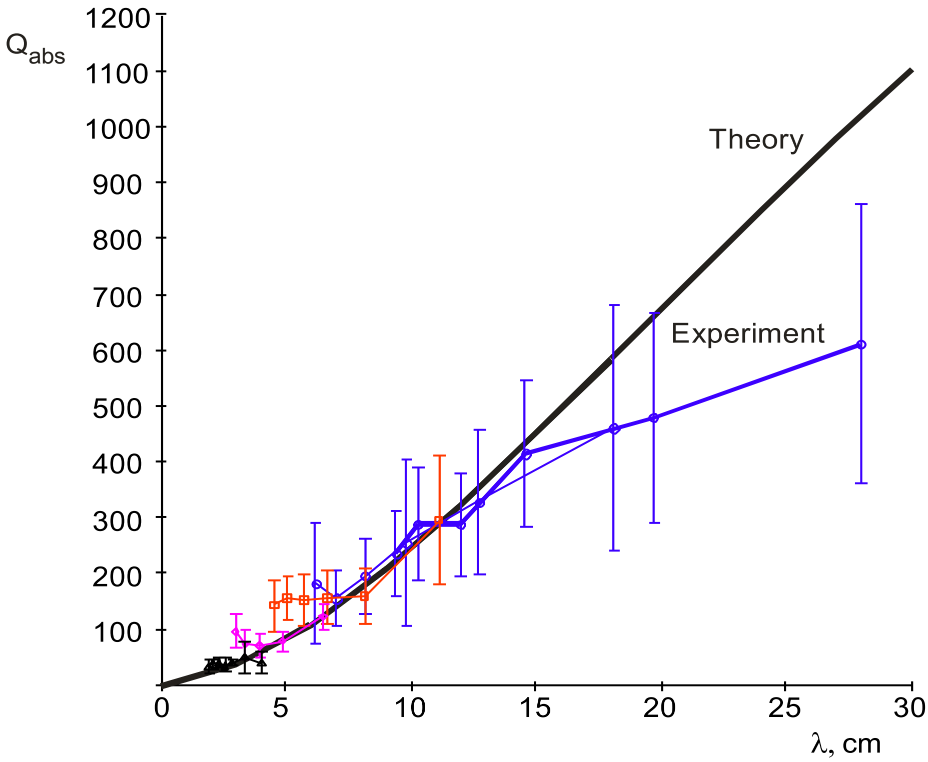


Рис. 4.12 Зависимость фактора эффективности поглощения нихромовой проволоки от длины волны

На экспериментальных зависимостях показаны границы погрешности определения факторов $Q_{sca}(\lambda)$ и $Q_{abs}(\lambda)$, обусловленные разбросом их значений при измерениях. Хотя погрешности определения $Q_{abs}(\lambda)$ большие, различие между теорией и экспериментом выходит за границы этих погрешностей.

Это различие объясняется тем, что теоретическая зависимость описывает взаимодействие цилиндра с плоской волной в свободном пространстве, а эксперимент проводился с волной H_{10} в волноводе.

4.3.2. Полное сопротивление тонкой проволочки в волноводе

В описанных выше экспериментах измерялись абсолютные величины коэффициентов отражения и пропускания проволочек в волноводе. Но в некоторых случаях необходимо знать и фазы этих величин. Для этого с помощью измерительной линии Р1-4 были проведены измерения полного сопротивления нихромовых проволочек в волноводе сечением 10×23 мм на частоте 11,2 ГГц (длина волны в свободном пространстве – 26,8 мм, длина волны в волноводе – 33,0 мм). Схема измерений была стандартной (рис. 4.13).

Рис. 4.13 Блок-схема измерения полного сопротивления

Рамка с проволочками помещалась между выходным фланцем измерительной линии и входным фланцем поглощающей нагрузки. Измерялись КСВН r и смещение узла стоячей волны $d_{\min}$ от условного конца линии - одного из узлов закороченной линии (рис. 4.14).

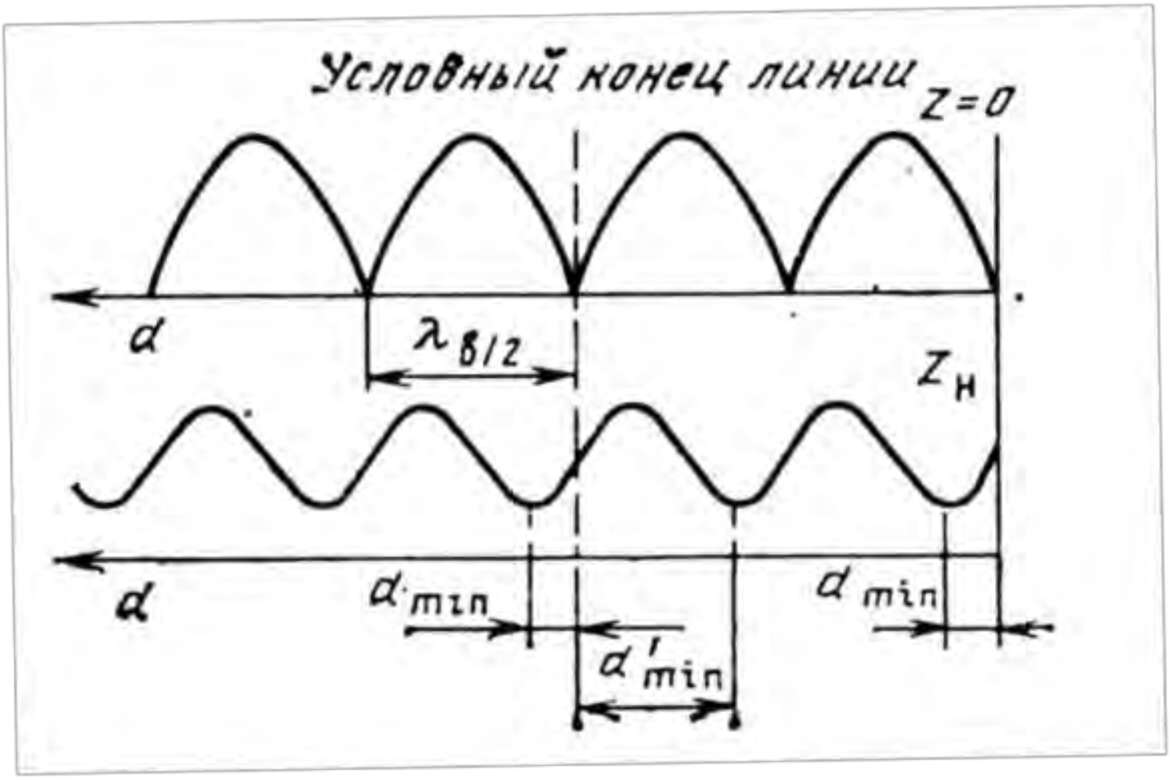


Рис. 4.14 Картина стоячих волн

Полное сопротивление вычислялось по формуле:

$$\frac{Z}{W_0} = \frac{r - j(r^2 - 1)\sin\beta d_{\min} \cos\beta d_{\min}}{r^2 \cos^2\beta d_{\min} + \sin^2\beta d_{\min}},$$

где $\beta = 2\pi/\lambda_в$, $\lambda_в$–длина волны в волноводе, W_0 – волновое сопротивление линии передачи.

Длина волны определялась как удвоенное расстояние между соседними узлами в закороченной линии. КСВН вычислялся по формуле

$$r = \sqrt{\frac{U_{\max}}{U_{\min}}} \ ,$$

если его значение не превышало 2,5 , или по формуле

$$r = \sqrt{\frac{\frac{U_2}{U_1}\cos^2 \beta x_1 - \cos^2 \beta x_2}{\sin^2 \beta x_2 - \frac{U_2}{U_1}\sin^2 \beta x_1}}$$

при больших КСВН.

В этих выражениях $U_{\max}$ и $U_{\min}$ – показания индикатора измерительной линии в пучности и узле стоячей волны, U_1 – показания индикатора, когда зонд измерительной линии расположен на расстоянии x_1 от узла, U_2 – то же для расстояния x_2.

Коэффициент отражения определялся как

$$\Gamma = \frac{r-1}{r+1} e^{j\theta},$$

где $\theta = 2\beta d_{\min} \pm \pi$ – его фаза.

Знак «плюс» берется, если узел в линии с нагрузкой смещается в сторону генератора, «минус», если он смещается в сторону нагрузки. В эксперименте узел смещался в сторону нагрузки, что свидетельствовало об индуктивном характере нагрузки.

Вычислялся также энергетический коэффициент отражения $\left|\Gamma\right|^2$. Как и в измерениях, описанных выше, в этом случае использовалась рамка с несколькими нихромовыми проволочками, которые постепенно удалялись. Результаты измерений показаны на (рис. 4.15 – 4.18).

На графике (рис. 4.15) показана зависимость энергетического коэффициента отражения от числа проволочек в рамке. Она несколько отличается от линейной, которая была бы, если бы проволочки находились в областях одинаковой интенсивности волны и не взаимодействовали между собой. Но отличие от линейности невелико.

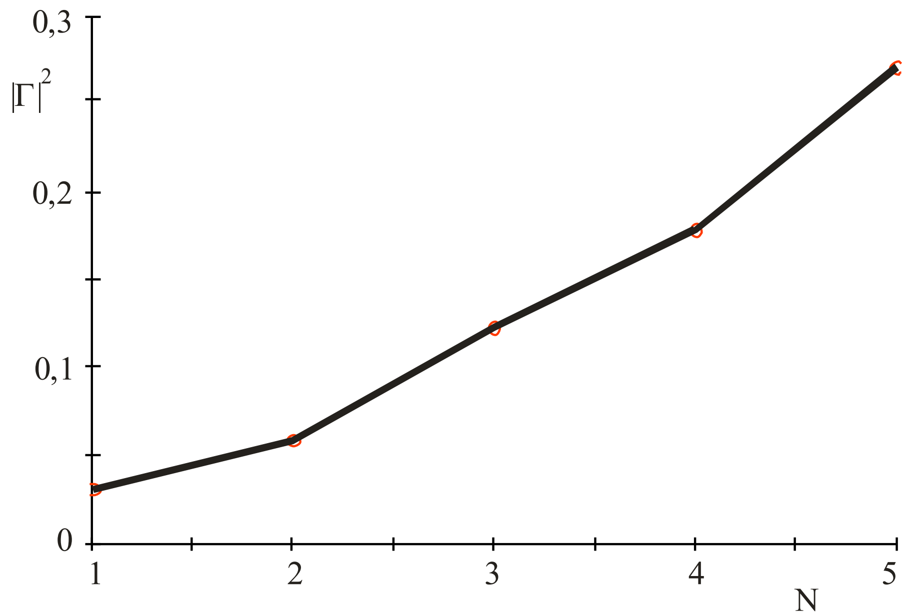


Рис. 4.15 Энергетический коэффициент отражения

Для одной проволочки средний коэффициент отражения составляет 0,040, что согласуется с результатами измерений, полученными с помощью рефлектометра.

На (рис. 4.16) показано, как зависит от числа проволочек в рамке фаза коэффициента отражения.

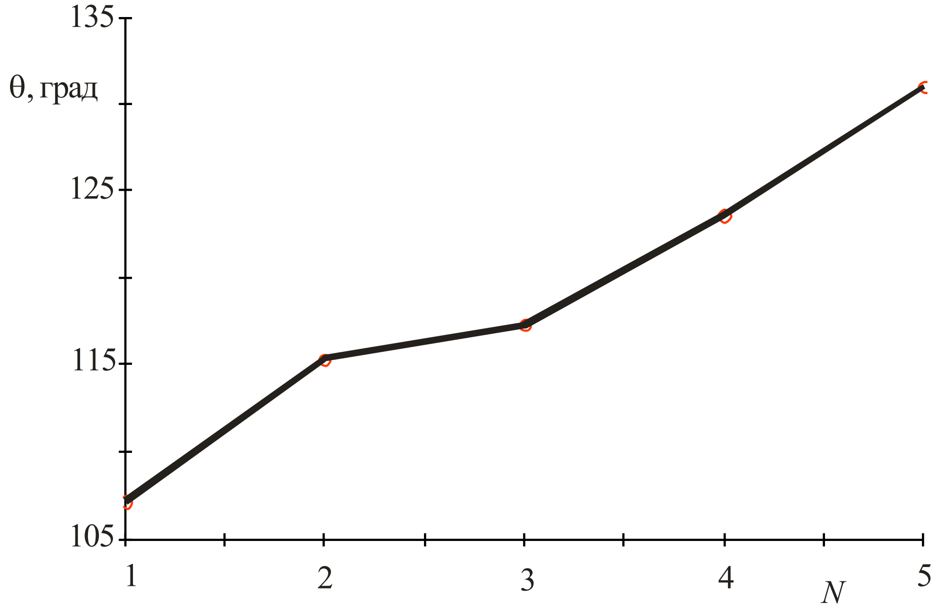


Рис. 4.16 Фаза коэффициента отражения

Видно, что фазовый угол при этом растет, стремясь к 180^0 (условиям короткого замыкания в волноводе).

Смещение узла стоячей волны происходит в сторону нагрузки, уменьшаясь с ростом числа проволочек, то есть тоже приближаясь к условиям короткого замыкания (рис. 4.17).

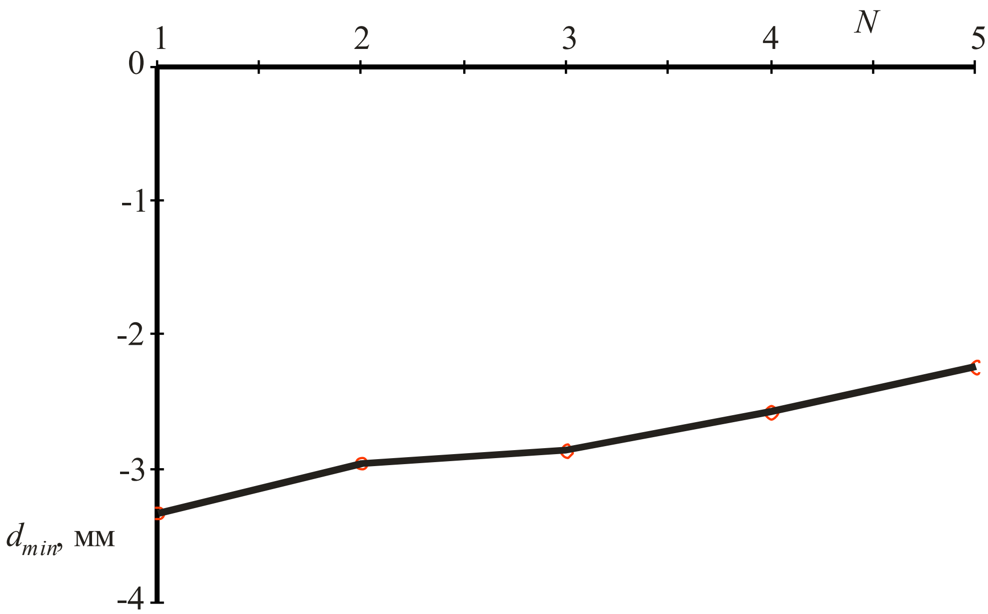


Рис. 4.17 Смещение узла стоячей волны в измерительной линии

На (рис. 4.18) показано, как от числа проволочек завится значения активной и реактивной составляющей их полного сопротивления. Видно, что активная составляющая R/W_0 уменьшается от 0,8 до 0,4, в то время как реактивная составляющая X/W_0 меняется мало. Характер сопротивления – индуктивный.

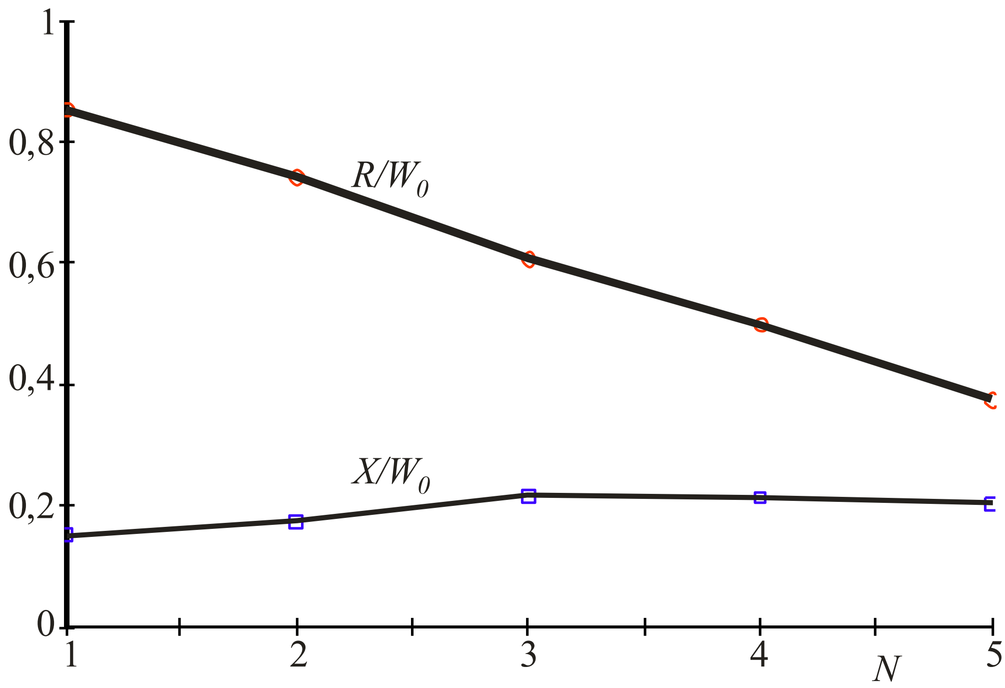


Рис. 4.18. Активное и реактивное сопротивление проволочек

Были также проведены измерения полного сопротивления одиночной медной проволоки диаметром 15 мкм в стеклянной изоляции толщиной 7,5 мкм и вольфрамовой проволоки диаметром 12 мкм. Были получены следующие значения параметров:

Таблица 4.2

Параметры проволочек

Параметры	Материал	
	Медь	Вольфрам
Коэффициент отражения	$0,179\,e^{1,793\,j}$	$0,221\,e^{1,744\,j}$
Полное сопротивление	$0,871+0,157j$	$0,846+0,193j$

Значения их энергетических коэффициентов отражения (0,032 и 0,042 соответственно) согласуются с расчетными значениями 0,052 и 0,051.

4.3.3. Взаимодействие волны с системой из двух проволочек

Было исследовано взаимодействие электромагнитной волны с системой из двух тонких проволок, расположенных на некотором расстоянии друг от друга вдоль оси волновода. В этом случае можно ожидать усиления эффектов взаимодействия при некоторых соотношениях между длиной волны в волноводе $\lambda_в$ и расстоянием между проволочками L. Для усиления эффектов, как и в предыдущих экспериментах, использовались металлические рамочки с несколькими пролочками.

На (рис. 4.19) показаны результаты эксперимента в диапазоне частот от 12 до 18 ГГц. В волновод сечением 8 х 16 мм помещались две рамки с 7 нихромовыми проволочками диаметром 15 мкм. Рамки располагались на расстоянии 3 см одна от другой. Измерялись ослабление и КСВН этой системы, а затем по формулам (4.21)-(4.22) вычислялись коэффициенты пропускания и отражения. Толстой линией на (рис. 4.19а) показана зависимость коэффициента отражения системы от длины волны в волноводе, а тонкой линией – одиночной рамки с 7 проволочками. На первой кривой видны два минимума – при длинах волн 2,14 см ($\lambda_в / L = 0,713$) и 3,27 см ($\lambda_в / L = 1,09$). Вторая кривая таких минимумов не имеет. Коэффициент отражения системы большой (около 0,7) и только в точках экстремумов уменьшается до 0,2.

Зависимость коэффициента пропускания системы от длины волны (рис. 4.19б) также имеет два экстремума, но при длинах волн, несколько отличающихся от указанных выше, а именно при 2,12 см и 3,19 см. Коэффициент пропускания одиночной рамки монотонно уменьшается с ростом длины волны. Коэффициент пропускания системы во много раз меньше, чем коэффициент пропускания одной рамки. Лишь в точках экстремумов он сильно возрастает.

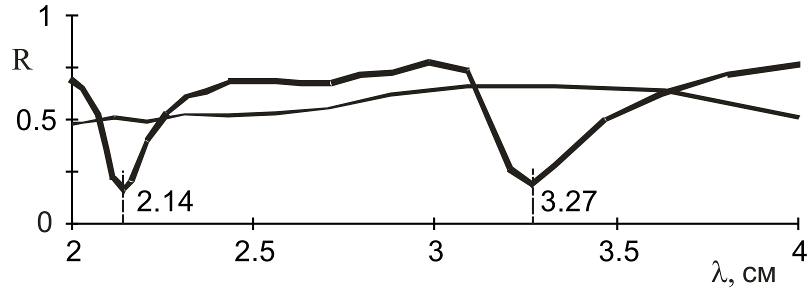
На (рис. 4.19в и 4.19г) показаны зависимости коэффициента поглощения от длины волны. По оси ординат на (рис. 4.19в) отложена доля поглощенной мощности относительно мощности, попавшей на систему:

$$K_1 = 1 - (R + T).$$

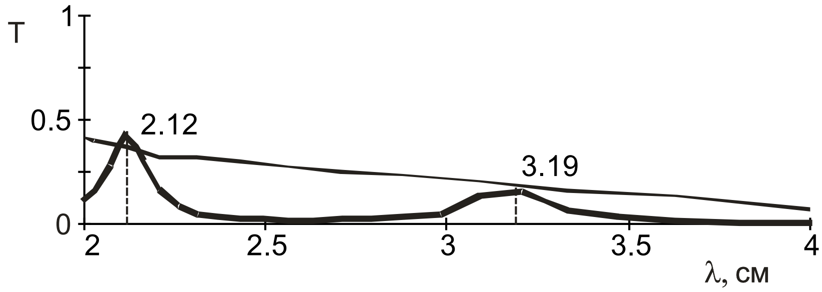
Здесь также есть два экстремума (максимума), положение которых (2,16 см и 3,28 см) несколько сдвинуто относительно их положения на двух верхних графиках. На (рис. 4.19г) по оси ординат отложена величина коэффициента поглощения, вычисленного по формуле:

$$K_2 = 1 - \frac{T}{1 - R}.$$

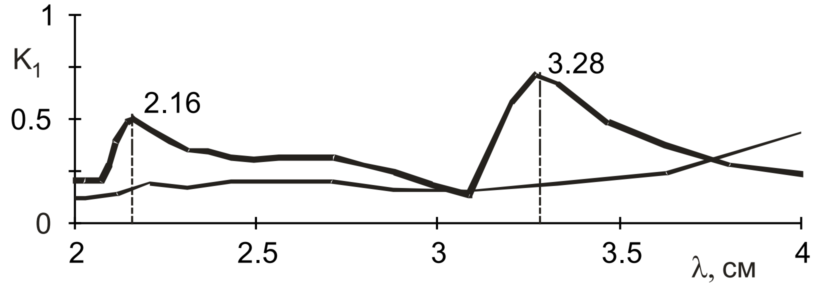
Она показывает долю мощности, поглощенную в проволоках, из той, которая дошла до них после потерь на отражение. Ход этой зависимости качественно иной – коэффициент поглощения очень большой (около 0,9), и только при длинах волн 2,08 см и 3, 09 см он резко уменьшается.



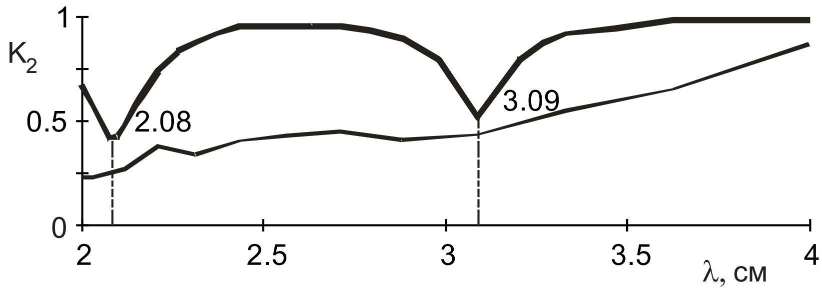
а)



б)



в)



г)

Рис. 4.19 Коэффициенты отражения, пропускания и поглощения системы из двух проволочек в волноводе 8 х 16 мм

На (рис. 4.20) показаны зависимости коэффициентов отражения, пропускания и поглощения системы от длины волны при различном числе проволочек в рамках. Характер зависимостей для данного параметра одинаков – с двумя экстремумами. Но их положение зависит от числа проволочек. По-видимому, это объясняется зависимостью фазы коэффициента отражения от числа проволочек (см. рис. 4.16).

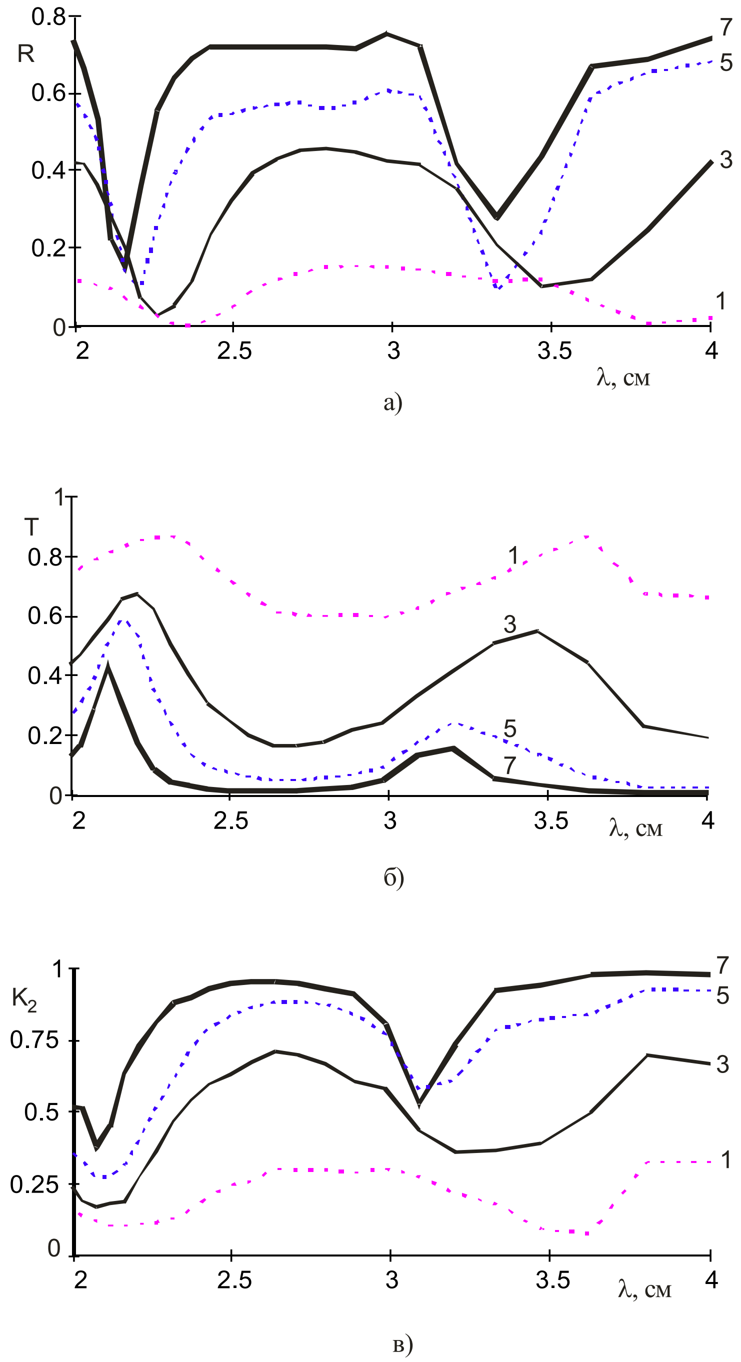
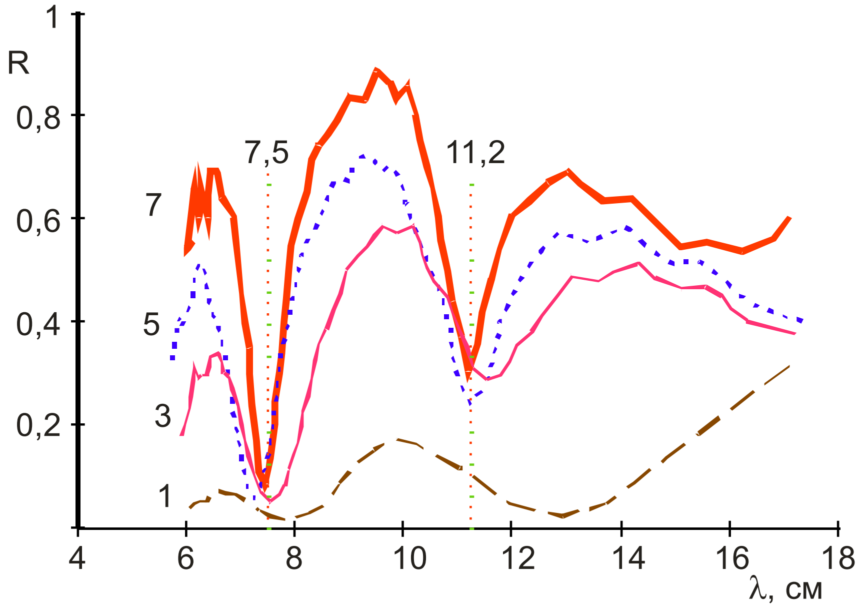
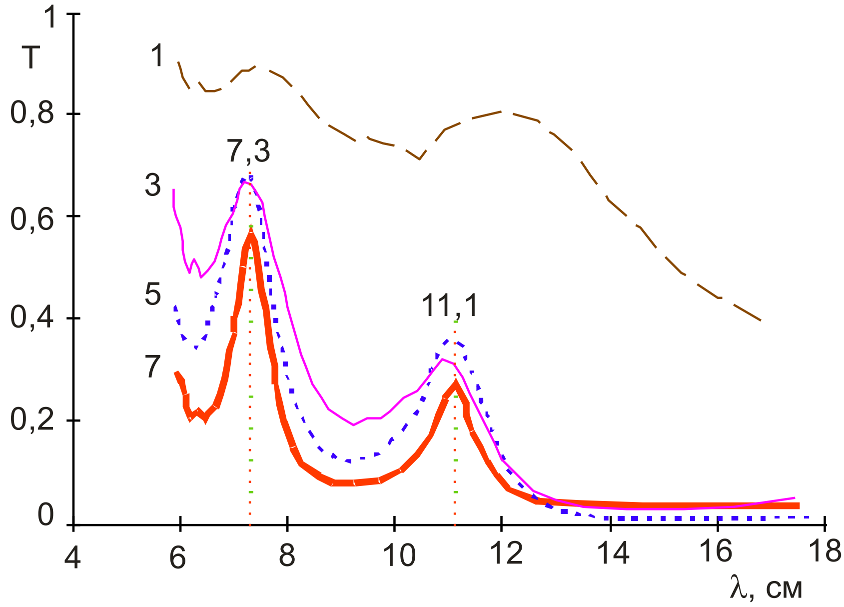


Рис. 4.20 Зависимость коэффициентов отражения, пропускания и поглощения от длины волны при разном числе проволочек (волновод 8×16 мм)

На (рис. 4.21) показаны такие же зависимости для случая, когда проволочки помещались в волновод сечением 25×58 мм (диапазон частот от 3,07 ГГц до 5,7 ГГц) на расстоянии 10 см друг от друга. Цифры около кривых показывают количество проволочек в рамке и длины волн, на которых находятся экстремумы.



а)



б)

Рис. 4.21 Зависимость коэффициентов отражения и пропускания от длины волны при разном числе проволочек (волновод 25×58 мм)

Характер кривых такой же, как и на (рис. 4.20), но экстремумы выражены ярче, так как на более длинных волнах рассеяние и поглощение излучения проволочками происходит сильнее. Положение экстремумов определяется значениями параметра $\lambda_в / L$, равными 0,7 и 1,11, примерно такими же, как и в предыдущем эксперименте. Эти значения отличаются от значения $\lambda_в / L = 0,25$, используемого при построении согласующих волноводных устройств со штырями в волноводе. По-видимому, такое отличие объясняется тем, что исследуемые проволочки сильно поглощают энергию волны, так что фаза коэффициента отражения от них отличается от фазы коэффициента отражения мало поглощающего штыря.

4.4 Сравнение экспериментальных и теоретических исследований взаимодействия электромагнитной волны с тонкими проволочками в волноводе

Эффект сильного поглощения тонкой металлической проволокой был подтвержден экспериментально в работе [142], а в работах [141, 143, 144] теоретически рассмотрены некоторые частные ситуации – например, в работах [143, 144], случай, когда тонкая проволока расположена вдоль оси сфокусированного гауссовского пучка излучения. При экспериментальных исследованиях этого эффекта возникают трудности, связанные с необходимостью измерения мощности рассеянных в пространстве СВЧ пучков излучения. Поэтому измерения поглощения тонкими проволочками были проведены в волноводе. В работе [145] описаны измерения поглощения и рассеяния излучения на нихромовых проволочках диаметром 15 мкм в диапазоне частот от 3 до 18 ГГц. Эти измерения проводились в волноводах, что позволило контролировать величины падающей, рассеянной и поглощенной мощности. Измерения подтвердили тот факт, что факторы эффективности поглощения и рассеяния тонких проволочек очень большие. Но характер зависимости этих параметров от длины волны, найденный в экспериментах, отличается от теоретических, рассчитанных для плоской волны в свободном пространстве. Поэтому были проведены исследования по сравнению результатов эксперимента и расчетов для волны H_{10} в волноводе прямоугольного сечения.

Расчеты проводились с использованием коммерческой компьютерной программы «Ansoft HFSS», использующей метод конечных элементов.

Измерения проводились с помощью рефлектометров типа Р2-67 в следующих диапазонах частот:

2.8 ... 5.5 ГГц – в волноводе сечением 25×58 мм,

6 ... 11 ГГц – в волноводе сечением 12×28 мм,

8 ... 12 ГГц – в волноводе сечением 10×23 мм,

12 ... 18 ГГц – в волноводе сечением 8×16 мм.

Объектом измерений служила нихромовая проволока диаметром 15 мкм. Она имела стеклянную оболочку толщиной 7,5 мкм. Наличие этой оболочки практически не сказывалось на процессе взаимодействия излучения с проволокой, так что при расчетах она не учитывалась. Проволока располагалась параллельно узкой стенке волновода посередине широкой стенки (в максимуме электрического поля параллельно вектору напряженности). Измерялись – ослабление L (dB), вносимое проволокой в волновод, и коэффициент стоячей волны r . По ним вычислялись коэффициенты пропускания $T = 10^{L[dB]\,/\,10}$ и отражения $R = (r-1)^2 \,/\, (r+1)^2$ по мощности.

Чтобы можно было провести сравнение с проведенными ранее расчетами для плоской волны в свободном пространстве, на основе измеренных величин были оценены факторы эффективности ослабления, рассеяния и поглощения следующим образом. Если на проволоку падает пучок излучения мощностью P_0, часть его энергии рассеивается проволокой и поглощается в ней, так что на приемник, стоящий за ней попадает мощность

$$P = P_0 - QP_{\text{цил}}, \tag{4.29}$$

где $P_{\text{цил}}$ –мощность, попавшая на проволоку, Q –фактор эффективности ослабления. После деления на P_0, получим:

$$T = 1 - Q\frac{P_{\text{цил}}}{P_0}, \tag{4.30}$$

где $T = P / P_0$ – коэффициент пропускания по мощности. Мощность, попавшая на проволоку, равна:

$$P_{\text{цил}} = I_0 Db, \tag{4.31}$$

где I_0 – интенсивность волны в месте расположения проволоки, D –ее диаметр, b –длина проволоки (размер узкой стенки волновода). Мощность волны H_{10}, распространяющейся в волноводе, так связана с интенсивностью I_0 в центре широкой стенки волновода:

$$P_0 = \frac{1}{2} I_0 ab, \tag{4.32}$$

где a–размер широкой стенки волновода.

Подставив выражения (4.31) и (4.32) в (4.30), получим следующую расчетную формулу, связывающую фактор эффективности ослабления Q и коэффициент пропускания T :

$$Q = (1 - T)\frac{a}{2D}. \tag{4.33}$$

Фактор эффективности рассеяния $Q_{\text{расс}}$ можно оценить с помощью следующей приближенной формулы:

$$R = \frac{Q_{\text{расс}} P_{\text{цил}}}{P_0}. \tag{4.34}$$

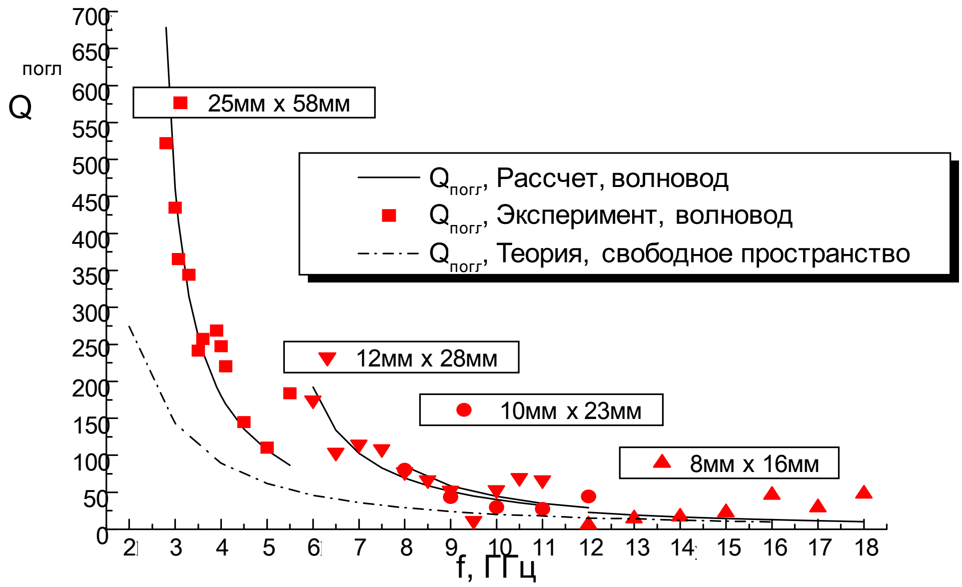
В числителе стоит мощность, рассеянная цилиндром. Приближенность формулы состоит в том, что рассеянное излучение распространяется во все стороны, а коэффициент отражения учитывает волну, распространяющуюся в волноводе в обратном направлении. Но эксперимент показал, что погрешность этой формулы составляет 10 ... 20%. Поставив в нее выражения (4.32) и (4.33), получим:

$$Q_{\text{расс}} = R\frac{a}{2D} \tag{4.35}$$

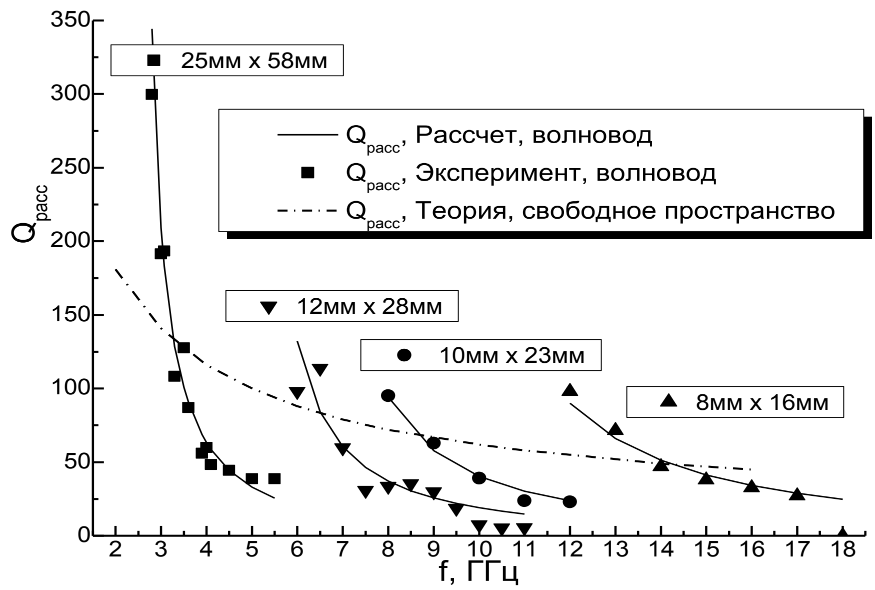
Фактор эффективности поглощения согласно его определению равен:

$$Q_{\text{погл}} = Q - Q_{\text{расс}} \tag{4.36}$$

На (рис. 4.22a) показаны результаты расчета и эксперимента по поглощению волны H_{10} проволокой в волноводах с различными поперечными сечениями, на (рис. 4.22b) – то же для фактора эффективности рассеяния. Непрерывными линиями показаны результаты расчета программой, точками (▲ ▼ ● ■) – результаты эксперимента, тонкой штрихпунктирной линией – результаты расчета для плоской волны в свободном пространстве.



a)



b)

Рис. 4.22 Зависимость $Q_{\text{погл}}$ (вверху) и $Q_{\text{расс}}$ (внизу) для тонкой нихромовой проволокидиаметром 15 мкм от частоты, измеренные и вычисленные в волноводах различных сечений.

Выводы по разделу 4

В разделе проведено теоретическое и экспериментальное исследование эффекта аномально сильного рассеяния и поглощения СВЧ излучения очень тонкими металлическими проволочками (диаметр проволочки в несколько сотен раз меньше длины волны).

Показано, что данный эффект наблюдается, когда электрический вектор волны параллелен оси проволочки.

Значения факторов эффективности рассеяния и поглощения зависят от соотношения между диаметром и длиной волны. Они могут достигать нескольких сотен или тысяч.

Измерения поглощения и рассеяния излучения проволочками в волноводе подтвердили их большие величины и тот факт, что поглощение и рассеяние растет с увеличением длины волны.

При одной и той же частоте факторы эффективности рассеяния и поглощения разные в разных волноводах. Это связано с тем, что поле волноводной моды можно представить в виде плоских волн, распространяющихся под определенным углом к оси волновода. Этот угол зависит от отношения длины волны к длине волны отсечки. Для одной и той же частоты этот угол больше для меньшего волновода, что приводит к более интенсивному/длительному взаимодействию поля волны с проволочкой, что увеличивает факторов эффективности рассеяния и поглощения.

Расчетная кривая для плоской волны в свободном пространстве качественно правильно описывает характер эффекта, но количественные результаты сильно отличаются от результатов расчета для волны в волноводе, несмотря на сходный характер полей в волне H_{10} и плоской волне.

В системе из двух проволочек, расположенных вдоль оси волновода на некотором расстоянии одна от другой, наблюдаются интерференционные явления – резкие изменения величины поглощения и рассеяния при некоторых длинах волн.

Исследованные эффекты можно применить при создании болометрических измерителей мощности электромагнитного излучения и при создании защитных устройств от действия этого излучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе проведено теоретическое и экспериментальное исследование распространения электромагнитных волн в волноводах и их соединениях, нагруженных детерминированными и периодическими идеально проводящими или диэлектрическими анизотропными включениями, проанализированы результаты измерений и результаты численно-аналитических решений. Проведенная работа позволяет сделать следующие выводы:

1. С помощью строгих численных расчетов диаграмм Бриллюэна в многомодовом режиме для произвольных размеров структуры исследовано распространение собственных H_{0i} - и E_{0i} -волн периодического диафрагмированного круглого волновода.
2. Подробно проанализировано важное свойство собственных H - и E - модов волн периодического диафрагмированного круглого волновода – экстремальные свойства их брэгговских полос.
3. Исследована трансформация собственных мод каждого из типов H_{0i} - и E_{0i} -волн диафрагмированного воловода при изменении геометрических параметров структуры.
4. Предложно численно-аналитическое решение трехмерной задачи по определению электромагнитного поля в волноводе с анизотропной вставкой, обладающей анизотропией электрических и магнитных свойств. Показано, что анизотропия исследуемого материала вставки со смешанной анизотропией приводит к существенному изменению структуры силових линий электромагнитного поля.
5. Рассчитаны коэффициенты матрицы рассеяния от указанной анизотропной вставки со смешанной анизотропией в закороченном волноводе. Продемонстрировано влияние смешанной анизотропии волноводной

вставки на распространение электромагнитных волн в прямоугольном волноводе.

6. В строгой постановке решена задача рассеяния электромагнитных LM - волн на включении в Т-образом сочленении двух прямоугольных волноводов с помощью теоремы Грина. Это позволило определить всеволновую матрицу рассеяния указанной структуры для произвольного количества волноводных мод.
7. Теоретически и экспериментально исследовано поглощение и рассеяние электромагнитного излучения очень тонкими металлическими проволочками как в свободном пространстве, так и в прямоугольном волноводе.
8. Исследован эффект аномально сильного рассеяния и поглощения излучения тонкими проволочками в свободном пространстве и в волноводе.
9. Проведено измерение ослабления и отражения волны в волноводе тонкими металлическими проволочками. Получено экспериментальное подтверждение того, что факторы эффективности рассеяния и поглощения электромагнитного излучения очень тонкими металлическими проволочками достигают нескольких сотен.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тягай В. А. Электроотражение света в полупроводниках / В. А. Тягай, О. В. Снитко.– К. : Наукова думка, 1980. – 302 с.
2. Ярив А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – М. : Мир, 1987. – 616 с.
3. Семенцов Д. И. Оптические моды магнитогиротропного планарного волновода / Д. И. Семенцов // Оптика и спектроскопия – 1990. – Т. 69, вып. 5. – С. 1167-1171.
4. Курушин Е. П. Электродинамика анизотропных волноведущих структур / Е. П. Курушин, Е. И. Нефедов. – М. : Наука, 1983. – 223 с.
5. Бетяев Ю. А. Радиопоглощающие материалы и технология “Стелс” / Ю. А. Бетяев // Зарубежное военное обозрение. – 1988. – № 6. – С. 45-46.
6. Berenger J. P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves / J. P. Berenger // J. Comp. Phys. – 1994.Oct. – Vol. 114. – P. 185-200.
7. Chu E. L. The theory of disk-loaded waveguides / E. L. Chu, W. W. Hansen // Journ. Appl. Phys. – 1947. – Vol.18, No.11. – P.996-1008.
8. Владимирский В. В. Распространение радиоволн вдоль цепочки цилиндрических эндовибраторов / В. В. Владимирский // Журн. техн. физики. – 1947. – Т.17, №11. – С. 1269-1277.
9. Walkinshaw W. Note on “Wave Guides for Slow Waves” / W. Walkinshaw // Journ. Appl. Phys. – 1948. – Vol.20, No.6. – P.634-635.
10. Ахиезер А. И. Медленные электромагнитные волны / А. И. Ахиезер, Я. Б. Файнберг // УФН. – 1951. – Т.44, Вып.3. – С.321-364.
11. Neal R. B. Design of linear electron Accelerators with Beam Loading / R. B. Neal // Journ. Appl. Phys. – 1958. – Vol.29, No.7. – P. 1019-1024.
12. Combe R. Resultants theoretique set experiment aux councernant les guides d’ondes charges et les partiellment coaxiales / R. Combe, M. Feix // Nuovocimento. – 1960. – Vol.15, No.5. – P. 760-773.

13. Ломнев С. П. Методы расчета линейных ускорителей / С. П. Ломнев.– М. : Госатомиздат. – 1962. – 205с.

14. Трагов А. Г. Расчет напряженности ускоряющего поля в диафрагмированном волноводе / А. Г. Трагов // Ускорители. – Вып.4. – М. : Госатомиздат. – 1962. – С.147-154.

15. Вальднер О. А. Электромагнитные поля в диафрагмированных волноводах линейных электронных ускорителей / О. А. Вальднер, А. В. Шальнов. – М. : Госэнергоиздат. – 1963. – 68с.

16. Hahn H. Deflecting Mode in Circular Iris-Loaded Waveguide / H. Hahn // Rev. Sci. Instr. – 1963. – Vo1.34, No.10. – P.1094-1100.

17. Saxon G. Angular dependent mode in circular corrugated waveguide / G. Saxon, T. R. Jarvis, I. White // Proc. IEEE. – 1963. – Vol.110, No.8. – P.1365-1373.

18. Saxon G. Effect of iris spacing on the performance of electron linear accelerators / G. Saxon, I. White // Proc. Inst.Electr.Engrs. – 1964. – V.111, No.3. – P.465-471.

19. Брюс Лебосэ. Десятикратное увеличение мощности ЛБВ / Лебосэ Брюс // Электроника. – 1981. – Т.54, №1.– С.12-13.

20. Ковалев Н. Ф. Приборы типа "0", основанные на индуцированных черенковском и переходном излучениях релятивистских электронов / Н. Ф. Ковалев, М. И. Петелин, М. Д. Рейзер, А. В. Сморгонский // Релятивистская высокочастотная электроника. – Горький : Изд. ИПФ АН СССР. – 1979. – С.76-113.

21. Галузо С. Ю. Исследование дисперсионных свойств электродинамической системы релятивистского черенковского генератора / С. Ю. Галузо // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т.27,№3, – С.559-563.

22. Ванке В. А. К нелинейному анализу ЛБВ с поперечным взаимодействием и синхронной волной / В. А. Ванке, С. К. Лесота, В. М. Лопухин и др.// Радиотехника и электроника. – 1976. – Т.21, №1. – С.149-158.

23. C1arricoats P. I. B. High-Efficiency Microwave Reflector Antennas – A review

/ P. I. B. C1arricoats, G. T. Poulton // Proc. IEEE. – 1977. – Vol.65, No.10. – P.1470-1504.

24. Clarricoats P. I. B. Feeds for Reflector Antennas – A review / P. I. B. Clarricoats // Proceedings of Second Intern: Conference on Antennas and Propag. Part I: Antennas, University of York, York, UK. – London, 1981. – P.309-317.
25. Clarricoats P. I. B. Corrugated Waveguide Feeders for Microwave Antennas / P. I. B. Clarricoats, A. D. Olver, C. G. Parini, G. T. Poulton // Advanced Antenna Technology by P. I. B. Clarricoats. – London: MEPL, 1981. – P.240-244.
26. Elachi C. Waves in Active and Passive Periodic Structures / C. Elachi // Proc. IEEE. – 1976. – Vol.64, No.12. – P.1666-1698.
27. Бурштейн Э. А., Воскресенский Г. В. Линейные ускорители электронов с интенсивными пучками / Э. А. Бурштейн, Г. В. Воскресенский. – М. : Атомиздат, 1970. – 191с.
28. Nishikava T. Dispersion relation and frequency characteristics of alternating periodic structure for linear accelerators / T. Nishikava, S. Giordano, D. Carter // Rev. Sci. Instrum. – 1966. –V.37, No.5. – P.652-660.
29. Вальднер О. А. Ускоряющие волноводы / О. А. Вальднер, А. В. Шальнов, А. И. Диденко. – М. : Атомиздат,1973. – 214с.
30. Воскресенский Г. В. Исследование свойств магнитных симметричных волн в диафрагмированном волноводе / Г. В. Воскресенский, Ю. К. Майоров // Ускорители. – Вып.12. – М. : Атомиздат. – 1970. – С.49-53.
31. Garault Y. Etude d'une classe d'ondes electromagnetiques guidees: les ondes EH. Application aux deflecteurs haute frequence de particulesrapides / Y. Garault // Ann. de Phys. – 1965. – Vol. 10, No.9/10. – P.641-672.
32. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны / Дж. Уизем. – М. : Мир, 1977.– 622с.
33. Yee K. S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equations in isotropic media / K. S. Yee // IEEE Trans. Antennas

Propagat. – May 1966. – Vol. AP-14, No. 5. – P. 302-307.

34. Choi D. H. A graded mesh FDTD algorithm for eigenvalue problems / D. H. Choi, W. J. R. Hoefer // In Proc. European Microwave Conf. – Rome, 1987. – P. 413-417.
35. Fusco M. A. A three-dimensional FDTD algorithm in curvilinear coordinates / M. A. Fusco, M. V. Smith, L. W. Gordon // IEEE Trans. Antennas Propagat. – 1991. – Vol. 39, No. 10. – P. 1463-1471.
36. Lee J. F. Modelling three-dimensional discontinuities in waveguides using nonorthogonal FDTD algorithm / J. F. Lee, R. Palandech, R. Mittra // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Feb. 1992. – Vol. MTT-40, No. 2. – P. 346-352.
37. Haffa S. The finite difference method for S-parameter calculation of arbitrary three-dimensional structures / S. Haffa, D. Hollman, W. Wiesbeck // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Aug. 1988. – Vol. MTT-40, No. 8. – P. 1602-1610.
38. Choi D. H. The finite-difference time-domain method and its application to eigenvalue problems / D. H. Choi, W. Hoefer // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Dec. 1986. – Vol. MMT-34, No.12. – P.1464-1470.
39. Hartnagel Christ Y. Three-dimension finite-difference method for the analysis for microwave-device embedding / Christ Y. Hartnagel // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Aug. 1987. – Vol. MMT-35, N 8. – P. 688-696.
40. Krupežević D. V. The wave-equation FDTD method for the efficient eigenvalue analysis and S-matrix computation of waveguide structures / D. V. Krupežević, V. J. Branković, F. Ardnt // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Dec. 1993. – Vol. MMT-41, N 12. – P. 2109-2115.
41. Никольский В. В. Метод минимальных автономных блоков / В. В. Никольский // Машинное проектирование устройств и систем СВЧ : под. ред. В. В. Никольского. – М. : МИРЭА, – 1977, С. 6-41.
42. Никольский В. В. Метод минимальных автономных блоков и его

реализация для волноводных задач дифракции / В. В. Никольский, Т. И. Лаврова // Радиотехника и электроника. – 1978. – Т. 23, № 2. – С. 241-251.

43. Никольский В. В. Метод минимальных автономных блоков. / В. В Никольский, Т. И. Лаврова // Математические вопросы в теории распространения волн. – М. : ИРЭ АН СССР, 1979, – С.170-264.
44. Никольский В. В. Применение метода минимальных автономных блоков к задачам дифракции на гиротропных элементах в волноводах / В. В. Никольский, Т. И. Лаврова // Радиотехника и электроника. – 1978. – Т. 23, №12. – С. 2481-2488.
45. Никольский В. В., Лаврова Т. И. Сопоставление результатов метода МАБ с экспериментальными в случае дифракции на гиротропных элементах в волноводах / В. В Никольский, Т. И. Лаврова // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25, № 8, – С. 1761-1762.
46. Зенкевич О. Метод конечных элементов / О. Зенкевич: пер. с англ. под. ред. Б. Е. Победри. – М. : Мир, 1980. – 541 с.
47. Hayata K. Finite element formulation for lossy waveguides / K. Hayata, K. Miura, M. Koshiba // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1988, Feb. – Vol. MTT-36, N 2. – P. 268-276.
48. Clegg S. T. Finite element computation of electromagnetic fields / S. T. Clegg, K. A. Murphy, W. T. Joines, G. Rine, T. V. Samulski // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Oct. 1994. – Vol. MTT-42, N10. – P. 1984-1991.
49. Ise K. Three-dimensional finite-element method with edge elements for electromagnetic waveguide discontinuities / K. Ise, K. Inoue, M. Koshiba // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Aug. 1991. – Vol. MTT-39, N 8. – P. 1289-1295.
50. Сегерленд Л. Применение метода конечных элементов. / Л. Сегерленд : пер с англ. – М. : Мир, 1979. – 392 с.
51. Стренг Г. Теория метода конечных элементов. / Г. Стренг, Дж. Фикс: пер

с англ. под. ред. Г. И. Марчука – М. : Мир, 1977. – 349 с.

52. Hayata K. Full vectorial finite element formalism for lossy anisotropic waveguides / K. Hayata, K. Miura, M. Koshiba // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – May. 1989. – Vol. MTT-37, N 5. – P. 875-883.
53. Graglia R. D. Moment method with isoparametric elements for three-dimensional anisotropic scatterers / R. D. Graglia, P. L. E. Uslenghi, R. S. Zich // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – May. 1989. – Vol. MTT-37, N 5. – P. 875-883.
54. Wu S. C. An application of the moment method to waveguide scattering problems. / S. C. Wu, Y. L. Chow// IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Nov. 1972. – Vol. MTT-20, N 11. – P. 744-749.
55. Wang J. J. H. Analysis of a three-dimensional arbitrarily shaped dielectric or biological body inside a rectangular waveguide / J. J. H Wang // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – July. 1978. – Vol. MTT-26, N 7. – P. 457-462.
56. Thong V. K. Solution of some waveguide discontinuities by the method of moments / V. K. Thong // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – June. 1972. – Vol. MTT-20, N 6. – P. 416-418.
57. Koster N. H. L. The microstrip step discontinuity: a revised description / N. H. L. Koster, R. H. Jansen // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Feb. 1986. – Vol. MTT-34, N 2. – P. 213-223.
58. Jin H. The frequency-domain transmission line matrix method – a new concept / H. Jin, R. Vahldieck // IEEE Trans. Microwave TheoryTech. – Dec. 1992. – Vol. MTT-40, N 12.– P. 2207-223.
59. Hoefer W. J. R. The transmission-line matrix method – theory and application / W. J. R. Hoefer // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Oct. 1985. – Vol. MTT-33, N 10. – P. 882-893.
60. Salama I. MTFDTLM – a new computationally efficient frequency-domain transmission-line-matrix method / I. Salama, S. Riad // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – July 2000. – Vol. MTT-48, N 7. – P. 1089-1097.

61. Самарский А. А. Теория разностных схем. / А. А. Самарский. – М. : Наука, 1983. – 616 с.

62. Самарский А. А. Численныеметоды. / А. А. Самарский, А. В. Гулин.– М. : Наука, 1989. – 432 с.

63. Weiglhofer W. Scalarization of Maxwell's equations in general inhomogeneous bianisotropic media / W. Weiglhofer // Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings H. – 1987. –Vol. 134, N 4. – P. 357-360.

64. Потапов А. И. Технологический неразрушающий контроль пластмасс / А. И. Потапов, В. М. Игнатов, Ю. Б. Александров и др. – Л. : Химия, 1979. – 288 с.

65. New Procedures in Nondestructive Testing / Proceedings of Germani-US Workshop. – Berlin; Heidelberg : Springer Verlag, 1983. – 602 p.

66. Парватов Г. Н. Волноводно-резонансный метод измерения параметров диэлектриков и полупроводников / Г. Н. Парватов // Электромагнитные методы измерения, контроля и исследования свойств материалов. – Томск, 1982. – С. 62-67.

67. Galejs J. Slot antenna impedance for plasma layers / J. Galejs // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – 1964, Jan. – Vol. 12, N 6, – P. 738-745.

68. Levine H. On the theory of electromagnetic wave diffraction by aperture in an infinite plane conducting screen / H. Levine, J. Schwinger // Comm. Pure and Appl. Math. – 1950. – Vol.3. – P. 335-391.

69. Вайнштейн Л. А. Электромагнитныеволны / Л. А. Вайнштейн – М. : Сов. Радио, 1957. – 581 с.

70. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы / Ю. В. Егоров. – М. : Сов. Радио, 1967. – 216 с.

71. Koshiba M. Application of the boundary-element method to waveguide discontinuities / M. Koshiba, M. Suzuki // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Feb. 1986. – Vol. MTT-34. – P. 301-307.

72. Rud L. A. E-plane T-junction of Oversize Rectangular Waveguide / L. A. Rud //

Radiophys. Quantum.Electron. – 1985. – Vol. 28. – P. 146-151.

73. Справочник по волноводам / под ред. Я. Н. Фельда: пер. с англ. М. : Сов. Радио, 1952. – 352 с.

74. Ise K. Numerical analysis of H-plane waveguide junctions by combination of finite and boundary elements / K. Ise, M. Koshiba // IEEE Trans. Microwuve Theory Tech. – Sept. 1988. – Vol. 36. – P. 1343-1351.

75. Sieverding T. Field theoretic CAD of open aperture matched T-junction coupled rectangular waveguide structures / T. Sieverding, F. Arndt // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Feb. 1992. – Vol. 40. – P. 353-362.

76. Reiter J. M. A boundary contour mode-matching method for the rigorous analysis of cascaded arbitrarily shaped H-plane discontinuities in rectangular waveguide / J. M. Reiter, F. Arndt // IEEE Microwuve und Guided Wave Lett. – Oct. 1992. – Vol. 2, – P. 403-405.

77. Keller R. Rigorous CAD of rectangular aperture coupled circular waveguide multi-mode filters/ R. Keller, F. Arndt // In Proc. 24th European Microwave Conf. Sept. 1994, Cannes.– Cannes, 1994. – P. 1337-1342.

78. Rud L. A. Wave difraction at a T-junction of Rectangular Waveguide in the H-plane / L. A. Rud // RadioEngn. Electronic Physics. – 1984. – Vol. 10. – P. 59-67.

79. Reiter J. Rigorous Analysis of Arbitrarily Shaped H- and E-Plane Discontinuities in Rectangular Waveguides by a Full-Wave Boundary Contour Mode-Matching Method / J. Reiter, F. Arndt // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – April. 1995. – Vol. 43. – P.796-801.

80. Shulga S. N. A Rectangular Bend of Two Waveguides with a 2D Inclusion in the Interaction Region Analysed Using the Green Theorem / S. N. Shulga, O. V. Bagatskaya, T. I. Vasil’eva, N. P. Zhuck // Jornal of Communication Technology and Electronics. – 2002. – Vol. 47. – P.1218-1221.

81. Arndt F. Modal S-matrix method for the optimum design of inductively direct-coupled filters / F. Arndt, J. Bomemann, D. Heckmann, C. Piontek,

H. Semmerow, H. Schueler // Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings H. – Oct. 1986. – Vol. 133. – P. 341-350.

82. Arndt F. Field theory design of waveguide E-plane iris coupled low-pass filters / F. Arndt, R. Kasper // In SBMO Int. Microwave Symp. Dig. July. 1987. Rio de Janeiro, Brazil. – Rio de Janeiro, 1987. – P. 321-326.

83. Gesche R. Two cylindrical obstacles in rectangular waveguide: Resonances and filter applications / R. Gesche, N. Loechel // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – June. 1989. – Vol. 37. – P. 962-968.

84. Auda H. Inductive posts and diaphragm of arbitrary shape and number in a rectangular waveguide/ H. Auda, R. F. Harrington // IEEE Trans. Microwuve Theory Tech. – June. 1984. – Vol. MTT-32. – P. 606-613.

85. Kudsia C. Innovations in microwave filters and multiplexing networks for communications satellite systems / C. Kudsia, R. Cameron, W.-C. Tang // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – June. 1992. – Vol. MTT-40. – P. 1133-1194.

86. Papziner U. Field theoretical computeraided design of rectangular and circular iris coupled rectangular or circular waveguide cavity filters / U. Papziner, F. Arndt // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – March. 1993. – Vol. MTT-40. – P.462-471.

87. Rosenberg U. Multiplexing and double band filtering with common-multimode cavities / U. Rosenberg // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Dec. 1990. – Vol. MTT-38. – P. 1862-1871.

88. Beyer R. Efficient modal analysis of waveguide filters including the orthogonal mode coupling elements by an MM/FE method / R. Beyer, F. Arndt // IEEE Trans. Microwave and Guided Wave Letters. – Jan. 1995. – Vol. 5. – P. 1-3.

89. Elson N. Wireless Eng. / N. Elson. – [s. l] : [s. n], 1977. – 44 p.

90. Ma Z. Efficient Fullwave Analysis of a Waveguide T-function with an Inductive Post / Z. Ma, E. Yamashita // IEICE Trans. on Electrononics E. – 1995. – Vol. E78-C, No. 8. – P. 1117-1124.

91. Bandler J. W. Optimization of Microwave Networcs by Razor Search /

J. W. Bandler, P. A. MacDonald // IEEE Trans. MicrowaveTheoryTech. – 1969. – Vol. MTT-17, N. 8. – P. 552-562.

92. Лазарев Л. П. Контроль геометрических и оптических параметров волокна / Л. П. Лазарев, С. Д. Мировицкая. – М. : Радио и связь, 1988. – 280 с.

93. Кокодий Н. Г. Пондеромоторный измеритель энергии высоких уровней / Н. Г. Кокодий, В. Ф. Ефимов, В. Н. Тимошенко // Импульсная фотометрия: [сб. статей]. – Москва, 1981. – Вып. 7. – С. 65-67.

94. Кокодий Н. Г. Средства измерения энергетических характеристик мощного лазерного излучения / Н. Г. Кокодий, В. Ф. Ефимов, В. Н. Тимошенко и др. // Квантовая электроника: [сб. статей]. – Ленинград, 1990. – № 36. – С. 33-37.

95. Кузьмичев В. М. Об одном способе измерения интенсивной мощности лазера тонкопроволочным болометром / В. М. Кузьмичев, С. Н. Похилько // Метрология. – 1997. – № 8. – С. 22-27.

96. Катрич А. Б. Болометрический анализатор параметров лазерного излучения / А. Б. Катрич, А. В. Худошин // Приборы и техника эксперимента. – 1988. – № 2. – С. 2-27.

97. Richmond J. H. TE wave scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape / J. H. Richmond // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – 1966. – V. AP 14, No. 4. – P. 460-464.

98. Da Silva L. C. Analysis of scattering by cylindrical strips of arbitrary cross section / L. C. Da Silva, L. M. D. Henriques // Electronic letters. – 1985. – V. 21, N 1. – P. 42-44.

99. Kleinman R. E. Scattering by triangular dielectric cylinders / R. E. Kleinman, G. F. Roach // Int. U.R.S.I. Symp. – Munich: Electromagn.Waves. – 1980. – P. 234B/1-234B/3.

100. Боровиков В. А. Дифракциянамного угольниках и многогранниках / В. А. Боровиков. – М. : Наука, 1966. – 455 с.

101. Yeh C. The diffraction of waves by penetrable ribbon / C. Yeh // Journal of

mathematical physics. – 1963. – V. 4, N 1. – P. 65-71.

102. Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах / Е. А. Иванов. – Минск : Наука и техника, 1968. – 584 с.

103. Najshadham Radhakrishna. Numerical evaluation of complex resonances of elliptic cylinder / Radhakrishna Najshadham, L. W. Pearson // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. – 1985. – V. 33, No. 6. P. – 674-676.

104. Wait J. R. Scattering of a plane wave from a circular dielectric cylinder an oblique incidence / J. R. Wait // Canadian Journal of Physics. – 1955. – V. 33, No. 5. – P. 189-195.

105. Lind A. C. Electromagnetic scattering by obliquely oriented cylinders / A. C. Lind, J. M. Greenberg // Journal of applied physics. – 1966. – V. 37, N 8. – P. 3195-3203.

106. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами / Г. Ван де Хюлст: пер. с англ. под ред. В. В. Соболева. – М. : ИЛ, 1961. – 536 с.

107. Kerker M. The scattering of light and other electromagnetic radiation / M. Kerker. – N.Y.; London : AcademicPress, 1969. – 671 p.

108. Катенев С. К. Электродинамическая теория собственных волн периодического диафрагмированного круглого волновода: дисс…кандидата физ.-мат. наук: 01.04.03 / С. К. Катенев. – Харьков, 1998. – 182 с.

109. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М. : Мир. – 1980. – 279 с.

110. Фортран: (Программированное учебное пособие) / под ред. проф. Ющенко Е. Л. – К. : Вища школа. – 1976. – 328 с.

111. Фролов Г. Д. Практический курс программирования на языке PL1 / Г. Д. Фролов, В. Ю. Олюнин. – М. : Наука. – 1983. – 380 с.

112. Богумирский Б. С. Руководство пользователя ПЭВМ: в двух т. / Б. С. Богумирский. – С.-Пб. : OILCO. – 1992. – ч.I. – 357 с.; ч.II. – 378 с.

113. Katenev S. K. Eigenwave characteristics of a period iris-loaded circular waveguide. The concepts / S. K. Katenev // PIER. – 1994. – Vol. 69. – P. 177-200.

114. Katenev S. K. H_{0i}-Eigenwave Characteristics of a PeriodicIris-Loaded Circular Waveguide / S. K. Katenev, Shi He // J. Electromagnetic Analysis & Applications. –2010. – Vol. 2. – P.436-443.

115. Katenev S. K. Stop bandwidth extremums of a periodic iris-loaded circular waveguide / S. K. Katenev, Shi He // International Conference on Antenna Theory and Techniques. – Sevastopol, 2007. – P. 471-473.

116. Иванов О. В. Рспространение электромагнитных волн в анизотропных и бианизотропных слоистых структурах / О. В. Иванов. – Ульяновск : УлГТУ, 2010. – 262 с.

117. Кринчик Г. С. Физика магнитных явлений / Г. С. Кринчик. – М. : МГУ, 1985. – 336 с.

118. Weiland T. Eine Methode zur Lösung der Maxwellschen Gleichunder für sechskomponentige Felder auf Diskreter Basis / T. Weiland // Arch. Elec. Übertragung. – 1977. – Vol. 31. – P. 116-120.

119. Шульга С. Н. Распространение электромагнитных волн в нерегулярных композиционных средах и структурах: Дисс…доктора физ.-мат. наук: 01.04.03 / С. Н. Шульга. – Харьков, 2003. – 338 с.

120. Фесенко В. И. Рассеяние электромагнитных волн на слоистых анизотропных объектах в свободном пространстве и в волноводах: дисс…кандидата физ.-мат. наук: 01.04.03 / В. И. Фесенко. – Харьков, 2005. – 160 с.

121. Daniel J. M. The conjugate gradient method for linear and nonlinear operator equations / J. M. Daniel // Siam J. Numer. Anal. – 1967. – Vol. 4, N 1. – P. 10-20.

122. Golub J. W. Matrix Computations / J. W. Golub, C. F. VanLoan. – Baltimore, Maryland : Johns Hopkins Univ. Press. – 1983. – P. 363 - 369.

123. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Мир,1978. – 720 с.

124. Федоров М. И. Оптика анизотропных сред / М. И. Федоров. – Минск: Изд. АН БССР. – 1958. – 380 с.

125. Фесенко В. І. Розрахунок коефіцієнтів відбиття та пропускання для неоднорідної анізотропної діелектричної пластини за допомогою методу кінцевих різниць / В. І. Фесенко // V Всеукр.Наук. конф.«Фундаментальна та професійна підготовка фахівців з фізики», Київ. – К., 2000. – С. 184.

126. Жук Н. П. Рассеяние электромагнитных волн от анизотропной вставки в прямоугольном закороченном волноводе / Н. П. Жук, В. И. Фесенко, С. Н. Шульга, О. В. Багацкая, Ши Хе // Вестн. Харьк. ун-та. – 2007. – №. 756. – С. 33-37.

127. Ивашка В. П. Дифракция на Е-плоскостных неоднородностях прямоугольного волновода / В. П. Ивашка, П. В. Николаев, А. С. Павилонис, В. К. Шугуров // Литов.сб. – 1988. – Т. 28, № 2. – С. 1171-1176.

128. Рудь Л. А. Дифракция волн на Т-образном соединении прямоугольных волноводов в Н-плоскости / Л. А. Рудь // Радиотехника и электроника. – 1984. – Т. 29, № 9. – С. 1711-1719.

129. Liang X.-P., A rigorous three plane mode-matching technique for characterizing waveguide T-junctions, and its application in multiplexer design / X.-P. Liang, K. A. Zaki and A. E. Atia // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1991. – Vol. 39, Dec. – P. 2138-2147.

130. Шульга С. Н. Анализ прямоугольного изгиба двух прямоугольных волноводов с двумерным включением в области взаимодействия / С. Н. Шульга, О. В. Багацкая, Т. И. Васильева, Н. П. Жук // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т. 47, №. 11. – С. 1335-1339.

131. Левин Л. Теория волноводов / Л. Левин. – М. : Радио и связь, 1981. – 312 с.

132. Джексон Дж. Классическая электродинамика / Дж. Джексон. – М. : Мир, 1965. – 702 с.

133. Шульга С. М. Розв'язання задачі розсіяння електромагнітних хвиль на включенні у Т-подібному з'єднанні двох прямокутних хвилеводів за допомогою теореми Гріна / С. М. Шульга, О. В. Багацька, Ши Хе, З. Ф. Назиров, // Вісник Київ. ун-ту. Сер. : фізико-математичні науки. – 2007. – №. 1. – С. 301-307.

134. Jiang Z. Mode-Matching Analysis of Waveguide T-function Loaded with an H-Plane Dielectric Slab / Z. Jiang, Z. Shen, X. Shan // Progress in Electromagnetics Research, PIER 36. – 2002. – P. 319-335.

135. Levitan Y. Single Post Inductive Obstacle in Rectangular Waveguide / Y. Levitan, P. G. Li, A. T. Adams, G. Perini // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1983. – V. MTT-31, No. 10. – P. 806-812.

136. Auda H. Inductive Post and Diaphragms of Arbitrary Shape and Number in Rectangular Waveguide / H. Auda, R. F. Harrington // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1984. – V. MTT-32, No. 6. – P. 606-612.

137. Миттра Р. Аналитические методы теории волноводов / Р. Миттра, С. Ли. – М. : Мир, 1974. – 327 с.

138. He Shi. Interaction of electromagnetic waves in a waveguide with very thin wires / He Shi, S. N. Shulga, N. G. Kokodiy, N. N. Gorobets, V. I. Kiiko, A. Yu. Butrym // The 7th International Kharkov conference «Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Sub millimeterWaves (MSMW'10) ». – Kharkov, Ukraine, June21-26, 2010. – Kharkov, 2010. –P. 1-3.

139. He Shi. Interaction of Electromagnetic Wavesin a Waveguide with Very Thin Wires / He Shi, S. N. Shulga, N. G. Kokodity, N. N. Gorobets, V. I. Kiiko, A. Yu. Butrym, Yu Zheng // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2011. – Vol. 56, No. 10. – P. 1193-1196.

140. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. – М. : Наука,

1977. – 344 с.

141. Кокодий Н. Г. Поглощение сверхвысокочастотного излучения очень тонким двухслойным цилиндром / Н. Г. Кокодий // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 2. – С. 1-4.

142. Кузьмичев В. М. Фактор эффективности поглощения тонкого металлического цилиндра в микроволновом диапазоне / В. М. Кузьмичев, Н. Г. Кокодий, Б. В. Сафронов, В. П. Балкашин // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т.48, №11. – С. 1349-1351.

143. Akhmeteli A. Efficient Heating of Thin Cylindrical Targets by Brood Electromagnetic Beams I [электрон. ресурс] / A. Akhmeteli // arXiv: physics/0405091v1 [physics.plasm-ph] 18 May. – 2004. – 17p. – Режим доступа : http://www.arxiv.org/abc/physics/0405091.

144. Akhmeteli A. Efficient Heating of Thin Cylindrical Targets by Brood Electromagnetic Beams II [электрон. ресурс] / A. Akhmeteli // arXiv: physics/0611169v1 [physics.plasm-ph] 17 Nov. – 2006. – 18p. – Режим доступа : http://www.arxiv.org/abc/physics/0611169.

145. Кокодий Н. Г. Рассеяние и поглощение электромагнитного излучения очень тонкими металлическими проволоками / Н. Г. Кокодий, Н. Н. Горобец, В. И. Кийко, И. И. Козлов, В. М. Кузьмичев, В. П. Балкашин, Б. В. Сафронов, И. А. Приз // 18-я Международная Крымская конференция «СВЧ техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо – 2008 – CriMiCo), 8-12 сент.2008г. Севастополь, Крым, Украина: Материалы конф. – Севастополь,2008. – С. 447-448.

146. Електродинамічне моделювання систем керування із композитних матеріалів: / звіт про НДР (заключний) / Харків. Нац. ун-т ім. В. Н. Каразіна. – Харків, 2011. – с. – Деп. в 10.09.11, № ДР 1-14-09; Інв. № 0109U000530.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

A1. Katenev S. H_{0i}-Eigenwave Characteristics of a PeriodicIris-Loaded Circular Waveguide / S. Katenev, Shi He // J. Electromagnetic Analysis & Applications. – 2010. – N 2. – P.436-443.

A2. Katenev S. K. Stop bandwidth extremums of a periodic iris-loaded circular waveguide / S. K. Katenev, Shi He // International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICAT). – Sevastopol (Ukraine), 2007. – P. 471-473.

A3. Хе Ши. Влияние радиуса пролетного канала периодического диафрагмированного круглого волновода на взаимную трансформацию собственных модов / Ши Хе, С. К. Катенев, С. Н. Шульга // Вест. Харьк. ун-та им. В. Н. Каразина. –2006. – №. 712. – С. 80-83.

A4. Хе Ши. Моделирование H_{0i} -волн периодического диафрагмированного круглого волновода / Ши Хе, С. К. Катенев // VIII Харьковская конференция молодых ученых «Радиофизика и электроника, биофизика». Харьков, Украина, ноябрь 25-27, 2008. – Харьков, 2008. – Р. 142.

A5. Жук Н. П. Рассеяние электромагнитных волн от анизотропной вставки в прямоугольном закороченном волноводе / Н. П. Жук, В. И. Фесенко, С. Н. Шульга, О. В. Багацкая, Ши Хе // Вест. Харьк. ун-та. им. В. Н. Каразина. – 2007. – №. 756. – С. 33-37.

A6. Шульга С. М. Розв’язання задачі розсіяння електромагнітних хвиль на включенні у Т-подібному з'єднанні двох прямокутних хвилеводів за допомогою теореми Гріна / С. М. Шульга, О. В. Багацька, Ши Хе, З. Ф. Назиров, // Віс. Київ. ун-ту ім. Т. Шевченко. Сер. : фізико-математичні науки. – 2007. – №. 1. – С. 301-307.

A7. Шульга С. Н. Решение задачи дифракции LM-волн на включении в Т-образном сочленении прямоугольных волноводов методом теоремы Грина / С. Н. Шульга, О. В. Багацкая, Ши Хе // Вест. Харьк. ун-та им. В. Н. Каразина. – 2014. – №. 1115. – С. 95-103.

A8. He Shi. Interaction of electromagnetic waves in a waveguide with very thin wires / Shi He, S. N. Shulga, N. G. Kokodiy, N. N. Gorobets, V. I. Kiiko, A. Yu. Butrym // The 7th International Kharkov conference «Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Sub millimeter Waves(MSMW'10) ». – Kharkov, Ukraine, June21-26, 2010. – Kharkov, 2010 – P. 1-3.

A9. He Shi. Interaction of Electromagnetic Waves in a Waveguide with Very Thin Wires / Shi He, S. N. Shulga, N. G. Kokodity, N. N. Gorobets, V. I. Kiiko, A. Yu. Butrym, and Yu Zheng // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2011. – Vol. 56. – №. 10. – P. 1193-1196.

A10. Гребенюк Ю. И. Резонансные явления при дифракции электромагнитной волны на тонком преломляющем цилиндре / Ю. И. Гребенюк, Н. Г. Кокодий, Ши Хе // Вест. Харьк. ун-та им. В. Н. Каразина. – 2008. – №. 806. – С. 33-39.

Приложение А

Вспомогательные задачи в неоднородной области взаимодействия.

1. Введем в рассмотрение структуру, которая формально может быть получена из модели рисунка 3.10, если считать, что сегмент L_1 является идеально проводящим. Введем новую систему координат (рис. ПА.1): $y_\nu = y - h,\ z_\nu = z - z_2$, $z_3 = z_2 + t$. Здесь h, t, z_2 – основные геометрические параметры включения.

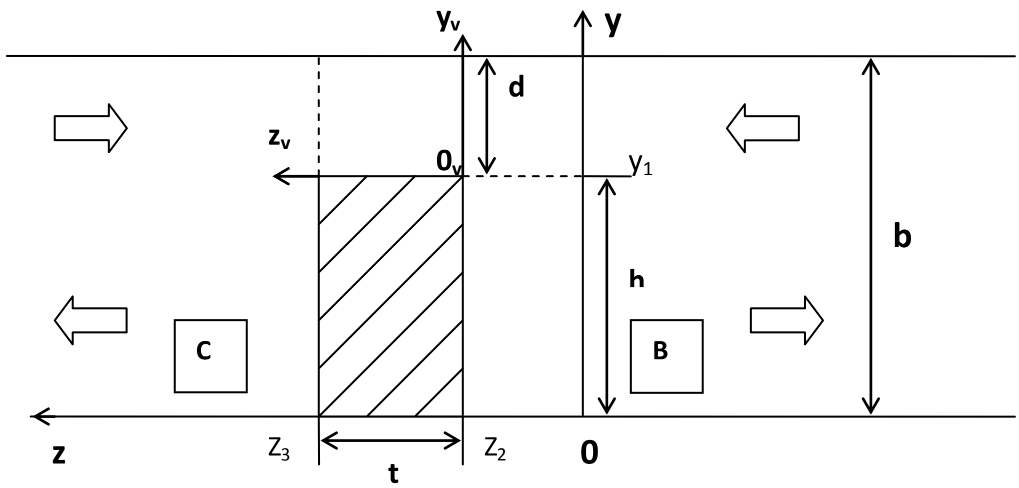


Рис. П.А.1. Асимметричная прямоугольная ступенька в прямоугольном волноводе.

Займемся решением волнового уравнения:

$$\left[\nabla_\perp^2 + k^2 - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]\tilde{W}\left(y,z\right) = 0, \qquad \text{(ПА.1)}$$

где $\nabla_{\perp}^{2}=\partial_{y}^{2}+\partial_{z}^{2}, m=1,2,\ldots,\ \tilde{W}\Big|_{\Gamma}=0$ – на идеально-проводящей поверхности.

Выберем решение (A.1) в следующем виде:

$$\tilde{W}\ y,z\ =\begin{cases}\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left[C_{0n}^{in}\exp(-i\beta_{n}(z-z_{3}))+C_{0n}^{sc}\exp(i\beta_{n}(z-z_{3}))\right]\sin\left(\dfrac{\pi n}{b}y\right), \\ \qquad z_{3}<z\le\infty \\ \sum\limits_{p=1}^{+\infty}\sin\left(\dfrac{\pi p}{d}y_{\nu}\right)\dfrac{1}{\sin(\chi_{p}t)}\left[\varphi_{p}\sin(\chi_{p}(z_{\nu}-t))+\psi_{p}\sin(\chi_{p}z_{\nu})\right], \\ \qquad 0<y_{\nu}<d, 0<z_{\nu}<t, \\ \sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left[B_{0n}^{in}\exp(i\beta_{n}(z-z_{2}))+B_{0n}^{sc}\exp(-i\beta_{n}(z-z_{2}))\right]\sin\left(\dfrac{\pi n}{b}y\right), \\ \qquad -\infty<z\le z_{2},\end{cases}$$

(ПА.2)

здесь – $\beta_{n}^{2}=k^{2}-(\pi m/a)^{2}-(\pi n/b)^{2}$, $\chi_{p}^{2}=k^{2}-(\pi m/a)^{2}-(\pi p/d)^{2}$.

Найдем коэффициенты $C_{0n}^{sc}, B_{0n}^{sc}, \varphi_{p}, \psi_{p}$, предположив, что нам известны коэффициенты C_{0n}^{in}, B_{0n}^{in}. Используем нулевые граничные условия на торцах идеально-проводящего включения и условия непрерывности $\tilde{W}\ y,z$ на щели при $z=z_{2}, z=z_{3}$ получим прямые формулы для определения C_{0n}^{sc}, B_{0n}^{sc}

$$\begin{aligned}C_{0n}^{sc}&=-C_{0n}^{in}+\sum_{p=1}^{+\infty}K_{np}\psi_{p},\\ B_{0n}^{sc}&=-B_{0n}^{in}-\sum_{p=1}^{+\infty}K_{np}\varphi_{p}\end{aligned}, \qquad \text{(ПА.3)}$$

где

$$K_{np}=\frac{2}{b}\int_{h}^{b}dy\sin\left(\frac{\pi p}{d}y_{v}\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b}y\right)\equiv\frac{d}{b}MCC\ \ p/n\ .$$

В матричной форме уравнения (А.3) можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\mathbf{C}_0^{sc} &= -\mathbf{C}_0^{in} + \mathbf{K}\cdot\boldsymbol{\psi},\\ \mathbf{B}_0^{sc} &= -\mathbf{B}_0^{in} - \mathbf{K}\cdot\boldsymbol{\varphi}.\end{aligned} \qquad \text{(ПА.4)}$$

Используем условие непрерывности $\dfrac{\partial \tilde{W}}{\partial z}$ на левой $z = z_2$ и правой $z = z_3$ апертурах, а также формулы (ПА.3), получим систему линейных алгебраических уравнений для определения φ_p, ψ_p.

$$\begin{aligned}\sum_{p=1}^{\infty} F_{qp}\psi_p + H_q\psi_q + J_q\varphi_q &= 2\sum_{n=1}^{\infty} i\beta_n MCC\ q/n\ C_{0n}^{in},\\ \sum_{p=1}^{\infty} F_{qp}\varphi_p + H_q\varphi_q + J_q\psi_q &= -2\sum_{n=1}^{\infty} i\beta_n MCC\ q/n\ B_{0n}^{in}.\end{aligned} \qquad \text{(ПА.5)}$$

В последней формуле

$$F_{qp} = \sum_{n=1}^{\infty} i\beta_n \frac{d}{b} MCC\ q/n\ MCC\ p/n\ ,$$

$$H_q = -\frac{\chi_q \cos\ \chi_q t}{\sin\ \chi_q t},$$

$$J_q = -\frac{\chi_q}{\sin\ \chi_q t}.$$

Отметим, что $F_{qp} = F_{pq}$, т.е. $\mathbf{F}$ – симметричная матрица.

Запишем систему (ПА.5) в матричной форме:

$$\begin{cases}(\mathbf{F}+\mathbf{H})\cdot\boldsymbol{\psi} + \mathbf{J}\cdot\boldsymbol{\varphi} = 2\mathbf{M}\cdot\mathbf{C}_0^{in},\\ (\mathbf{F}+\mathbf{H})\cdot\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{J}\cdot\boldsymbol{\psi} = -2\mathbf{M}\cdot\mathbf{B}_0^{in},\end{cases} \qquad \text{(ПА.6)}$$

здесь $\mathbf{M} = \mathbf{i}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{n}}\mathbf{MCC}\ \mathbf{q}/\mathbf{n}$.

Решим систему (ПА.6) двумя способами.

Первый способ: Выразим $\boldsymbol{\psi}$ через $\boldsymbol{\varphi}$ из первого уравнения и подставим во второе. Получим

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{TBC} \cdot \mathbf{C}_0^{\mathbf{in}} + \mathbf{TBB} \cdot \mathbf{B}_0^{\mathbf{in}}, \qquad \text{(ПА.7)}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{TBC} &= -\left[\mathbf{F} + \mathbf{H} - \mathbf{J}(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1}\mathbf{J}\right]^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1} 2\mathbf{M}, \\ \mathbf{TBB} &= -\left[\mathbf{F} + \mathbf{H} - \mathbf{J}(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1}\mathbf{J}\right]^{-1} 2\mathbf{M}. \end{aligned} \qquad \text{(ПА.8)}$$

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{TCC} \cdot \mathbf{C}_0^{\mathbf{in}} + \mathbf{TCB} \cdot \mathbf{B}_0^{\mathbf{in}}, \qquad \text{(ПА.9)}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{TCC} &= (\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1}(2\mathbf{M} - \mathbf{J} \cdot \mathbf{TBC}), \\ \mathbf{TCB} &= -(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1}\mathbf{J} \cdot \mathbf{TBB}. \end{aligned} \qquad \text{(ПА.10)}$$

Второй способ: Выразим $\boldsymbol{\varphi}$ через $\boldsymbol{\psi}$ из второго (ПА.6) уравнения и подставим в первое. Получим

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{TCC} \cdot \mathbf{C}_0^{\mathbf{in}} + \mathbf{TCB} \cdot \mathbf{B}_0^{\mathbf{in}}, \qquad \text{(ПА.11)}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{TCC} &= \left[\mathbf{F} + \mathbf{H} - \mathbf{J}(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1}\mathbf{J}\right]^{-1} 2\mathbf{M}, \\ \mathbf{TCB} &= \left[\mathbf{F} + \mathbf{H} - \mathbf{J}(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1}\mathbf{J}\right]^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1} 2\mathbf{M}, \end{aligned}, \qquad \text{(ПА.12)}$$

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{TBC} \cdot \mathbf{C}_0^{\mathbf{in}} + \mathbf{TBB} \cdot \mathbf{B}_0^{\mathbf{in}}, \qquad \text{(ПА.13)}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{TBC} &= -(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1}\mathbf{J} \cdot \mathbf{TCC}, \\ \mathbf{TBB} &= -(\mathbf{F} + \mathbf{H})^{-1}\left[2\mathbf{M} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{TCB}\right]. \end{aligned} \qquad \text{(ПА.14)}$$

Сравнивая выражения для матриц $\mathbf{TBB} \ldots \mathbf{TCC}$ полученные двумя способами, видим, что

$$\begin{aligned} \mathbf{TCC} &= -\mathbf{TBB}, \\ \mathbf{TBC} &= -\mathbf{TCB}. \end{aligned} \qquad \text{(ПА.15)}$$

Используя определение матрицы рассеяния (3.42) и выражения (ПА.4), (ПА.11) и (ПА.13) можно для коэффициентов S-матрицы записать:

$$\begin{aligned}&\mathbf{SCC} = \mathbf{-I} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{TCC},\\ &\mathbf{SCB} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{TCB},\\ &\mathbf{SBC} = \mathbf{-K} \cdot \mathbf{TBC},\\ &\mathbf{SBB} = \mathbf{-I} - \mathbf{K} \cdot \mathbf{TBB}.\end{aligned} \qquad \text{(ПА.16)}$$

Так как $\mathbf{TCC} = \mathbf{-TBB}$, $\mathbf{TBC} = \mathbf{-TCB}$, то и коэффициенты матрицы рассеяния также симметричны:

$$\begin{cases}\mathbf{SCC} = \mathbf{SBB},\\ \mathbf{SCB} = \mathbf{SBC}.\end{cases} \qquad \text{(ПА.17)}$$

Представим общее решение для $\tilde{W}\ \ y,z$ в волноводе (см. рис. П.А.1) в виде

$$\tilde{W}\ \ y,z\ = \sum_{q=1}^{\infty} C_{0q}^{in} \tilde{W}C_q(y,z) + \sum_{q=1}^{\infty} B_{0q}^{in} \tilde{W}B_q(y,z). \qquad \text{(ПА.18)}$$

В выражении (ПА.18) явный вид вспомогательных функций $\tilde{W}C_q(y,z), \tilde{W}B_q(y,z)$, которые существенно используются в разделе 3.2 даются формулами:

$$\tilde{W}C_q(y,z) = \begin{cases} \sin\left(\dfrac{\pi q}{b} y\right) \exp(-i\beta_q(z - z_3)) + \\ \sum\limits_{s=1}^{+\infty} SCC_{sq} \exp(i\beta_s(z - z_3)) \sin\left(\dfrac{\pi s}{b} y\right), \quad z_3 \le z < \infty \\ \sum\limits_{s=1}^{+\infty} \sin\left(\dfrac{\pi s}{d} y_v\right) \dfrac{1}{\sin(\chi_s t)} [TBC_{sq} \sin(\chi_s (z_v - t)) + \\ TCC_{sq} \sin(\chi_s z_v)], \quad 0 < z_v < t \\ \sum\limits_{s=1}^{+\infty} SBC_{sq} \sin\left(\dfrac{\pi s}{b} y\right) \exp(-i\beta_s(z - z_2)), \quad (-\infty < z < z_2). \end{cases}$$

(ПА.19)

$$\tilde{W}B_q(y,z) = \begin{cases} \sum_{s=1}^{+\infty} SCB_{sq} \sin\left(\frac{\pi s}{b} y\right) \exp(i\beta_s(z - z_3)), \quad z_3 \le z < \infty \\ \sum_{s=1}^{+\infty} \sin\left(\frac{\pi s}{d} y_v\right) \frac{1}{\sin(\chi_s t)} [TBB_{sq} \sin(\chi_s(z_v - t)) + \\ TCB_{sq} \sin(\chi_s z_v)], \quad 0 < z_v < t \\ \sin\left(\frac{\pi q}{b} y\right) \exp(i\beta_q(z - z_2)) + \\ \sum_{s=1}^{+\infty} SBB_{sq} \exp(-i\beta_s(z - z_2)) \sin(\frac{\pi s}{b} y), -\infty < z < z_2. \end{cases}$$

(ПА.20)

2. Введем в рассмотрение структуру, которая формально может быть получена из модели рисунка 3.10, если считать, что сегменты L_2, L_3 бокового волновода являются идеально проводящим. (см. рис. П.А.2).

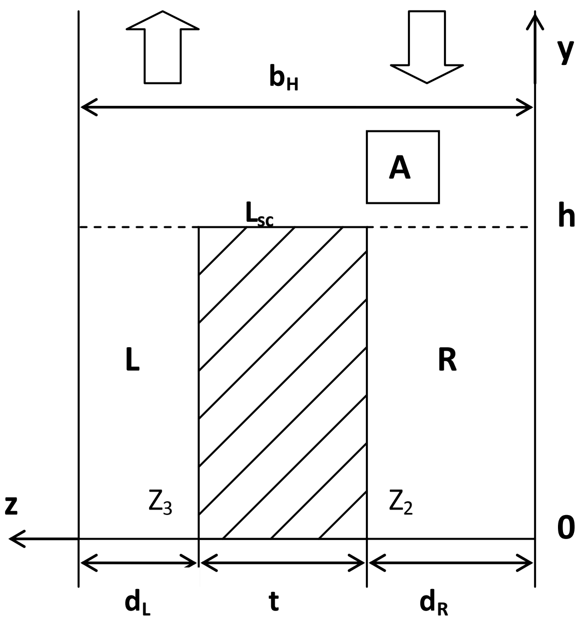


Рис. П.А.2. Асимметричная ступенька в боковом волноводе.

Пусть включение S возбуждается волной из бокового ответвления волновода $y = +\infty$. Решение уравнения (ПА.1) в этом случае можно записать следующим образом:

$$\tilde{W}\;\; y,z\;\; = \begin{cases} \sum\limits_{n=1}^{+\infty} \Big[A_{0n}^{in} \exp(-i\eta_n(y-h)) + A_{0n}^{sc} \exp(i\eta_n(y-h)) \Big] \sin\left(\dfrac{\pi n}{b_H} z\right), \\ 0 < z < b_H, h < y < +\infty \\ \sum\limits_{p=1}^{+\infty} \sin\left(\dfrac{\pi p}{d_L}(z - z_3)\right) \dfrac{\sin(\gamma_p^{(L)} y)}{\sin(\gamma_p^{(L)} h)} \varphi_p, z_3 < z < b_H, 0 < y < h \\ \sum\limits_{p=1}^{+\infty} \sin\left(\dfrac{\pi p}{d_R} z\right) \dfrac{\sin(\gamma_p^{(R)} y)}{\sin(\gamma_p^{(R)} h)} \psi_p, 0 < z < z_2, 0 < y < h. \end{cases}$$

(ПА.21)

Здесь $\gamma_p^{(L)}\;\;^2 = k^2 - \left(\dfrac{\pi m}{a}\right)^2 - \left(\dfrac{\pi p}{d_L}\right)^2$, $\gamma_p^{(R)}\;\;^2 = k^2 - \left(\dfrac{\pi m}{a}\right)^2 - \left(\dfrac{\pi p}{d_R}\right)^2$,

$\eta_n^2 = k^2 - \left(\dfrac{\pi m}{a}\right)^2 - \left(\dfrac{\pi n}{b_H}\right)^2$.

Определим неизвестные коэффициенты A_{0n}^{sc}, φ_p и ψ_p, предполагая, что A_{0n}^{in} известны. Используя следующие граничные условия при $y = h$,

$$\tilde{W}_A = \begin{cases} \tilde{W}_L, (z_3 < z < b_H) \\ 0, (z_2 < z < z_3), \\ \tilde{W}_R, (0 < z < z_2), \end{cases} \qquad \text{(ПА.22)}$$

Получим

$$A_{0n}^{sc} = \frac{2}{b_H} \sum_{p=1}^{NL} \varphi_p \int_{z_3}^{b_H} dz \sin\left(\frac{\pi p}{d_L}(z - z_3)\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b_H} z\right) +$$

$$\frac{2}{b_H} \sum_{p=1}^{NR} \psi_p \int_{0}^{z_2} dz \sin\left(\frac{\pi p}{d_R} z\right) \sin\left(\frac{\pi n}{b_H} z\right) - A_{0n}^{in}, \qquad \text{(ПА.23)}$$

Здесь NL, NR – максимальные значения модальных индексов в левой и правой областях относительно включения соответственно. При численных расчетах мы будем придерживаться следующего правила [79] при выборе числа учитываемых мод:

$$\frac{NA}{NL}=\frac{b_H}{d_L},\frac{NA}{NR}=\frac{b_H}{d_R},$$

где N_A – количество мод волновода A.

Теперь запишем выражение (ПА.23) в виде:

$$A_{0n}^{sq}=\sum_{p=1}^{NL}KL_{np}\varphi_p+\sum_{p=1}^{NR}KR_{np}\psi_p-A_{0n}^{in},, \tag{ПА.24}$$

где

$$KL_{np}=\frac{2}{b_H}\int_{z_3}^{b_H}dz\sin\left(\frac{\pi p}{d_L}(z-z_3)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b_H}z\right)=\frac{d_L}{b_H}MLCC(p/n),$$

$$KR_{np}=\frac{2}{b_H}\int_0^{z_2}dz\sin\left(\frac{\pi p}{d_R}z\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b_H}z\right)=\frac{d_R}{b_H}MRCC(p/n),$$

$$MLCC(p/n)=\frac{2}{d_L}\int_{z_3}^{b_H}dz\sin\left(\frac{\pi p}{d_L}(z-z_3)\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b_H}z\right)\equiv$$
$$MCC\left(p,n,\frac{d_L}{b_H}\right).$$

$$MRCC(p/n)=\frac{2}{d_R}\int_0^{z_2}dz\sin\left(\frac{\pi p}{d_R}z\right)\sin\left(\frac{\pi n}{b_H}z\right)\equiv$$
$$MCC\left(p,n,\frac{d_R}{b_H}\right).$$

В матричной форме (ПА.24) имеет вид:

$$\mathbf{A}_0^{\mathbf{sc}}=\mathbf{KL}\cdot\boldsymbol{\varphi}+\mathbf{KR}\cdot\boldsymbol{\psi}-\mathbf{A}_0^{\mathbf{in}}.$$

Используем граничные условия для $\dfrac{\partial \tilde{W}}{\partial y}$ на апертуре боковой волновод и левая, правая области включения при $y = h$:

$$\left.\frac{\partial \tilde{W}}{\partial y}\right|_L = \left.\frac{\partial \tilde{W}}{\partial y}\right|_A, (z_3 < z < b_H),$$
$$\left.\frac{\partial \tilde{W}}{\partial y}\right|_R = \left.\frac{\partial \tilde{W}}{\partial y}\right|_A, (0 < z < z_2).$$

В результате получим

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=1}^{NA} i\eta_n \left[A_{0n}^{in} - A_{0n}^{sq}\right] MLCC(q/n) + HL_q \varphi_q = 0,\\
&q = 1, 2, \ldots NL,\\
&\sum_{n=1}^{NA} i\eta_n \left[A_{0n}^{in} - A_{0n}^{sq}\right] MRCC(q/n) + HR_q \psi_q = 0,\\
&q = 1, 2, \ldots NR,
\end{aligned} \tag{ПА.25}$$

где

$$HL_q = \frac{\gamma_q^{(L)} \cos\ \gamma_q^{(L)} h}{\sin\ \gamma_q^{(L)} h}, q = 1, 2, \ldots NL,$$
$$HR_q = \frac{\gamma_q^{(R)} \cos\ \gamma_q^{(R)} h}{\sin\ \gamma_q^{(R)} h}, q = 1, 2, \ldots NL$$

Перепишем (ПА.25) с использованием (ПА.24)

$$\begin{aligned}
&\sum_{p=1}^{NL} FLL_{qp}\varphi_p + \sum_{p=1}^{NR} FLR_{qp}\psi_p - HL_q\varphi_q = \\
&\sum_{n=1}^{NA} 2MLCC(q/n)A_{0n}^{in} i\eta_n, \\
&\sum_{p=1}^{NL} FRL_{qp}\varphi_p + \sum_{p=1}^{NR} FRR_{qp}\psi_p - HR_q\varphi_q = \\
&\sum_{n=1}^{NA} 2MRCC(q/n)A_{0n}^{in} i\eta_n,
\end{aligned} \tag{ПА.26}$$

где введены следующие обозначения

$$\begin{aligned}
FLL_{qp} &= \frac{d_L}{b_H}\sum_{n=1}^{NA} i\eta_n MLCC(q/n)MLCC(p/n), \\
FLR_{qp} &= \frac{d_R}{b_H}\sum_{n=1}^{NA} i\eta_n MLCC(q/n)MRCC(p/n), \\
FRL_{qp} &= \frac{d_L}{b_H}\sum_{n=1}^{NA} i\eta_n MRCC(q/n)MLCC(p/n), \\
FRR_{qp} &= \frac{d_R}{b_H}\sum_{n=1}^{NA} i\eta_n MRCC(q/n)MRCC(p/n).
\end{aligned}$$

В матричной форме, с использованием следующих обозначений

$$ML = \sum_{n=1}^{NA} MLCC(q/n) i\eta_n,\ MR = \sum_{n=1}^{NA} MRCC(q/n) i\eta_n,$$

запишем (ПА.26) так

$$\begin{cases}
\mathbf{FLL}\cdot\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{FLR}\cdot\boldsymbol{\psi} - \mathbf{HL}\cdot\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{2ML}\cdot\mathbf{A_0^{in}}, \\
\mathbf{FRL}\cdot\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{FRR}\cdot\boldsymbol{\psi} - \mathbf{HR}\cdot\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{2MR}\cdot\mathbf{A_0^{in}}.
\end{cases} \tag{ПА.27}$$

Решим систему (ПА.27) двумя способами по аналогии с пунктом 1 данного приложения. В результате получим окончательное выражение для $\tilde{W}_A$:

$$\tilde{W}(y,z) = \sum_{q=1}^{+\infty} A_{0q}^{n}\tilde{W}A_q(y,z), \tag{ПА.28}$$

где

$$\tilde{W}A_q(y,z)=\begin{cases}\sin\left(\dfrac{\pi q}{b_H}z\right)\exp(-i\eta_q(y-h))+\\ \sum\limits_{s=1}^{NA}SAA_{sq}\sin\left(\dfrac{\pi s}{b_H}z\right)\exp(i\eta_s(y-s)),h<y<\infty\\ \sum\limits_{s=1}^{\infty}\sin\left(\dfrac{\pi s}{d_L}(z-z_3)\right)\dfrac{\sin(\gamma_s^{(L)}y)}{\sin(\gamma_s^{(L)}h)}TL_{sq},z_3<z<b_H,0<y<h\\ \sum\limits_{s=1}^{\infty}\sin\left(\dfrac{\pi s}{d_R}z\right)\dfrac{\sin(\gamma_s^{(R)}y)}{\sin(\gamma_s^{(R)}h)}TR_{sq},0<z<z_2,0<y<h.\end{cases}$$

(ПА.29)

В формулах (ПА.29) величины TL, TR, SAA известны и даются выражениями:

$$\mathbf{TL}=2[\mathbf{FLL}-\mathbf{HL}-\mathbf{FLR}\cdot(\mathbf{FRR}-\mathbf{HR})^{-1}\cdot\mathbf{FRL}]^{-1}\cdot$$
$$[\mathbf{ML}-\mathbf{FLR}\cdot(\mathbf{FRR}-\mathbf{HR})^{-1}\cdot\mathbf{MR}],$$
$$\mathbf{TR}=2[\mathbf{FRR}-\mathbf{HR}-\mathbf{FRL}\cdot(\mathbf{FLL}-\mathbf{HL})^{-1}\cdot\mathbf{FLR}]^{-1}\cdot$$
$$[\mathbf{MR}-\mathbf{FRL}\cdot(\mathbf{FLL}-\mathbf{HL})^{-1}\cdot\mathbf{ML}],$$
$$\mathbf{SAA}=\mathbf{KL}\cdot\mathbf{TL}+\mathbf{KR}\cdot\mathbf{TR}-\mathbf{I}.$$

Найденные выражения для $\tilde{W}A_q(y,z)$ используются в формулах (3.43) раздела 3.2.