

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Ахмедов Ролан Джавадович

УДК 537.877

ДИСЕРТАЦІЯ
«ПОЛЯ ИМПУЛЬСНЫХ АНТЕН У ЛІНІЙНОМУ ТА
НЕЛІНІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩАХ»

Спеціальність 01.04.03 — «Радіофізика»
(фізико-математичні науки)

Подається на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів
і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Р. Д. Ахмедов

Науковий керівник: **Думін Олександр Миколайович**,
кандидат фізико-математичних наук, доцент

Харків — 2020

АНОТАЦІЯ

Ахмедов Р. Д. Поля імпульсних антен у лінійному та нелінійному середовищах. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.03 – радіофізики (фізико-математичні науки). – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2020.

Дисертаційну роботу присвячено теоретичному дослідженню властивостей імпульсного електромагнітного пікосекундного та наносекундного випромінювання в ближній та проміжній зонах. Тематику всієї роботи можна окреслити єдиним підходом до розв'язання задач випромінювання та приймання електромагнітних імпульсів з урахуванням ефектів близької зони, який полягає у відмові від спектральних перетворень та роботі в часовій області, що дозволяє уникнути появи близької зони, як особливого випадку розв'язання. Задачі, яким присвячена робота, здебільшого розглянуту з апертурними антенами імпульсного випромінювання як джерело поля. Увага до близької зони обумовлена декількома факторами: ефектом концентрації енергії апертурними імпульсними антенами у ближній зоні, що спричиняє прояв слабконелінійних ефектів та викривлення фронту імпульсу в зоні формування електромагнітної хвилі.

В огляді літератури проаналізовано спеціально наукові методи, актуальні для предмета дослідження. Огляд зачіпає результати сучасних досліджень як закордонних, так і вітчизняних авторів. Детально проаналізовано метод еволюційних рівнянь та особливості його застосування. Приведено найбільш поширені методи виокремлення інформації з часової послідовності, що застосовують в задачах комунікації та локації, а також представлено

сучасні та перспективні для галузі методи науки про дані. Розглянуто можливість застосування теорії збурень для лінеаризації задачі поширення імпульсної наносекундної електромагнітної хвилі в середовищі з нелінійними індуктивними властивостями, які представлено у вигляді розкладу за малим параметру в матеріальних рівняннях середовища.

Уперше отримано аналітичний розв'язок задачі випромінювання поодинокого наносекундного електромагнітного імпульсу в нелінійне середовище з урахуванням процесу формування нестационарних електромагнітних хвиль у близькій зоні джерела. У функції джерела поля розглянуто однопрямний рівномірний розподіл електричного струму у формі плаского диска. Представлений нелінійний розв'язок отримано для збуджувального імпульсу з часовою залежністю у вигляді ступеневої функції Хевісайда. Отриманий аналітичний вираз для напруженості електричного поля містить кратний інтеграл над швидкоосцилюючою функцією. Інтеграл було чисельно прораховано із застосуванням квадратурних формул Сімпсона-Рунге для багатовимірних невласних інтегралів. Застосована методика дозволила отримати розв'язок із заданою точністю.

У роботі продемонстровано, що позитивною особливістю застосованого алгоритму є можливість узагальнення розв'язку з часовою залежністю струму збудження у вигляді функції Хевісайда до розв'язку нелінійної задачі випромінювання з довільною часовою залежністю струму.

Хоча кінцевий вираз для компонентів поля містить інтеграл, залежність від азимутального кута присутня в явному вигляді. Такий вираз з явною амплітудною та кутовою залежністю дозволив спостерігати деякі відомі ефекти взаємодії гармонійного поля з середовищем у випадку поширення наносекундних імпульсів. Також проведено аналіз отриманих графіків поля-поправки лінійного розв'язку. Проведено узагальнення розв'язку задачі випромінювання в керрівське середовище до задачі з поліноміальним нелінійним вектором поляризації. Для побудови нелінійного розв'язку зне-

хтувано дисперсійними властивостями середовища, а також втратами провідності середовища.

Нелінійний розв'язок для керрівського середовища отримано з лінійного наближення з використанням елементів теорії збурень та методу еволюційних рівнянь. Лінійну задачу випромінювання розв'язано для лінзової антени імпульсного випромінювання в наближенні плаского кругового синхронного однона прямленого розподілу електричного струму. У роботі вперше представлено переходну функцію для такої антени з явною залежністю від часу та просторових координат, яка справедлива в довільній точці спостереження.

Окрім розв'язку задач випромінювання в явному виді, проведено аналіз характеристик напрямленості лінзових антен імпульсного випромінювання збудженні струмами з різними часовими формами як для близької, так і дальньої зони випромінювання. Також проаналізовано вliv точки спостереження на форму електромагнітного імпульсу з різними часовими залежностями збуджувального струму.

У роботі описано ефект інтерференції мінімумів та максимумів гармонійно промодульованого імпульсу вздовж напрямку поширення. При цьому ефекті формується картина піків інтенсивності, споріднена до кілець Фур'є, що формуються внаслідок дифракції гармонійної хвилі на круглому отворі.

Отриманий аналітичний розв'язок задачі випромінювання в часовій області використано для моделювання процесу приймання-передавання електромагнітного імпульсу та виокремлення з нього корисної інформації. Аналіз отриманих результатів та огляд літератури виявили низку недоліків у сучасному способі виокремлення корисної інформації з імпульсної електромагнітної хвилі. У роботі представлена авторську методику виокремлення корисної інформації з надширокостурового імпульсу з урахуванням залежності його форми від точки спостереження. В основі запропонованої методики – топологічно розділена на енодер та декорер фізична нейронна

мережа з тривалою короткочасною пам'яттю як структурний елемент.

Моделювання процесу бездротового передання інформації проведено з урахуванням зашумленості каналу. У ролі передавальної антени використано лінзову антenu імпульсного випромінювання, а у ролі приймальної – детектор електричного поля. Для моделювання багатокористувальського середовища використано імпульси різної форми й продемонстровано стійкість запропонованої системи до накладання імпульсів та до розпізнавання сторонніх та власних імпульсів. Задля можливості відтворення отриманих результатів у дисертації представлено статистичні характеристики тренувальних даних, архітектуру нейронної мережі та візуалізацію процесу мінімізації цільової функції. У роботі запропоновано методику впровадження отриманої моделі для розв'язання практичних задач зондування та телекомунікації шляхом застосування методики перенесення навчання.

Моделювання проведено з повнозв'язним та рекурентним енкодером. Проаналізовано обмеження та недоліки застосування згорткових нейронних мереж у задачах аналізу часових послідовностей у реальному часі. За результатами моделювання фізична нейронна мережа із застосуванням тривалої короткочасної пам'яті дозволяє класифікувати надширокосмугові наносекундні імпульси в реальному часі без оцифрування та з урахуванням взаємонакладання імпульсів. Отримані результати дозволяють вважати запропоновану методику розв'язанням задачі класифікації надширокосмугових нано- та пікосекундних імпульсів довільної форми при рівні амплітуди сигналу меншим за рівень шуму. Моделювання показало, що особливо перспективно запропонована методика виглядає при аналізі імпульсів складної форми, наприклад, великої кількості пелюсток чи фрактальної природи сигналу, коли досягнення критерію Найквіста при аналогово-цифровому перетворенні проблематичне через високу верхню частоту спектра імпульсу.

У роботі використано лише спеціально наукові та загальнонаукові методи теоретичного аналізу, що знайшли експериментальне підтвердження.

Текст дисертації складають опубліковані та апробовані матеріали наукових досліджень. Матеріал, що викладено в роботі, пов'язаний з декількома науково-дослідними проектами та програмами. Нові наукові результати, що отримано в роботі, не суперечать сучасним науковим знанням. На запропоновану автором методику виокремлення корисної інформації подано заяву на отримання винахідницького патенту.

Практично значимим результатом кваліфікаційної роботи є методика обробки прийнятого надширокосмугового сигналу. Вирази для нелінійного поля, доповнені енергетичними діаграмами, дозволяють теоретично оцінювати необхідність врахування нелінійних ефектів у практичних задачах, де застосовують антени імпульсного випромінювання. Отримана модель поля лінзової антени імпульсного випромінювання в лінійному наближенні може бути застосована для моделювання в реальному часі процесу поширення імпульсної надширокосмугової електромагнітної хвилі з урахуванням ефектів близької зони.

Ключові слова: часова область, електромагнітний імпульс, надширокосмугова електродинаміка, керрівська нелінійність, слабка нелінійність, метод еволюційних рівнянь, машинне навчання, рекурентні нейронні мережі, тривала короткочасна пам'ять.

ABSTRACT

Akhmedov. R. Field of Impulse Radiating Antennas in Linear and Nonlinear Medium – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in Physics and Mathematics: Specialty 01.04.03 – Radiophysics (Physics and Mathematics). – V. N. Karazin Kharkiv National University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2020.

The manuscript is a theoretical investigation of impulse ultrawideband electromagnetic field properties in near and far radiation zones. The whole thesis topic is united by the same approach of radiation and reception problems solving with an attention to near zone effects. The idea of the approach is to avoid Fourier transform and provide a solution in time domain. As the result the solution will not carry near radiation zone as a spatial case of radiation. Most of problems considered in the manuscript have impulse radiating antenna as a source of electromagnetic field. The attention to near radiation zone is caused by energy concentration with nonlinear interactions and impulse shape distortion.

The literature review contains the analysis of special scientific methods that are reliable for the subject of study. The review touches the results of the modern research on the topic as for foreign studies as well for national one. The evolutionary approach to time domain electromagnetics and its corner cases are particularly analyzed. Widely used methods of information extraction from transient electromagnetic wave, that are applied to telecommunication and remote sensing problems are discussed in the section. Moreover, cutting edge technologies in the domain are discussed too. Perturbation the-

ory applicability in task of linearization of nanosecond electromagnetic pulse radiation problem into Kerr nonlinear medium that is introduced by Tailor extension of the nonlinear polarization vector.

The analytical solution for the nanosecond electromagnetic pulse radiation into nonlinear medium with near zone accounting was obtained for the first time. The circular aperture is considered as a source of a single nonstationary electromagnetic pulse with Heaviside like time dependency. The obtained analytical statement for e-filed intensity contains multiple integral over fast oscillation function with Bessel function core. The integral was numerically calculated with explicit accuracy by multidimensional quadrature rules of Simpson-Runge.

The obtained statement of nonlinear filed intensity contains integral coefficient, but the dependency from azimuthal angle and maximum magnitude are presented in closed form. The statement allowed to observe time domain analogs of known nonlinear effects. Also, graphical analysis of the statement performed. Moreover, the cubic nonlinearity was generalized to the case of weak polynomial nonlinearity. The nonlinear propagation modeling does not include the influence of medium dispersion.

Nonlinear solution for Kerr medium problem is obtained from linear approximation solution with usage of elements of perturbation theory and evolutionary approach. Linear radiation problem with lens impulse radiation antenna as an emitter is solved in appreciation of circular equally distributed electrical current density. The manuscript contains the transient response for the antenna in closed form of time-space. Moreover, the transient response is applicable to any observer location.

The solution for the radiation problem is not the only result. The manuscript contains the result of the analysis of directivity of impulse radiating antennas that are exited with electromagnetic pulses with various shapes as for near as well for far radiation zones. Also the influence of observer

location to the shape of electromagnetic pulse was discussed with attention to the shape of the excitation current.

The manuscript contains description of the minimum-maximum interference of harmonically modulated electromagnetic pulse along radiation axis. The effect faces the local maximums-minimums interference in time domain that is familiar to Fourier circus that appears due to narrowband wave diffraction on the pinhole.

The obtained liner solution in closed form was applied to information transmitting and reception modeling. The analysis and literature review faces out the near-far communication problem. The manuscript contains the patented methodic of information extraction with near zone accounting. The methodic is based on usage of topolectal separated on encoder and decoder physical neural network with long-short term memory as a structural unit.

Modeling of wireless information transferring is carried with taking into account of white gaussian noise channel. Lens impulse radiation antenna is considered as transition device and lossless electromagnetic field detector is considered as reception one. Multiuser environment simulation is provided throw usage of different shapes of excitation current. The manuscript contains statistical properties of the dataset, end-to-end machine learning pipeline architecture of and visualization of training process. The optimized methodic of implementation of presented technology in communication and remote sensing problems is proposed with attention to transfer learning.

The modeling is done on fully-connected and recurrent encoders. The restrictions and disadvantages of fully connected encoders applicability in time domain electromagnetics are analyzed. It was shown that usage of long-short term memory allows to label ultrawideband signal in real time without analog-to-digital transformation. Moreover, it works even in case of impulse signal overlaying or in case when signal level is less then noise level. The modeling faces that the methodic gives promising accuracy in analysis of

impulses of a difficult shape for example: big number of oscillations, signal of fractal nature, unreachable Nyquist criteria.

The thesis uses only domain-specialized and general-scientific methods of theoretical analysis that has experimental proof. The text of the dissertation consists of materials that are published and approbated on international conferences. The dissertation content is included to several research and development programs and projects. The obtained results are not in conflict with existing science vision on this question.

The thesis is the theoretical research nevertheless several practical use cases of the manuscript materials are discussed. One if them is the proposed methodic of information extraction from received transient ultrawideband electromagnetic wave. The obtained nonlinear filed statements supplemented with energy diagrams admit a theoretical estimation of influence of nonlinear effects for the problems of emission of lens impulse radiating antennas. The received model of linear radiation for impulse radiation antennas can be applied for real time modeling of filed radiation and propagation in free space with a respect to near radiation zone effects.

Key words: time domain, electromagnetic pulse, ultrawideband, Kerr nonlinearity, weak nonlinearity, evolutionary approach, machine learning, recurrent neural networks, long-short term memory.

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Наукові праці в наукових фахових виданнях України:

1. Dumin, O.M., Tretyakov, O.A., **Akhmedov, R.D.**, Dumina, O.O. Evolutionary Approach for the Problem of Electromagnetic Field Propagation Through Nonlinear Medium. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Серія «Радіофізика та електроніка» **24**, 23-28 (2015)

Внесок здобувача: Аналітична робота щодо доказу та виведення математичних спiввiдношень. Аналiз отриманих результатiв.

2. Думін, О. М., **Ахмедов, Р. Д.**: Мiжмодове перетворення нестационарного електромагнiтного поля в нелiнiйному необмеженому середовищi. Вiсник Харкiвського нацiонального унiверситету iменi В.Н. Каразiна, Серiя «Радiофiзика та електронiка» **26**, 42–47 (2017)

Внесок здобувача: Отримання модового розкладу поля у вiдкритому просторi методом еволюцiйних рiвнянь. Статистична обробка отриманих результатiв.

3. Думін, О., **Ахмедов, Р.**: Випромiнювання та розповсюдження електромагнiтного снаряду в нелiнiйному середовищi. Вiсник Харкiвського нацiонального унiверситету iменi В.Н. Каразiна, Серiя «Радiофiзика та електронiка» **6(27)**, 37-42 (2020)

Внесок здобувача: Застосування теорiї збурень для врахування нелiнiйних складових поляризацiї.

4. Думін, О., **Ахмедов, Р.**, Черкасов, Д.: Імпульсне випромiнювання антени з круговою апертурою в бiжнiй зонi. Вiсник Харкiвського нацiонального унiверситету iменi В. Н. Каразiна. Серiя «Радiофiзика та електронiка» **28**, 30-33 (2018)

Внесок здобувача: Пiдготовка графiчних матерiалiв до публiкацiї.

Аналітична робота над математичним апаратом методу еволюційних рівнянь.

5. Думін, О.М., **Ахмедов, Р.Д.**, Черкасов, Д.В.: Поширення імпульсної електромагнітної хвилі в керрівському середовищі. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. «Радіофізика та електроніка» **29**, 11-16 (2018)

Внесок здобувача: Розв'язання системи рівнянь Максвела з урахуванням нелінійних властивостей середовища для неоднорідності у вигляді плаского диска з електричним струмом.

6. **Ахмедов, Р.Д.**: Виокремлення корисної інформації з надширокосмугової хвилі у близкій зоні випромінювання. Технология и конструирование в электронной аппаратуре **3-4**. 3—10 (2020)

Внесок здобувача: Розробка авторської методики виділення корисної інформації з імпульсної надширокосмугової електромагнітної хвилі, проведення числових симуляцій процесу випромінювання-поширювання-приймання імпульсів з урахуванням розробленої методики.

Наукова праця у профільному виданні, що входять до міжнародної наукометричної бази Scopus:

7. **Akhmedov, R.**, Dumin, O., Katrich, V.: Impulse radiation of antenna with circular aperture. Telecommunications and Radio Engineering **77**, 1767-1784 (2018)

Внесок здобувача: Розв'язання задачі випромінювання імпульсу довільної геометричної форми лінзовою імпульсною антеною з круговою апертурою. Аналітична робота по отриманню перехідної функції для близької зони, як явної функції від просторових координат та часу.

Наукові праці апробаційного характеру (тези доповідей на наукових конференціях) за темою дисертації:

8. Dumin, O., Katrich, V., **Akhmedov, R.**, Tretyakov, O., Dumina, O.: Evolutionary approach for the problems of transient electromagnetic field propagation in nonlinear medium. In: 15th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), Dnipropetrovsk, p. 26. IEEE Xplore, Dnipropetrovsk, Ukraine (2014)
9. Dumin, O., Tretyakov, O., **Akhmedov, R.**, Stadnik, Y., Katrich, V., Dumina, O.: Modal basis method for propagation of transient electromagnetic fields in nonlinear medium. In: Proc. 7th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), pp. 100-103. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2014)
10. Dumin, O., Tretyakov, O., **Akhmedov, R.**, Dumina, O.: Transient electromagnetic field propagation through nonlinear medium in time domain. In: International Conference on Antenna Theory and Techniques, pp. 93-95. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2015)
11. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Dumina, O.: Propagation of transient field radiated from plane disk in nonlinear medium. In: Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, pp. 77-80. IEEE Xplore, Odessa, Ukraine (2016)
12. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Dumina, O.: Transient field radiation of plane disk into nonlinear medium. In: Radio Electronics and Info Communications, pp. 1-4. IEEE Xplore, Kiev, Ukraine (2016)
13. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Katrich, V., Dumina, O.: Transient radiation of circle with uniform current distribution. In: 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), pp. 261-265. IEEE Xplore, Kiev, Ukraine (2017)
14. **Akhmedov, R.**, Dumin, O.: Ultrashort impulse radiation from plane disk with uniform current distribution. In: Ultrawideband and Ultrashort

- Impulse Signals, pp. 169-173. IEEE Xplore, Odessa, Ukraine (2018)
15. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Dumina, O., Cherkasov, D.: Near zone of plane disk with uniform transient current distribution. In: 2017 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering, pp. 209-213. IEEE Xplore, Lviv, Ukraine (2019)
16. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Katrich, V., Cherkasov, D.: Impulse EM wave propagation in kerr medium. In: 2019 XXIVth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), pp. 169-173. IEEE Xplore, Lviv, Ukraine (2019)
17. **Akhmedov, R.**: Neural radio in ds-uwb iot applications. In: 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW), pp. 1073-1078. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2020)

Наукові праці, які додатково відображають наукові результатами дисертації:

18. **Ахмедов, Р. Д.**, Спосіб виділення корисної інформації з надширокосмугових (НШС) електромагнітних хвиль. Український інститут інтелектуальної власності а02004038, 20 липня 2020
- Внесок здобувача: Розроблено методику виділення корисної інформації з нестационарних імпульсних електромагнітних хвиль. Проведено порівняльну характеристику різних.*

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень	18
Вступ	19
Розділ 1. Огляд методів та задач електродинаміки у часово-просторі	26
1.1. Сучасна імпульсна та надширокосмугова радіофізика	26
1.2. Застосування теорії збурень для лінеаризації нелінійних задач	29
1.3. Методи розв'язання зовнішніх задач випромінювання нестационарних хвиль	33
1.4. Розв'язання задач випромінювання методом еволюційних рівнянь у часовій області	36
1.5. Локалізовані електромагнітні хвилі	46
1.6. Методи виокремлення інформації з надширокосмугових та імпульсних сигналів	47
1.7. Структурні моделі аналізу нестационарних процесів	52
1.8. Рекурентні нейронні мережі тривалої короткочасної пам'яті для обробки нестационарних сигналів	55
Розділ 2. Імпульсне поле випромінювача з круговою апертурою	60
2.1. Кругова апертура як модель антен імпульсного випромінювання	60
2.2. Розв'язання методом еволюційних рівнянь	65
2.3. Властивості переходної функції плаского диску	71
2.4. Збудження імпульсом довільної форми	80
Висновки до розділу 2	85

Розділ 3. Нестаціонарні поля плаского випромінювача у не-	
лінійному середовищі	86
3.1. Матеріальні рівняння нелінійного середовища	86
3.2. Енергетичний розподіл поля плаского диску в лінійному на-	
ближенні	91
3.3. Перетворення мод керрівською нелінійністю	94
3.4. Числове моделювання нелінійного поля	99
3.5. Узагальнення для слабкої нелінійності	108
Висновки до розділу 3	109
Розділ 4. Передача інформації у часовому просторі коротко-	
імпульсними електромагнітними полями	110
4.1. Основи класичного імпульсного радіо	110
4.2. Імпульсний радіоприймач на базі апаратної нейронної мережі	112
4.3. Формування тренувальних даних для нейронного радіо . . .	117
4.4. Моделювання демодуляції імпульсних сигналів повнозв'язною	
фізичною нейронною мережею	121
4.5. Моделювання демодуляції сигналу фізичною рекурентною ней-	
ронною мережею	125
4.6. Топологія нейронного радіо та її застосування	131
Висновки до розділу 4	133
Висновки	135
Список використаних джерел	137
Додаток А. Список публікацій здобувача за темою дисертації	150
Додаток Б. Властивості тригонометричних функцій	154
Б.1. Визначення символу Кронекера, через інтеграли	154
Додаток В. Інтеграли від циліндричної функції Бесселя пер-	
шого роду	156

B.1. Отримання інтегралу I_1 в явному виді	156
B.2. Отримання інтегралу I_2 в явному виді	160
Додаток Г. Комплексні функції Ломмелля двох змінних	162
Г.1. Визначення та лінійні властивості	162
Г.2. Інтегродиференціальні властивості	163
Г.3. Отримання інтегралу I_3 в явному виді	163
Г.4. Отримання інтегралу I_4 в явному виді	164
Г.5. Отримання інтегралу I_5 в явному виді	165

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

BER – (від англ. bit error rate/ratio) коефіцієнт бітових помилок;

GPU – (від англ. graphics processing unit) графічний процесор;

LIRA – (від англ. lens impulse radiating antenna) лінзова антена імпульсного випромінювання, антена запропонована К. Баумом;

LSTM – (від англ. long short-term memory) нейронна мережа тривалої короткочасної пам'яті;

RIRA – (від англ. reflector impulse radiating antenna) рефлекторна антена імпульсного випромінювання;

RNN – (від англ. recurrent neural network) рекурентна нейронна мережа;

ТЕ – (від англ. transvers electric) поперечна магнітна, тобто електромагнітна хвиля хвиля без E_z компоненти;

ТМ – (від англ. transvers magnetic) поперечна електрична, тобто електромагнітна хвиля без H_z компоненти;

ТЕМ – (від англ. transvers electromagnetic) поперечна електромагнітна, тобто хвиля без E_z та H_z компонент;

ФШНМ – фізична штучна нейронна мережа;

НШС – надширокосмугові сигнали.

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Дисертаційну роботу присвячено дослідженню процесів випромінювання, поширення й приймання нестационарних електромагнітних хвиль. Поширення хвиль досліджено з урахуванням їхньої нелінійної взаємодії із середовищем.

У ролі джерела поля розглянуто лінзову антену імпульсного випромінювання з круговою апертурою. Хоча антена й знайшла широке застосування в задачах метрології та зондування, її характеристики, особливо в більшій зоні, ще недостатньо вивчені.

Відомо, що напрямленість лінзових антен разом з ефектом електромагнітного снаряда призводить до концентрації енергії в більшій зоні випромінювача. Це явище викликає необхідність враховувати нелінійну взаємодію поля із середовищем поширення при значній амплітуді та крутизні фронту збуджувального імпульсу.

Отже, створення моделі випромінювання імпульсів довільної форми лінзовою антеною з круговою апертурою без спрощень на лінійність середовища дозволить точніше моделювати випромінювання імпульсів з крутими фронтами та великою амплітудою. Уточнена модель процесу випромінювання дозволить поліпшити застосування антени в прикладних задачах. Серед таких задач – визначення ефективної площини розсіювання та передання інформації з цифровим кодуванням.

Інший фактор, що впливає на ефективність застосування короткоімпульсних систем, – це врахування залежності імпульсних характеристик надширокосмугових антен від напрямку спостереження, особливо в більшій зоні. Виокремлення корисної інформації з електромагнітного імпульсу ускладнено залежністю його форми від точки спостереження. Отже,

розвиток методик виокремлення кількісних та якісних характеристик, що несуть корисну інформацію, з нестационарного електромагнітного поля дозволить покращити робочі характеристики імпульсної радіоелектроніки.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційну роботу виконано на кафедрі прикладної електродинаміки факультету радіофізики, біомедичної електроніки та комп'ютерних систем Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна відповідно до планів науково-дослідних робіт: «Моделювання та дослідження нелінійних нанорозмірних систем із нестационарними та гармонійними збудженнями для перетворення полів та створення елементів спінtronики» (номер державної реєстрації: 0114U002585, здобувач – виконавець), «Імпульсні та синусоїdalальні поля у нелінійних і шаруватих електродинамічних структурах та наносистемах як перетворювачах полів і моделей елементів спінtronіки» (номер державної реєстрації: 0117U004851, здобувач – виконавець), «Електромагнітні поля імпульсних джерел та наноосциляторів в однорідних, шаруватих та нелінійних середовищах» (номер державної реєстрації: 0120U102309, здобувач – виконавець).

Здобувач у межах цього дослідження пройшов стажування в Університеті Мурсії (Іспанія) на факультеті математики за програмою академічної мобільності для здобувачів “Erasmus+” у 2017 році.

Мета та завдання дослідження. Метою роботи є дослідження поведінки нестационарного поля в близькій зоні антен, зокрема, з урахуванням нелінійної взаємодії із середовищем, а також вдосконалення методик обробки прийнятих імпульсних надширокосмугових хвиль за рахунок використання особливостей поля близької зони. Задачі дослідження:

1. отримання переходної функції лінзової антени імпульсного випромінювання, як явної функції від просторових координат та часу, що справедлива для довільної точки спостереження;

2. аналіз енергетичних та нестационарних властивостей поля лінзової антени імпульсного випромінювання в близкій зоні для імпульсів різної форми;
3. уточнення переходної функції лінзової антени імпульсного випромінювання для випадку поліноміальної нелінійності середовища;
4. розвиток методики викоремлення корисної інформації з нестационарного електромагнітного поля шляхом застосування новітніх методів науки аналізу даних, що дозволить враховувати ефекти близької зони в реальному часі.

Об'єкт дослідження – електромагнітне поле, що випромінюється лінзовою антеною імпульсного випромінювання.

Предмет дослідження – вплив ефектів близької зони випромінювання й нелінійних ефектів взаємодії поля із середовищем на часову залежність електромагнітних імпульсів та їхню інформаційну місткість.

Методи дослідження. Теоретичну основу дисертації становлять наукові праці вітчизняних та закордонних дослідників. Методологічну основу дисертації – загальнонаукові та спеціальні наукові методи пізнання, серед яких:

1. Метод еволюційних рівнянь у часовій області. Метод теоретичної радіофізики, що застосовано для зведення системи рівнянь Максвелла до системи рівнянь відносно скалярних функцій, шляхом неповного розділення змінних за методикою Рімана-Вольтера.
2. Метод функції Рімана. Метод розв'язання неоднорідних диференціальних рівнянь, що застосовано для розв'язання системи еволюційних рівнянь відносно коефіцієнтів розкладу електромагнітного поля за модовим базисом.
3. Метод теорії збурень. Метод лінеаризації математичних задач, що застосовано для врахування слабкої нелінійності середовища, яку

представлено у вигляді поліноміального розкладу вектора поляризації за ступенями напруженості електричного поля.

4. Метод зворотного поширення помилки. Метод машинного навчання, що застосовано для розв'язання задачі тренування, а саме: для оптимізації параметрів запропонованої моделі виокремлення корисної інформації з надширокосмугового радіосигналу.

Наукова новизна отриманих результатів. Вперше отримано властивості поширення нестационарних електромагнітних хвиль, породжених круговою апертурою в нелінійному керрівському середовищі, що дозволяє оцінити вплив нелінійних ефектів на поодинокий імпульс. Проаналізовано вплив перетворення мод у нелінійному середовищі при самодії поодинокого надширокосмугового електромагнітного імпульсу та встановлено укручення фронту імпульсу на осі випромінювання. Врахування нелінійних ефектів проведено на основі аналізу енергетичних властивостей поля в близькій зоні, де густина енергії найбільша.

У ході побудови нелінійної моделі випромінювання автором у першому наближенні побудовано перехідну функцію антен імпульсного випромінювання. Тобто, отримано закон випромінювання нестационарних хвиль у вигляді явної функції всіх просторових координат та часу без наближення дальньої зони, що дозволяє розв'язувати задачі моделювання поля лінзових та рефлекторних антен імпульсного випромінювання у режимі реального часу.

Запропоновано авторську методику виокремлення корисної інформації з нестационарної імпульсної хвилі, що полягає в застосуванні аналогових рекурентних штучних нейронних мереж задля досягнення підвищеної точності в близькій зоні. Продемонстровано, що запропонована методика дозволяє досягти покращення якості радіоканалу в близькій, проміжній та дальній зонах імпульсних антен. Проведено моделювання задачі цифрової

комунікації за запропонованою методикою обробки прийнятного сигналу, де кодування виконано надширокосмуговими наносекундними імпульсами різної форми.

Практичне значення отриманих результатів. Дисертаційна робота належить до основних наукових напрямів сучасної радіофізики та визначає тенденції її подальшого розвитку. Напрям досліджень – теорія випромінювання та приймання нестационарних нелінійних електромагнітних хвиль.

Створено модель антен імпульсного випромінювання в близькій зоні, що покращує результати попередніх досліджень і дозволяє якісніше моделювати процес випромінювання та приймання електромагнітних хвиль із застосуванням такої антени. Врахування нелінійної природи електромагнітного поля дозволяє моделювати поширення високоамплітудних надкоротких імпульсів у різноманітних задачах радіофізики. Описано нові нелінійні ефекти самодії нестационарного імпульсного поля крізь середовище.

До державного підприємства «Український інститут інтелектуальної власності» подано заявку на отримання патенту на винахід «Спосіб викремлення корисної інформації з надширокосмугових (НШС) електромагнітних хвиль» з номером а202004038. Патентним повіреним України з реєстраційним номером 464 проведено аналіз патентоздатності, новизни та технічного рівня об'єкта захисту інтелектуальної власності. Матеріали патерну знаходяться на стадії кваліфікаційної експертизи. Використання розробленої методики дозволяє застосовувати математичні процеси високої складності в реальному часі при незначному споживанні енергії. Гнучкість методики сприяє запровадженню моделей економіки замкненого циклу при виробництві.

Основні отримані в дисертації результати включені до навчальної дисципліни «Випромінювання у часовому просторі», що викладають в Хар-

ківському національному Університеті імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України на факультеті радіофізики, біомедичної електроніки та комп’ютерних систем студентам IV–V курсів.

Особистий внесок здобувача. У працях [1, 2, 3] здобувач провів аналіз наявних моделей поля лінзової антени імпульсного випромінювання при довільному нестационарному збудженні та створив модель, що не має недоліків, які спостерігались в аналогічних дослідженнях. Отриманий розв’язок описує поведінку поля в усіх точках простору. Здобувач провів порівняння з наявними моделями і не виявив розбіжностей, що свідчать про помилковість.

У працях [4] побудовано поперечні розподіли енергії, а в працях [5], [6] теоретично обґрунтовано енергетичні згустки, що спостерігаються.

У працях [4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14] здобувач провів аналітичу роботу щодо врахування нелінійної взаємодії нестационарного електромагнітного поля з тривимірним середовищем, подібним за нелінійними властивостями до атмосфери землі. Також здобувач провів числове моделювання процесу нелінійної взаємодії та проаналізував його результати.

Здобувач запропонував [15] і теоретично обґрунтував [16] авторську методику виокремлення корисної інформації з нестационарної електромагнітної хвилі. Здобувач провів числове моделювання [17], що демонструє правдездатність та переваги нової концепції.

Апробація матеріалів дисертації. Основні результати, що складають дисертацію, були представлено на конференціях і семінарах міжнародного рівня:

1. 15th International Conference on Mathematical Methods in Electro Magnetic Theory (MMET), Dnipropetrovsk, Ukraine, 2014;
2. Proc. 7th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), Kharkiv, Ukraine, 2015 (автор отримав

- винагороду за кращу доповідь секції);
3. International Conference on Antenna Theory and Techniques (ICATT), Kharkiv, Ukraine, 2015;
 4. Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), Odessa, Ukraine, 2016;
 5. Radio Electronics and Info Communications, Kiev, Ukraine, 2016;
 6. 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Kiev, Ukraine, 2017;
 7. Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), Odessa, Ukraine, 2018 (робота зайняла 1-ше місце на конкурсі робіт молодих вчених);
 8. 2017 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Lviv, Ukraine, 2019;
 9. 2019 XXIVth International Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory, Lviv, Ukraine, 2019;
 10. 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week Kharkiv, Ukraine, 2020.

Публікації. Матеріали дисертації опубліковано у 17 наукових працях, серед яких – 6 статей у наукових фахових виданнях України, одну статтю опубліковано у науковому виданні, що входять до наукометричної бази даних Scopus. Також опубліковано 10 тез доповідей на конференціях міжнародного рівня і подано заяву на отримання патенту до Українського інституту інтелектуальної власності, яка станом на кінець 2020 року проходить кваліфікаційну експертизу.

Обсяг і структура дисертації. Дисертація складається зі вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел та 4 додатків. Загальний обсяг дисертації становить 165 сторінок, з яких 120 сторінок основного тексту. Список використаних джерел містить 122 найменування. Усього в дисертації 42 рисунки та 2 таблиці.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД МЕТОДІВ ТА ЗАДАЧ ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ У ЧАСОВОМУ ПРОСТОРІ

1.1. Сучасна імпульсна та надширокосмугова радіофізика

Підхід частотної селекції інформації набув масового поширення в радіофізиці перебігом історії ХХ століття [18]. Проте вимоги сучасності до радіотехнічних приладів значно підвищилися: з'явилася потреба в створенні нових засобів комунікації та локації. Зокрема, одним із способів покращення технічних характеристик радіоапаратури стало використання надширокосмугових режимів роботи, а на початку ХХІ століття було закладено практичне застосування нелінійної природи надширокосмугових електромагнітних процесів [19].

Імпульсні та надширокосмугові коливання, що мають електромагнітну природу, вивчаються таким розділом фізики як нестационарна електродинаміка. Заведено розділяти поняття імпульсного та надширокосмугового поля – імпульсне поле не завжди називають надширокосмуговим. Згідно з рішенням федеральної комісії зв'язку США від 2007 року [20], надширокосмуговим називають коливання електромагнітної енергії, відносна ширина спектра якого принаймні вища за 25%, тобто:

$$\eta = \frac{f_{max} - f_{min}}{f_{max} + f_{min}} > 0.25, \quad (1.1)$$

де f_{max} – максимальна частота спектра спектра, а f_{min} – мінімальна частота спектру. Надалі користуватимемось цим визначенням. Хоча межі спектра реального сигналу досить умовні, існують декілька загальновизнаних способів їх визначити, серед яких найчастіше використовують рівень полу-

винної енергії спектра (0.707 за амплітудно-частотною характеристикою).

У природі спостерігати надширокосмугові електромагнітні хвилі можливо при ядерних реакціях [21], проходженні сонячного термінатора, атмосферних явищах [22], землетрусах [23] тощо. Крім того, фоновий електромагнітний шум і власні завади радіотехнічного обладнання найчастіше мають надширокосмугову природу. Широка розповсюдженість таких явищ у навколошньому середовищі слугує аргументом на користь ефективності застосування надширокосмугових хвиль у науці й техніці.

Імпульсні радіохвилі штучно формують двома підходами: випромінюють антеною з низькою добротністю обмежений в часі гармонійний сигнал [24, 25] або стрибковий розряд електричного струму [26]. Антенно-фідерну систему, для задоволення умови низької добротності, виготовляють з максимально схожими характеристиками на широкому спектрі частот. Якщо спектр сформованого в такий спосіб електромагнітного коливання не задоволяє умові мінімальної ширини спектра (1.1), то його називають радіоімпульсом, який не розглянуто в цій роботі.

На практиці, однією з найважливіших якісних характеристик надширокосмугових радіотехнічних пристрій виявилась тривалість імпульсу. Імпульси меншої тривалості дозволяють насамперед концентрувати більшу кількість енергії, що важливо, наприклад, для галузі медичної діагностики [27]. Також менша тривалість імпульсу надає можливість передавати більшу кількість цифрових даних через радіоканал, що напряму випливає з формули Хартлі [28]. За тривалість випроміненого імпульсу відповідає ціла низка параметрів серед яких і параметри антени, але визначальний вплив має електронний ключ, що подає струм живлення на антенно-фідерну систему, замикаючи, а інколи й розмикаючи електричне коло.

Основним фактором, який посилює інтерес до надширокосмугових систем є теоретична можливість поєднати особливості електромагнітного випромінювання на різних частотних діапазонах, що дозволить покращи-

ти характеристики наявних радіоелектронних систем та розширити сферу їхнього застосування. Наприклад, у 2019 році імпульсну надширокосмугову однокристальну радіосистему було вперше вбудовано в пристрій стільниково-го зв'язку Apple iPhone 11 Pro. Також використання надширокосмугових імпульсних хвиль дозволяє розв'язати неможливі для вузькодіапазонних приладів технічні задачі. Деякі з таких технічних задач уже загальнодоступні на ринку споживацької електроніки, наприклад:

1. автомобільний радар малої дальності дії – допоміжний засіб технічного зору для автопілотів п'ятого покоління, що здатен працювати з потрібною точністю в несприятливих погодних умовах, зайве тобто в дисперсному, поглинальному та провідному середовищі [29];
2. пристрій підводного радіозв'язку – засіб бездротової телекомунікації для систем зв'язку, де один або більше учасників комунікації, занурені в провідне середовище [30, 31].

Завдяки відсутності носійної хвилі й роботі передавача в імпульсному режимі значно скорочується споживання електричної енергії передавачем, що породило значний інтерес до використання фізичних принципів випромінювання надширокосмугових сигналів у галузі техніки інтернету речей (IoT). Сучасні мережеві протоколи канального рівня стеку TCP/IP, як-от WiFi6 (IEEE 802.11ax) [32] використовують саме радіоімпульси, як носій інформації, що негативно впливає на споживання електричної енергії.

Також з початку 60-х років технічні засоби, робота яких базується на використанні надширокосмугових електромагнітних хвиль, активно використовують військові. Серед таких досліджень варто відзначити науково-дослідний проект ATLAS-1 під керівництвом К. Баума [33], який було спрямовано на захист устаткування літальних апаратів від електромагнітного уражаючого фактора ядерного вибуху.

Окремим напрямом використання надширокосмугових радіолокаційних систем стало їхнє застосування для систем внутрішнього позиціювання

(IPS), що в поєднанні з методикою технічного зору SLAM (одночасна локалізація та картографування) дозволяє отримувати тривимірну мапу внутрішнього середовища [34]. Аналогічна система внутрішнього позицювання, що базується на використанні гармонійних сигналів, характеризується меншою точністю [35].

1.2. Застосування теорії збурень для лінеаризації нелінійних задач

У фізичній науці заведено розглядати замкнені енергетичні системи як для дослідження природних явищ, так і задля розв'язанні практичних задач. Отримати постанову замкненої задачі дозволяє нехтування деякими взаємодіями. Так, при розв'язані задачі поширення електромагнітних хвиль у середовищі, майже завжди спрощують вплив електромагнітної енергії на молекулярні та всерединоатомні явища до лінійного закону індукції. Так, при малих потенціалах та повільних змінах потенціалу отримані модельні дані підтверджено емпірично, але починаючи від деяких амплітудних та спектральних характеристик поля спостережено значні розбіжності між модельними та емпіричними даними. Для сучасної фізики очевидно, що такі прояви пов'язані зі зростанням внеску деяких ефектів зі зростанням енергії процесу. Нелінійна фізика займається дослідженням природи та описом таких явищ. Звісно, якщо розглянути систему на макрорівні, також можна досягти досить точного моделювання, але в цьому випадку складність розв'язання задачі також зростає. На щастя, апарат нелінійної фізики дозволяє значно спростити фізичну модель сильного процесу, тобто процесу, енергія якого достатня для збурення не врахованих макромоделлю мікроявищ. Нелінійність взаємодії імпульсних електромагнітних хвиль із середовищем – явище досить поширене через те, що імпульсне поле локалізує в часі велику кількість енергії.

З експериментальних досліджень відомо, що внесок різних джерел нелінійності проявляється при різних енергіях процесу. Так, зі зростанням енергії, першим стає вагомим вплив ефектів внутрішньомолекулярної та міжмолекулярної взаємодії. Така нелінійність відома як слабка. Також внесок нелінійних процесів залежить від типу середовища. Так, у магнітоактивних або гіротропних середовищах вплив нелінійності значно помітніший, ніж у діелектриках. При більшій густині матеріалу або розмірів і асиметрії молекул внесок нелінійних явищ молекулярного рівня також зростає. Наведемо таблицю джерел нелінійності для ізотропних діелектриків (Таб. 1.1).

Таблиця 1.1

Нелінійні ефекти молекулярного рівня

Джерело нелінійності	Фізика процесу	Дисперсійна характеристика, с
Нелінійна поляризація	Нехтування взаємодією між атомами, що характеризуються дипольним моментом	10^{-15}
Просторова орієнтація молекулярного диполя	Власний дипольний момент асиметричної молекули викликає анізотропну орієнтацію середовища	10^{-12}
Електрострикція	Макроскопічний ефект взаємопритягування молекулярних диполів, унаслідок якого матеріал ущільнюється	10^{-9}

Солітон – нестационарне нелінійне явище, поширене в сучасних задачах електродинаміки та цікаве для наукової спільноти. Першу згадку поняття солітон пов'язано з дослідженням поширення нелінійної поверхневої механічної хвилі з характерною довжиною хвилі, яка значно перевищує глибину водойми. Отримане в цьому дослідженні Корвегом і де Візом рівняння, пізніше назване на честь дослідників, пов'язало нелінійність деякого параметра хвилі та дисперсійні властивості середовища, як необхідні умови появи солітону. Отже, якщо взяти за основу аналітичне лінійне розв'язання задачі поширення нестационарної електромагнітної хвилі та врахувавши дисперсійні та нелінійні ефекти взаємодії із середовищем, можна дослідити процес формування солітоноподібних явищ.

Аналітичним описом нелінійного процесу виступає нелінійне диференціальне чи інтегро-диференціальне рівняння. Найчастіше методи розв'язання таких рівнянь зводяться до лінеаризації задачі. Звісно, лінеаризація процесів проводиться шляхом фізичних спрощень, що дозволяє говорити лише про наближене описание.

Для гармонійних електромагнітних явищ існує цілий клас нелінійних рівнянь, що пов'язують частоту й амплітуду хвилі. Розгляд надширокосмугового процесу за спектральними складовими досить поширений підхід, але врахувати нелінійність середовища можна в матеріальних рівняннях, що дозволить зберігати часову змінну. Так, емпірично отримавши закон індукції електромагнітного поля для певного середовища та для поля певних частотних і амплітудних характеристик, можна підставити отримане значення в рівняння Максвелла, отримавши нелінійну систему. Для слабкої нелінійності в ізотропному середовищі емпірично підтверджений поліноміальний вид електромагнітної індукції.

Одним із прийомів для спрощення є розклад шуканої функції (характеристики) в ряд Тейлора за деяким малим параметром і подальшим пошуком розв'язання у вигляді такого розкладу. У літературі такий підхід

згадано під назвою методу чи теорії збурень і вперше сформульовано Пуассоном. [36].

При застосуванні методу Пуассона та використанні розкладу в ряд Тейлора нехтують дисперсійними властивостями середовища. Усі відомі механізми виникнення нелінійних ефектів пов'язані із затриманою в часі реакцією на електромагнітне збудження тому при використанні розкладу в ряд Тейлора важливо оцінити вплив затримки від кожного з джерел нелінійності окремо при певних амплітудно-частотних характеристиках падаючої хвилі.

Розглянемо атмосферне повітря як приклад середовища поширення наносекундного імпульсу. З Таб. 1.1 видно, що вплив від нелінійної поляризації за своєю тривалістю відповідає фемтосекундному імпульсу, а отже, врахуванням часової затримки цього ефекту можна знехтувати при поширенні наносекундного імпульсу. Аналогічно щодо дисперсійних властивостей ефекту просторового орієнтування молекул – пікосекундна затримка нехтується для процесу тривалістю в кілька наносекунд. У газоподібних середовищах молекули значно віддалені одна від одної, тому слабконелінійними проявами електрострикції можна також знехтувати.

Тоді при поширенні наносекундного імпульсу в атмосферному повітрі дійсно можна знехтувати дисперсію середовища, а для пікосекундного чи фемтосекундного імпульсу розклад вектору поляризації доведеться розглянути у вигляді розкладу Вольтера, який враховує дисперсійну характеристику.

Основна складність полягає в тому, що при застосуванні методу Пуассона у розкладі можуть з'явитись секулярні доданки, тобто доданки, що розходяться та порушують закон збереження енергії. Цю складність можна обійти, якщо модифікуємо метод метод згідно з Ліндштедтом: замість незалежної змінної, за якою спостережено розходження вводиться нова [37].

Основна перевага застосування теорії збурень полягає в тому, що спро-

щення не стосується просторових та часових залежностей процесу, а отже, теорію можна застосовувати для розв'язання задач випромінювання в більшій зоні, де спрощення, що стосуються розмірності чи геометрії задачі не спрацьовують.Хоча нелінійність явища заперечує можливість використання принципу суперпозиції, лінеаризація методом Пуассона дозволяє розглядати нелінійну систему, як сукупність лінійних.

1.3. Методи розв'язання зовнішніх задач випромінювання нестационарних хвиль

Постанова задач випромінювання в цій роботі накладає значні обмеження щодо методів розв'язання. Вибраний метод повинен надавати розв'язок задач випромінювання як у більшій, так і в дальній зоні, в усьому діапазоні частот електромагнітних хвиль. Накладання таких обмежень викликано необхідністю враховувати нелінійні ефекти поблизу до апертури випромінювача, тобто в просторовій зоні формування хвилі [38].

Розглянемо окремо обмеження сфери застосування деяких методів розв'язання системи рівнянь Максвелла відносно напруженості електромагнітного поля та оцінено можливість їх застосування до задач, що розглядаються в цій роботі.

Метод скінчених різниць у часовій області. Числовий метод, що дозволяє отримати значення інтенсивності електромагнітного поля з заданою точністю в кожен момент часу для дискретного набору точок, що визначається наперед заданою сіткою значень [39]. Метод представлено для одно-, двох- і тривимірних [40] вільних середовищ та резонаторів. Адаптація алгоритму для GPU (графічних обчислювальних систем) [41] робить метод обчислювально-оптимальним і досить перспективним для розв'язання широкого кола задач випромінювання нестационарного струму.

Метод належить до сімейства динамічних алгоритмів, тобто визначає

розв'язок у деякій точці за значеннями інтенсивності поля в точках навколо, що призводить до збільшення розрахункової складності для точок спостереження на великих відстаннях від джерела. Також метод можна застосувати лише до задач випромінювання з реальним джерелом, що унеможливлює розв'язання модельних задач, наприклад, задачі, що розглянуто в цій роботі.

Методи частотної області. Популярним підходом до спрошення розв'язання системи рівнянь Максвелла відносно напруженості електричного та магнітного поля є припущення, що часова залежність джерела електромагнітної енергії має гармонійний характер, наприклад, $e^{i\omega t}$, де ω – фіксована частота. Сімейство таких методів [42] інколи застосовують для розв'язання нестаціонарних задач [43], представляючи джерело у вигляді розкладу в ряд Фур'є. Серед таких методів можна виділити метод векторного потенціалу та метод функції Гріна.

Найбільш простим частотним методом розв'язку системи рівнянь Максвелла є зменшення кількості шуканих змінних переходом до рівняння векторного потенціалу. Разом з каліброваним потенціалом Лоренца цей метод стає досить зручним для розв'язання нестаціонарних задач.

Сутність методу функції Гріна полягає в тому, що для розв'язання задачі випромінювання з довільним розподілом струму або заряду необхідно знати внесок елементарної ділянки з рівномірним розподілом струму. Отже, поділивши заданий розділ джерела електромагнітного поля на ділянки з рівномірним розподілом, можемо обчислити значення поля від заданого джерела, користуючись принципом суперпозиції. Така невелика ділянка з заданого розподілу струму із фіксованим значенням амплітуди струму в кожен момент часу називається елементарним випромінювачем або електричним диполем Герца.

Метод моментів до розсіювання електромагнітних хвиль. Сімейство чисельних та аналітических методів, які дозволяють розв'язувати задачі дифракції надширокосмугових хвиль на провідних поверхнях. Такі методи широко використовував К. Баум для розв'язування задач, що зустрінуться в цій роботі. Урахування ефектів в близькій зоні закладено в математичний апарат методу, але обмежене складністю застосування цього математичного апарату. Наприклад, розв'язання задачі випромінювання рефлекторної антени в близькій зоні досить складне, через труднощі врахування ефектів взаємодії опромінювача та рефлектора в близькій зоні, тобто опромінювач розглядається в спрощеному виді, як джерело сферичної хвилі.

Метод еволюційних рівнянь. Історично метод еволюційних рівнянь – адаптація методу модового базису [44] до задач випромінювання поля обмеженим у часі та просторі розподілом струму у вільний простір [45].

Метод еволюційних рівнянь дозволяє звести систему рівнянь Максвелла в диференціальній формі до одновимірної задачі, зберігши явну залежність напруженості поля від часу. Таке перетворення здійснюється шляхом проектування компонентів поля на базис функцій з аргументами у вигляді координат, поперечних до напрямку поширення хвилі [46]. Отже, шукана величина звільняється від залежності від поперечних координат та стає функціями лише поздовжньої координати та часу.

З іншого боку, переход від векторних шуканих функцій до скалярних здійснюється завдяки збільшенню кількості рівнянь у системі. Отримана з системи Максвелла система рівнянь і називається еволюційною.

Отримати поперечний базис електромагнітного поля дозволяє зв'язок між поперечними та поздовжніми компонентами поля – поздовжні компоненти породжуються поперечними та знову формують їх. Побудувати

поперечний базис електромагнітного поля можна в довільній системі координат. Вибір необхідної системи координат залежить від геометрії задач випромінювання, що розглядають. Ця робота здебільшого присвячена апертурним випромінювачам імпульсного струму, а отже, краще підійдуть системи координат осьової симетрії, як-от: циліндрична та сферична.

1.4. Розв'язання задач випромінювання методом еволюційних рівнянь у часовій області

Система рівнянь Максвелла в диференціальній формі формалізує процес випромінювання й формування електромагнітного поля. Історично система рівнянь Максвелла з'явилась внаслідок дослідження взаємозв'язку електричного та магнітного поля з довільною залежністю від часу [47]. Попри створення СТО (спеціальної теорії відносності) [48], система електромагнітних рівнянь залишається основним інструментом розв'язання нестаціонарних задач випромінювання, навіть для пікосекундних імпульсів [49].

Базовими поняттями електродинаміки є напруженість поля: електричного \vec{E} та магнітного \vec{H} ; а також індукція електричного \vec{D} та магнітного \vec{B} полів. Ці базові поняття нелінійно пов'язані матеріальними рівняннями середовища через електромагнітні властивості речовини, у якій спостерігаються:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}(\vec{E}, \vec{H}), \quad (1.2)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}(\vec{E}, \vec{H}), \quad (1.3)$$

де \vec{P} – поляризація речовини, а \vec{M} – її намагніченість. ϵ_0 та μ_0 – фундаментальні константи з системи СІ, діелектрична та магнітна проникності абсолютноого вакууму.

Рівності (1.2) та (1.3) є загальним видом взаємозв'язку індукції й поля та справедливі для всіх типів середовищ. Метод модового базису, зі свого боку, дозволяє розглядати лише середовище певного виду – шарово-неоднорідні ізотропні середовища з лінійною поляризацією. Отже, діелектрична та магнітна проникності середовища, що розглянуто мають вид $\epsilon(z, t)$ і $\mu(z, t)$, де z – поздовжня координата поширення хвилі, а t – змінна часу.

Систему рівнянь Максвелла можна поділити на два типи рівнянь. Перші, роторні, пов'язують зміну напруженості магнітного поля зі зміною електричної індукції, а зміну напруженості електричного поля зі зміною магнітної індукції. Ці закони носять імена своїх першовідкривачів: закон Ампера та закон індукції Фарадея. Роторні рівняння в диференціальній формі записуються наступним чином:

$$[\nabla \times \vec{\mathbf{H}}] = \frac{\partial \vec{\mathbf{D}}}{\partial t} + \vec{\mathbf{J}}^\sigma + \vec{\mathbf{J}}^e, \quad (1.4)$$

$$- [\nabla \times \vec{\mathbf{E}}] = \frac{\partial \vec{\mathbf{B}}}{\partial t} + \vec{\mathbf{J}}^h, \quad (1.5)$$

де J^σ – струм провідності середовища, J^e – сторонній електричний струм, а J^h – сторонній струм умовних магнітних зарядів, що інколи використовується, як зручна інтерпретація електричного струму.

Другий тип рівнянь у системі Максвелла, дивергентні – пов'язують появу електричної та магнітної індукції з наявністю вільних зарядів у просторі та називається теоремами Гаусса для електричних та магнітних зарядів:

$$\langle \nabla \cdot \vec{\mathbf{D}} \rangle = \rho^\sigma + \rho^e, \quad (1.6)$$

$$\langle \nabla \cdot \vec{\mathbf{B}} \rangle = \rho^h, \quad (1.7)$$

де ρ^e – розподіл густини електричних зарядів, ρ^h – розподіл густини магнітних зарядів, ρ^σ - розподіл густини заряду, що утворюється внаслідок наявності провідних властивостей середовища поширення хвилі.

Задля зручності застосування рівнянь Максвелла, об'єднаємо різні складові неоднорідності в системі в одну, вводячи узагальнене джерело поля, що характеризується густиною розподілу електричних і магнітних струмів та зарядів. Введемо узагальнений електричний \vec{J} та магнітний струми й надалі працюватимемо з ними, вважаючи, що всі можливі джерела струму враховано цими доданками:

$$\vec{J} = \vec{J}^\sigma + \vec{J}^e, \quad (1.8)$$

$$\vec{I} = \vec{J}^h. \quad (1.9)$$

Припущення лінійності поляризації (1.3) та намагніченості (1.2) в матеріальних рівняннях, а також використання нотації (1.8) і (1.9) дозволяють записати роторні рівняння (1.4) і (1.5) наступним чином:

$$[\nabla \times \vec{H}] = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \vec{E}) + \vec{J} \quad (1.10)$$

$$- [\nabla \times \vec{E}] = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mu \vec{H}) + \vec{I} \quad (1.11)$$

Схожа ситуація й для джерел, представлених розподілом заряду. Нехай усі розподіли електричного заряду включаються до ϱ , а всі розподіли магнітного заряду – до g . Тоді, підставляючи матеріальні рівняння до теореми Гаусса отримаємо:

$$\epsilon_0 \left\langle \nabla \cdot \epsilon(z, t) \vec{E} \right\rangle = \varrho, \quad (1.12)$$

$$\mu_0 \left\langle \nabla \cdot \mu(z, t) \vec{H} \right\rangle = g. \quad (1.13)$$

Диференціальні рівняння першого порядку (1.12), (1.13), (1.10), (1.11) формують систему рівнянь Максвелла відносно невідомих векторних величин \vec{E} і \vec{H} . Для спрощення цієї системи пропонується використати метод розділення змінних Фур'є. Аналогічно до методу функції Гріна з класичної електродинаміки, спрощення відбувається шляхом зменшення кількості невідомих, вилучаючи їх з рівняння.

Першим етапом застосування методу еволюційних рівнянь задля розв'язання системи рівнянь Максвелла є відокремлення поздовжніх компонент поля E_z та H_z . Ця процедура є зменшенням розмірності рівнянь, а отже, повинна збільшити їх кількість. Відокремлення поздовжніх компонент поля дозволить знайти розв'язок початкової задачі у вигляді суперпозиції двох розв'язків: відносно поперечних електричних (ТЕ) і поперечних магнітних (ТМ) полів. Вочевидь вибір методу еволюційних рівнянь як способу розв'язання задачі випромінювання є доцільним, коли заздалегідь відомо, що шукане поле має вигляд ТЕ, ТМ чи ТЕМ.

З рівнянь Максвелла відокремимо векторну компоненту \vec{z}_0 для всіх величин. Як відомо, будь-який векторно-диференціальний можна розписати, як суму добутків ортів та відповідних проекцій, але робити це необхідно з урахуванням коефіцієнтів Ламе [50] для заданої системи координат. Як згадувалось раніше, ця дисертація розглядає апертурні випромінювачі круглої форми, а отже, розглянемо векторні оператори в контексті циліндричної системи координат. Так, оператор ∇ можна записати як $\nabla_{\perp} + \vec{z}_0 \frac{\partial}{\partial z}$, а довільний вектор \vec{A} , як $\vec{A}_{\perp} + \vec{z}_0 A_z$. Розписавши векторні компоненти роторних рівнянь Максвелла, користуючись визначенням векторного добутку лінійної комбінації векторів, кожне з роторних рівнянь розпадеться на два:

$$[\nabla_{\perp} \times \vec{z}_0] H_z + \frac{\partial}{\partial z} [\vec{z}_0 \times \vec{H}_{\perp}] = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \vec{E}_{\perp}) + \vec{J}_{\perp}, \quad (1.14)$$

$$\left\langle \vec{\mathbf{z}}_0, \nabla_{\perp}, \vec{\mathbf{H}}_{\perp} \right\rangle = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon E_z) + J_z, \quad (1.15)$$

$$- [\nabla_{\perp} \times \vec{\mathbf{z}}_0] E_z - \frac{\partial}{\partial z} [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \vec{\mathbf{E}}_{\perp}] = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mu \vec{\mathbf{H}}_{\perp}) + \vec{\mathbf{I}}_{\perp}, \quad (1.16)$$

$$- \left\langle \vec{\mathbf{z}}_0, \nabla_{\perp}, \vec{\mathbf{E}}_{\perp} \right\rangle = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mu H_z) + I_z. \quad (1.17)$$

З теорем Гаусса (1.12) та (1.13) також вилучимо поздовжню компоненту $\vec{\mathbf{z}}_0$, користуючись комутативними та асоціативними властивостями скалярного добутку векторів.

$$\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial z} (\epsilon E_z) = \varrho - \epsilon_0 \epsilon \left\langle \nabla_{\perp} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{\perp} \right\rangle \quad (1.18)$$

$$\mu_0 \frac{\partial}{\partial z} (\mu H_z) = g - \mu_0 \mu \left\langle \nabla_{\perp} \cdot \vec{\mathbf{H}}_{\perp} \right\rangle \quad (1.19)$$

Як зазначалось раніше, у цій роботі розглядається пошарово неоднорідне середовище, а отже, $\epsilon = \epsilon(z, t)$ і $\mu = \mu(z, t)$. Тому маємо змогу винести показники проникності середовища з-під оператора у від'ємнику.

Випишемо в окрему систему тільки ті рівняння, що явно містять H_z та виразимо з них саме цю компоненту. Тепер, діючи на рівняння (1.14) операторами $\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \mu$ і $\mu_0 \frac{\partial}{\partial z} \mu$, вмілучимо поздовжну магнітну компоненту з рівнянь Максвелла, підставивши, відповідно (1.19) та (1.17). У результаті маємо систему не з трьох рівнянь, а вже з двох відносно поперечних компонент поля. Результат запишемо не у вигляді системи, а як чотиривимірне векторне рівняння:

$$\begin{pmatrix} \left\langle [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] \nabla_{\perp} \cdot \vec{\mathbf{H}}_{\perp} \right\rangle \\ \left\langle \nabla_{\perp} [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] \cdot \vec{\mathbf{E}}_{\perp} \right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} (\mu \vec{\mathbf{F}}_H) + \frac{1}{\mu_0 \mu} [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] g \\ -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mu [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \vec{\mathbf{F}}_H]) - \nabla_{\perp} I_z \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

де

$$\vec{\mathbf{F}}_H = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon \vec{\mathbf{E}}_{\perp}) - \frac{\partial}{\partial z} [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \vec{\mathbf{H}}_{\perp}] + \vec{\mathbf{J}}_{\perp}. \quad (1.21)$$

Переозначення $\overrightarrow{\mathbf{F}}_H$ не несе фізичного змісту, а введено лише для спрощення виду формул. Аналогічним чином вилучимо компоненту E_z . Отримане векторне рівняння матиме наступний вид.

$$\begin{pmatrix} \left\langle \nabla_{\perp} [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] \cdot \vec{\mathbf{H}}_{\perp} \right\rangle \\ \left\langle [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] \nabla_{\perp} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{\perp} \right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon [\vec{\mathbf{F}}_E \times \vec{\mathbf{z}}_0] \right) - \nabla_{\perp} J_z \\ \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \vec{\mathbf{F}}_E \right) + \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} [\nabla_{\perp} \varrho \times \vec{\mathbf{z}}_0] \end{pmatrix}, \quad (1.22)$$

де

$$\vec{\mathbf{F}}_E = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \vec{\mathbf{H}}_{\perp} \right) + \frac{\partial}{\partial z} [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \vec{\mathbf{E}}_{\perp}] + \vec{\mathbf{I}}_{\perp}. \quad (1.23)$$

Тепер систему рівнянь Максвелла представлено системою з двох векторних рівнянь четверного порядку відносно всіх компонент електромагнітного поля. Помічаємо, що поперечні компоненти можуть бути виділені в окрему векторну змінну: ліва частина рівнянь (1.22) та (1.20) може бути представлена у вигляді лінійного диференціального оператора, що діє на чотиривимірний вектор $\vec{\mathbf{X}} = (\vec{\mathbf{E}}_{\perp} \vec{\mathbf{H}}_{\perp})^T$. Тоді ліва частина (1.20) матиме вигляд:

$$\widehat{W}_H \vec{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \widehat{0} & [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] \nabla_{\perp} \\ \nabla_{\perp} [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] & \widehat{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\mathbf{E}}_{\perp} \\ \vec{\mathbf{H}}_{\perp} \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

де $\widehat{0}$ – квадратна нульова матриця розмірності 2, а \widehat{W}_H називають крайовим оператором магнітного поля. Аналогічно випишемо вираз для крайового оператора електричного поля \widehat{W}_E :

$$\widehat{W}_E \vec{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \widehat{0} & \nabla_{\perp} [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] \\ [\vec{\mathbf{z}}_0 \times \nabla_{\perp}] \nabla_{\perp} & \widehat{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{\mathbf{E}}_{\perp} \\ \vec{\mathbf{H}}_{\perp} \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

Вочевидь оператори \widehat{W}_E і \widehat{W}_H не можуть бути отримані один з другого лінійними операціями, яку вказує на різну фізику процесів, що вони описують. Можна довести [51, 52], що крайові оператори поля є самоспряженими, тобто:

$$\left\langle \widehat{W}_H \vec{\mathbf{Y}}_i \cdot \vec{\mathbf{Y}}_j \right\rangle - \left\langle \vec{\mathbf{Y}}_i \cdot \widehat{W}_H \vec{\mathbf{Y}}_j \right\rangle = 0, \quad (1.26)$$

$$\left\langle \widehat{W}_E \vec{\mathbf{Z}}_i \cdot \vec{\mathbf{Z}}_j \right\rangle - \left\langle \vec{\mathbf{Z}}_i \cdot \widehat{W}_E \vec{\mathbf{Z}}_j \right\rangle = 0, \quad (1.27)$$

де $\vec{\mathbf{Y}}$ і $\vec{\mathbf{Z}}$ – деякі чотиривимірні вектори, за розмірністю рівні напруженості поперечних компонентів поля. Спираючись на ермітовість операторів \widehat{W}_H і \widehat{W}_E , можна стверджувати, що чотиривимірні вектори $\vec{\mathbf{X}}, \vec{\mathbf{Y}}, \vec{\mathbf{Z}}$, а отже, і всі поперечні компоненти електромагнітного поля можна представити у вигляді розкладу по деякому ортогональному базису. Як буде показано далі, $\left\{ \vec{\mathbf{Y}}_i \right\}_{i=-\infty}^{\infty}$ та $\left\{ \vec{\mathbf{Z}}_i \right\}_{i=-\infty}^{\infty}$ є ортами базису поперечного електромагнітного поля:

$$\vec{\mathbf{Y}}_{\pm m}(z, t; \nu) = \begin{pmatrix} \sqrt[3]{\epsilon_0} [\nabla_{\perp} \Psi_m(z, t; \nu) \times \vec{\mathbf{z}}_0] \\ \sqrt[3]{\mu_0} \nabla_{\perp} \Psi_m(z, t; \nu) \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

$$\vec{\mathbf{Z}}_{\pm n}(z, t; \chi) = \begin{pmatrix} \sqrt[3]{\epsilon_0} \nabla_{\perp} \Phi_n(z, t; \chi) \\ \sqrt[3]{\mu_0} [\nabla_{\perp} \Phi_n(z, t; \chi) \times \vec{\mathbf{z}}_0] \end{pmatrix}. \quad (1.29)$$

За аналогією до вектора, $\vec{\mathbf{X}}$, що складається з ортогональних $\vec{\mathbf{E}}_{\perp}$ та $\vec{\mathbf{H}}_{\perp}$, вектори (1.28) і (1.29) складаються з ортогональних двовимірних компонентів, побудованих на основі функцій Ψ_m і Φ_n , що є розв'язками наступних рівнянь:

$$(\Delta_{\perp} + \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \nu^2) \Psi_m(z, t; \nu) = 0, \quad (1.30)$$

$$(\Delta_{\perp} + \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \chi^2) \Phi_n(z, t; \chi) = 0. \quad (1.31)$$

У рівнянні (1.30) Ψ_m – власна функція, а ν^2 – власне число оператора \widehat{W}_H на полі векторів $\left\{ \vec{\mathbf{Y}}_i \right\}_{i=-\infty}^{\infty}$. Аналогічно для (1.31), де Φ_n – власна функція, а χ^2 – власне число оператора \widehat{W}_E на векторному полі $\left\{ \vec{\mathbf{Z}}_i \right\}_{i=-\infty}^{\infty}$.

Користуючись властивостями функцій Ψ_m та Φ_n , а також операторів (1.25) – (1.24), можемо довести ортогональність всіх $\vec{\mathbf{Y}}_i$ і $\vec{\mathbf{Z}}_i$ [53].

Представимо довільне поперечне електромагнітне поле $\vec{\mathbf{X}}$ у вигляді розкладу за ортогональними базисними функціями $\vec{\mathbf{Y}}_i$ і $\vec{\mathbf{Z}}_i$:

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{X}}(z, t) = & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi A_m(z, t; \chi) \vec{\mathbf{Y}}_m(z, t; \chi) + \\ & + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\nu B_n(z, t; \nu) \vec{\mathbf{Z}}_n(z, t; \nu),\end{aligned}\quad (1.32)$$

де $\vec{\mathbf{X}}$ – вектор, що складається з поперечних компонентів електромагнітного поля, $A_m(z, t; \chi)$ і $B_n(z, t; \nu)$ – невідомі скалярні коефіцієнти трьох змінних – простору, часу та деякого неперервного спектрального параметра. Помічаємо, що в загальному вигляді кількість невідомих коефіцієнтів нескінчена. Користуючись властивостями операторів \widehat{W}_H і \widehat{W}_E , можемо довести, що для реальних джерел [54], зокрема, для обмежених у часі та в просторі, кількість невідомих коефіцієнтів обмежена деяким дійсним числом [45, 55]. Отже, використання методу еволюційних рівнянь накладає наступну енергетичну умову до електромагнітних полів, що розглядаються:

$$\left\langle \vec{\mathbf{X}}_1 \cdot \vec{\mathbf{X}}_2 \right\rangle = \frac{1}{S} \int_S dS \left(\epsilon_0 \vec{\mathbf{E}}_1 \vec{\mathbf{E}}_2 + \mu_0 \vec{\mathbf{H}}_1 \vec{\mathbf{H}}_2 \right), \quad (1.33)$$

де $\vec{\mathbf{E}}_i$, $\vec{\mathbf{H}}_i$ – компоненти векторів $\vec{\mathbf{X}}_1$ та $\vec{\mathbf{X}}_2$. Записавши вираз (1.33) в змінних функціонального простору L^3 над дійсним полем чисел \mathbb{R} у циліндричних координатах, для якого було записано систему рівнянь Максвелла (1.4) – (1.7), маємо наступну умову:

$$\int_0^{\infty} dt \int_0^{\infty} dz \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \rho d\rho \left(\vec{\mathbf{E}}^2 + \vec{\mathbf{H}}^2 \right) < \infty. \quad (1.34)$$

Рівність (1.32) зводить розв'язання системи неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку в часткових похідних відносно пов'язаних між собою векторних функцій до пошуку кінцевої кількості незалежних скалярних вагових функцій. Перед тим, як знаходити еволюційні коефіцієнти, перепишемо розклад (1.32) так, щоб ліва частина рівності містила окремі компоненти електромагнітного поля. Для цього скористаємося відомим розв'язком коливальних рівнянь (1.30) і (1.31) в явному вигляді:

$$\Psi_m(\rho, \varphi; \nu) = \frac{J_m(\nu\rho)}{\sqrt{\nu}} e^{im\varphi}, \quad (1.35)$$

$$\Phi_n(\rho, \varphi; \chi) = \frac{J_n(\chi\rho)}{\sqrt{\chi}} e^{in\varphi}, \quad (1.36)$$

де $J_i(z)$ – циліндрична функція Бесселя.

При застосуванні методу модового базису до задач довгих ліній лінійна комбінація базисних функцій $\Psi_m(\rho, \varphi; \nu)$ і $\Phi_n(\rho, \varphi; \chi)$ описує поперечний розподіл поздовжніх компонентів поля. У задачах випромінювання у вільний напівпростір, де граничні умови інші, власні числа стають безперервними й для отримання поперечного розподілу поля лінійна комбінація базисних функцій потребує інтегрування за спектральним параметром.

Тепер, користуючись далі приведеним перевизначенням коефіцієнтів розкладу поперечного електромагнітного поля:

$$A_m + A_{-m} = V_m^h, \quad (1.37)$$

$$A_m - A_{-m} = I_m^h, \quad (1.38)$$

$$B_n + B_{-n} = V_n^e, \quad (1.39)$$

$$B_n - B_{-n} = I_n^e, \quad (1.40)$$

підставимо вирази у явному виді для Ψ_m й Φ_n в базисні функції модово-го розкладу (1.32) й отримаємо наступний розклад поперечних компонент векторів інтенсивності електромагнітного поля:

$$\overrightarrow{\mathbf{H}}_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0}} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\nu I_m^h \nabla_{\perp} \Psi_m + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi I_n^e [\overrightarrow{\mathbf{z}_0} \times \nabla_{\perp} \Phi_n] \right), \quad (1.41)$$

$$\overrightarrow{\mathbf{E}}_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\nu V_m^h [\nabla_{\perp} \Psi_m \times \overrightarrow{\mathbf{z}_0}] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi V_n^e \nabla_{\perp} \Phi_n \right). \quad (1.42)$$

Розкладання поздовжніх компонентів поля за отриманим базисом можна здійснити, користуючись (1.18) та (1.19):

$$H_z(r, t) = \frac{1}{\sqrt{\mu_0}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu h_m(t, z; \nu) \Psi_m(\rho, \varphi; \nu), \quad (1.43)$$

$$E_z(r, t) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \chi^2 d\chi e_n(t, z; \nu) \Phi_n(\rho, \varphi; \chi). \quad (1.44)$$

Скалярні функції $e_n, h_m, V_m^h, V_n^e, I_m^h, I_n^e$ називають еволюційними коефі-цієнтами, а систему рівнянь, що їх визначає, еволюційною:

$$\partial_z(\mu h_m) = \mu I_m^h + \frac{\sqrt[2]{\mu_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \rho d\rho \Psi_m^*(\nu) g; \quad (1.45)$$

$$\partial_{ct}(\mu h_m) = -V_m^h - \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \rho d\rho \Psi_m^*(\nu) I_z; \quad (1.46)$$

$$-\partial_{ct}(\epsilon V_m^h) - \partial_z I_m^h + \nu^2 h_m = \frac{\sqrt{\mu_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} \rho d\rho [\overrightarrow{\mathbf{z}_0} \times \overrightarrow{\mathbf{J}_{\perp}}] \nabla_{\perp} \Psi_m^*(\nu); \quad (1.47)$$

$$\partial_{ct}(\epsilon e_n) = -I_n^e - \frac{\sqrt{\mu_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \rho d\rho \Phi_n^*(\chi) J_z; \quad (1.48)$$

$$\partial_z(\epsilon e_n) = \epsilon V_n^e + \frac{-\sqrt[2]{\epsilon_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \rho d\rho \Phi_n^*(\chi) \varrho; \quad (1.49)$$

$$-\partial_{ct}(\mu I_n^e) - \partial_z V_n^e + \chi^2 e_n = \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \rho d\rho \left[\vec{\mathbf{I}}_\perp \times \vec{\mathbf{z}}_0 \right] \nabla_\perp \Phi_n^*(\chi). \quad (1.50)$$

Рівняння (1.45) – (1.50) формують так звану систему еволюційних рівнянь, але також інколи використовують перевантажену систему рівнянь, доповнену наступними спiввiдношеннями еволюцiйних коефiцiєнтiв:

$$\partial_{ct}(\epsilon V_n^h) + \partial_z I_n^h = -\frac{\sqrt{\mu_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \rho d\rho \left\langle \vec{\mathbf{J}}_\perp \cdot \nabla_\perp \Phi_n^*(\chi) \right\rangle; \quad (1.51)$$

$$\partial_{ct}(\mu I_m^e) + \partial_z V_m^e = -\frac{\sqrt{\epsilon_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \rho d\rho \left\langle \left[\vec{\mathbf{I}}_\perp \times \vec{\mathbf{z}}_0 \right] \cdot \nabla_\perp \Phi_m^*(\nu) \right\rangle. \quad (1.52)$$

1.5. Локалiзованi електромагнiтнi хвили

При дослiдженнi iмпульсного поля пласких розподiлiв струму було по-мiчено сповiльнене згасання енергiї поля з вiдстанню [56]. Дослiдження цього явища показало, що концентрацiя енергiї вздовж осi випромiнювання спостерiгається для пласких розподiлiв струму довiльної формi [57].

Ефект «електромагнiтного снаряду» був вiдкритий у задачi випромiнювання плаского диска з рiвномiрним розподiлом нестационарного електричного струму [57]. Вiн спостерiгається в прожекторнiй зонi випромiнювача

і полягає у тому, що енергія поля згасає повільніше ніж зворотно пропорційно квадрату відстані [58], внаслідок її концентрації в одному напрямку. Для відтворення цього явища в лабораторних умовах використовували ді-електричні лінзи опромінені ТЕМ-хвилеводом [59].

Імпульсний режим роботи радіотехнічних приладів дозволяє локалізувати енергію електромагнітного поля в часі та просторі у вигляді електромагнітного імпульсу, що може викликати необхідність врахування нелінійної природи електромагнітних хвиль. Через ефект електромагнітного снаряда, що збільшує концентрацію енергії імпульсного поля, врахування нелінійних ефектів стає ще актуальнішим.

Математичний опис ефекту електромагнітного снаряда був незалежно отриманий у різних дослідженнях, як консервативними методами частотної області [60, 61], так і методом еволюційних рівнянь в часовій області [51]. Також ця задача розв'язувалась чисельно [62]. В наведених роботах присутні аналітичні вирази для інтенсивності та енергії в окремих інтервалах простору-часу, як, наприклад, на осі випромінювання або під деяким кутом до неї, але аналітичний розв'язок, як функція часу, що справедливий для довільної точки спостереження знайдено не було.

1.6. Методи виокремлення інформації з надширокосмугових та імпульсних сигналів

Радіотелекомунікаційна система – засіб бездротового передання інформації, що має три обов'язкові складові: передавач, приймач і середовище поширення хвилі, що справедливо як для резонансних, так і для широкосмугових систем. Для моделювання процесу прийому-передання, найчастіше використовують канал адитивного білого гаусового шуму (AWGN) [63], який також має широкосмугову природу. Передавач формує електромагнітні хвилі, що несуть корисну інформацію, у заданому напрямку, а

коливання електромагнітної енергії в середовищі виступають в якості носія інформації. Приймач декодує отриману із заданого напрямку хвилю в інформацію. Найчастіше декодована інформація передається у вигляді маловольтажного цифрового коду. Приймально-передавальна техніка в задачах телекомунікації, за деякими винятками, поєднується в один технічний пристрій, як, наприклад, мікрохвильові та імпульсі мережеві інтерфейси комп'ютерів. Приймальні пристрої для радіолокаційних задач принципово не відрізняються від телекомунікаційних систем засобами виокремлення корисної інформації із хвилі.

Першим етапом виокремлення корисної інформації з електромагнітної хвилі є перетворення хвилі у вільному просторі в електричний струм у дроті. У техніці, що базується на фізичних принципах резонансу, для цього використовують детекторний діод, однак для більшості задач надширокосмузгових пристройів такий підхід недопустимий і використовують техніку, що забезпечує масштабно-часове перетворення [63]. Таке перетворення зберігає форму імпульсу, але допускає його масштабування, тобто функція $f(t)$ перетворюється на $rf(qt)$, де r – деякий нормувальний коефіцієнт, який здебільшого визначається внутрішнім опором приймальної антени, а q – коефіцієнт масштабування. При $q < 1$ тривалість сигналу менша за тривалість імпульсу, а при $q > 1$, що зустрічається частіше, більша. Отриманий струм $rf(qt)$ називають розгорткою сигналу.

Наступним етапом є декодування отриманої розгортки, тобто виокремлення корисної інформації зі струму. Розглянемо доступні методи та моделі розв'язання цієї задачі.

На Рис. 1.1 зображено класифікацію методів та моделей [64], де модель – функціональне представлення, що з достатньою точністю описує досліджуваний процес, а метод являє собою послідовність дій які необхідно виконати для побудови моделі. Евристичні (інтуїтивні) методи аналізу базуються на судженнях і оцінках експертів, та використовуються в таких дисциплінах,

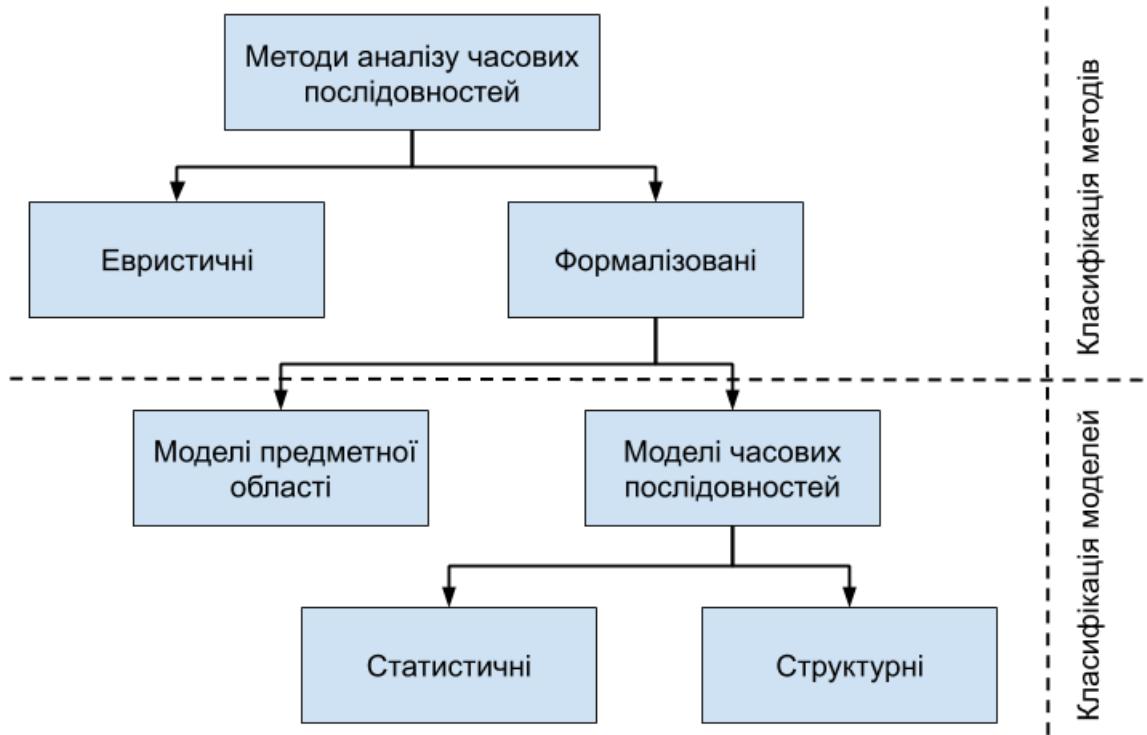


Рис. 1.1: Класифікація методів та моделей аналізу часових послідовностей

як маркетинг, філософія, економіка і навряд підходять для виокремлення інформації з аналогового сигналу. Формалізовані методи дозволяють з заданою точністю побудувати математичну залежність (модель), що пов'язує аналоговий сигнал та інформацію, що він несе. Доступні моделі розділяють на статистичні та структурні [64].

Моделі часових послідовностей базуються на методах, що шукають залежності в середині самого нестаціонарного процесу і на цій основі виконують необхідний аналіз. Моделі часових послідовностей поділяються на статистичні (регресія, ЕМ-алгоритми, експоненційне стискання, еволюційні алгоритми, тощо) та структурні (машинне навчання, ланцюги Маркова, класифікаційні дерева, узагальнене перетворення Хафа, каскади Хара, watershed, тощо). Статистичні моделі не придатні для застосування в розв'язанні задач виокремлення корисної інформації через їх алгоритмічну обчислювальну складність, натомість, константа складність деяких стру-

ктурних алгоритмів робіть їх досить привабливими. Моделлю предметної області (радіофізики), у випадку виокремлення корисної інформації з сигналу, є послідовне застосування лінійного фільтра, низькошумного підсилювача, аналогово-цифрового перетворювача (АЦП) і модуля цифрової обробки FPGA, що переводить розв'язання в область структурної моделі аналізу часової послідовності. В радіофізиці, такі методи застосовують як для задач локації [65], так і комунікації [66].

Структурні моделі аналізу часових послідовностей, можна розділити за типом інформації, що виокремлення зі вхідних даних:

1. Класифікація часової послідовності (Sequence classification). Визначення приналежності сигналу, як цілого, до певного виду (класу) з наперед відомими характеристиками. Активно застосовується в задачах багатопроменевої і багатокористувальської надширокосмугової комунікації. Прикладом найпростішого бінарного класифікатору є визначення наявності сигналу за граничним значенням (threshold value), тобто на проміжках спостереження, де значення досліджуваної функції більше за наперед визначене значення, бінарний класифікатор вказує True, а в інших випадках False.
2. Маркування послідовності (Sequence labeling). Визначення приналежності сигналу в кожен момент часу до певного виду з наперед відомими характеристиками. Активно застосовується в задачах багатопроменевої і багатокористувальської надширокосмугової комунікації.
3. Пошук аномалей (Anomaly detection). Пошук проміжку часової послідовності, який вибивається з загального вигляду даних та має невизначену природу. Корисний для задач, де метод максимальної правдоподібності застосувати неможливо через невизначеність характеристик аномалії, що шукається, наприклад задачі автоматичного визначення наявності випадкових завад невідомої природи.

4. Передбачення послідовності (Sequence forecasting). Передбачення значень часової послідовності засновуватись на минулих значеннях цієї послідовності. В радіофізиці активно використовуються, як моделі з учителем так і без.
5. Генерація послідовності (Sequence generation). Генерація нової часової послідовності на основі наявної з урахуванням зовнішніх факторів. Генерація нової послідовності може проходити, як в порядку продовження або доповнення існуючої, так і в порядку створення окремої послідовності.
6. Фільтрування послідовності (Sequence filtering). Фільтрація часової послідовності від завад або сторонніх сигналів, що вона містить. Спосіб визначення завад та їх ліквідація залежить від імплементації конкретної моделі. Найрозвитковіше сімейство моделей фільтрації часової послідовності в радіофізиці – лінійна фільтрація, наприклад: частотні фільтри, фільтр Калмана та узгоджений фільтр.

З іншого боку, в здачах локації, інколи застосовують методи обробки зображень, формуючи карти інтенсивності з отриманого сигналу. Тобто, задача аналізу часових послідовностей зводиться до задачі комп’ютерного зору. Через обчислювальну складність, такі методи застосовують лише в задачах де є необхідність накопичувати дані і в той самий час опрацьовувати готовий пакет даних вже готовий пакет даних. Таким чином, до структурних моделей аналізу часових послідовностей можна віднести, також, і деякі моделі аналізу зображень:

1. Класифікація зображень (Image classification). Визначення приналежності зображення, як цілого, до певного виду (класу) з наперед відомими характеристиками.
2. Детектування об’єктів (Object detection). Визначення положень обмежувальних прямокутників для об’єктів з наперед відомими характе-

ристиками, що містяться на зображені, яке досліджується.

3. Сегментація об'єктів (Instance segmentation). Процес розділення цифрового зображення на декілька сегментів довільної форми. Під сегментом мається на увазі множина пікселів, які часто називають суперпікселями. Така модель сегментації не розділяє об'єкти одного типу між собою.
4. Семантична сегментація (Semantic segmentation). Процес розділення цифрового зображення на декілька сегментів довільної форми, при тому, що форми об'єктів одного типу семантично розділені. Найрозважливішим підходом до семантичного розділення об'єктів є бінарні піксельні маски. Типова модель для розв'язку таких задач – штучна згорткова нейронна мережа-автоенкодер UNet.
5. Фільтрація зображення (Image filtering). Фільтрація зображення від сторонніх шумів. Зручно застосовувати для отримання обробки спектральних характеристик реальних сигналів.

Для вибору класу моделі виокремлення інформації з сигналу, а також для дослідження даних і імплементації моделі прийнято застосовувати методологію аналізу даних CRISP-DM [67].

1.7. Структурні моделі аналізу нестационарних процесів

Фізичний процес – зміна в часі деякої фізичної величини (інколи векторної). В теоретичній фізиці опис процесу найчастіше являє собою безперервну часову послідовність, що задано математичною функцією. На практиці – дискретну часову послідовність, задану масивом значень змінної в часі величини. Структурною моделлю аналізу процесу називатимемо формалізовану модель, що виокремлює з нього корисну інформацію засновуючись на закономірностях у зміні значень досліджуваної величини з плином часу.

Враховуючи шум в моделі інформаційного радіо-каналу [68], досліджу-

ваний сигнал стає випадковим процесом, що ускладнює виокремлення корисної інформації для реальних задач. Джерелом шумів можуть бути як і зовнішні фактори (невідомі сторонні джерела електромагнітного поля) так і саме обладнання прийму-передачі. Через це ускладнення базова інтуїтивна модель виокремлення інформації, що базується на виявлені наявності сигналу за пороговим значенням напруженості струму стає малопридатною. Крім того, додатковим фактором, що впливає на точність виокремлення інформації є розбіжності протікання реального фізичного процесу передачі-поширення-прийму електромагнітного поля та моделі, що описує цей процес. Типовим способом розв'язання задач з вищезгаданими проблемами є застосування моделей з учителем та калібрувальними параметрами.

Основними критеріями вибору моделі стають обчислювальна складність її алгоритмів та точність самого методу. Для порівняння методів, а також для визначення їх абсолютної та відносної точності користуються широким класом метрик, але частіше доводиться визначати власні. Серед найчастіше вживаних метрик можна виокремити середню абсолютну та квадратичну помилку [69], але через їх недоліки часто приходять до використання більш складних методів оцінки точності. Недоліки таких метрик часто допомагає вирішити логарифмізація значення середньої помилки і деякі регуляризації отриманої функції. Прикладом метрики в задачах класифікації можна навести F-метрики [70], а для задач сегментації та індикації використовують Коєффицієнт Жаккара (Intersection Over Union або IoU) [71].

Набір моделей, які можна застосувати до часових послідовностей, значно розширюється, якщо застосовувати методику ковзного вікна, тобто при аналізі безперервної часової послідовності розглядати одномоментно деякий проміжок дискретних значень, що рухається в часі. Наприклад, на вхід методу лінійної регресії [72] можна подати вектор, що складається з дискретних послівних значень взятих з деяким інтервалом з аналогово-

го сигналу. Якщо інтервал і тривалість вікна будуть вибрані правильно, то модель лінійної регресії можливо застосувати, щоб виявити наявність імпульсу.

З приходом ери нейронних мереж [73], їх застосування в задачах дискримінантного аналізу витісняє інші методики. Так, для більш складних задач, таких як класифікація імпульсу, методика ковзного вікна дозволяє застосовувати повнозв'язані і згорткові нейронні мережі [74], неліність яких запечечується застосуванням штучних нейронів (Рис. 1.2).

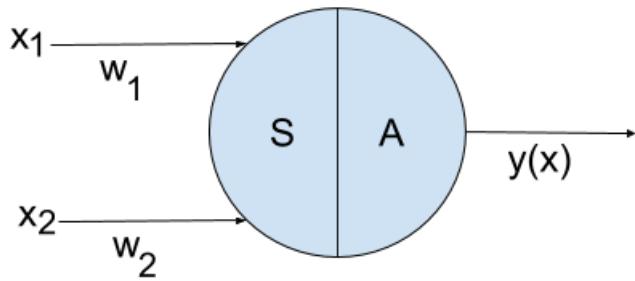


Рис. 1.2: Математична модель біологічного нейрону

На Рис. 1.2 зображено одну з математичних моделей (модель Розенблатта) біологічного нейрону. Вона викоремлює дві функції нейрону: суматору і активаційну. Біологічний нейрон розглядають, як нелінійний пристрій з декількома вхідними інтерфейсами (дендритами) та єдиним вихідним (аксоном). Також сам нейрон характеризується своїм внутрішнім параметром – зміщення b , який відповідає за порогове значення реагування нейрону. Суматора функція S в моделі нейрона описує механізм акумулювання довільної кількості (n) вхідних сигналів, поєднаних в вектор \vec{x} розмірністю $n + 1$, де останній елемент вектору завжди 1:

$$S(\vec{x}) = \vec{w}^\top \vec{x}, \quad (1.53)$$

де $\vec{w}^\top = (w_1, w_2, \dots, w_n, b)$, а $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n, 1)^\top$. Активаційна функція $A(S(\vec{x}))$ описує механізм реагування на акумульовані вхідні сигнали.

Для класичного перцептрону активаційною є функція Хевісайда. Також часто застосовують сигмоїдальні активаційні функції та функції ReLu [75].

Разом з розповсюдженням аналогової радіоелектроніки почали заявлятись структурні моделі пристосовані саме для аналізу аналогових сигналів та часових послідовностей [76]. Проривом стала можливість зберігати минулі значення послідовності у якості стану системи (ланцюга Маркова) і на основі цього стану проводити аналіз поточного значення випадкового процесу. Такий підхід дозволив скоротити кількість параметрів моделі у порівнянні з лінійною регресією. У порівнянні з багатошаровим перцептроном модель, ланцюгів Маркова показувала низьку запам'ятовувальну здатність, а тому в складних задачах розрізнення великої кількості класів показувала гірші результати.

Лише поява рекурентних нейронних мереж у 1988 році [77] дозволила застосовувати на практиці моделі, що зберігають інформацію про випадковий процес в якості свого внутрішнього стану і не потребують застосування методу ковзного вікна. Цей метод та подальші його модифікації стали перспективним напрямком розвитку структурних моделей аналізу процесів.

1.8. Рекурентні нейронні мережі тривалої короткочасної пам'яті для обробки нестаціонарних сигналів

Рекурентна нейронна мережа може бути представлена, як ланцюг, що складається з ланок (штучних нейронів), які відрізняються одна від одної лише своїм внутрішнім станом (Рис. 1.3). Принцип роботи цієї моделі засновано на типовому для радіофізики фізичному принципі зворотнього зв'язку: вихідне значення мережі в поточний момент часу вливає на її вихідне значення в майбутньому.

На Рис. 1.3 літерою А позначено ланку ланцюга, x_i – дискретне значення вхідної часової послідовності (вхід), а h_t – якісна або кількісна характе-

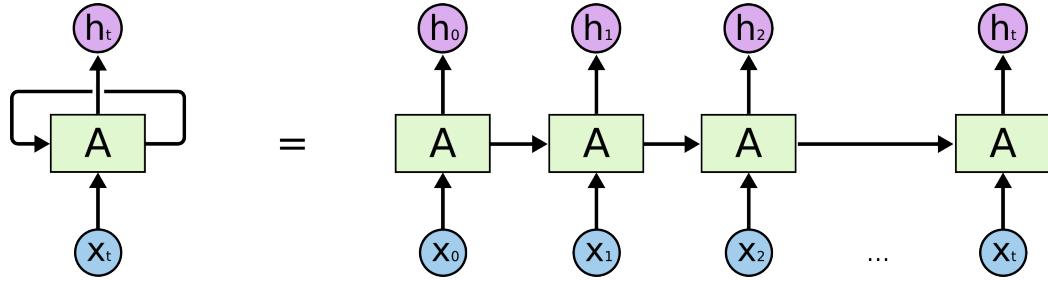


Рис. 1.3: Проходження сигналу крізь рекурентну нейронну мережу

ристика виокремлена нейронною мережею з сигналу (вихід). На відміну від класичного перцептрону Розенблатта, ланки рекурентного ланцюга мають додатковий вихід, що передає свій внутрішній стан на наступну ланку.

Входом для такої математичної моделі є дискретизована часова послідовність довільної тривалості. Вихідом також є часова послідовність, але не завжди з таким же періодом дискретизації.

Випадок, коли частота дискретизації входу та виходу співпадає, тобто кожному елементу вхідної послідовності x_i підставляється окремий елемент вихідної h_i є найчастіше вживаним в радіофізиці. Тут кожен дискретний вихід моделі h_i базується на проміжку даних $[x_{i-j}, x_i]$, де j – довільна кількість врахованих елементів входу, яка обмежена максимальною запам'ятовувальною знатністю моделі. Зазвичай, максимальна запам'ятовувальна знатність є гіперпараметром тренувального алгоритму рекурентної мережі. Моделі такого типу відомі в закордонній літературі, як many-to-many.

Також зустрічаються моделі для яких частота дискретизації входу та виходу не співпадає. В моделях де одному вхідному дискретному значенню співставляється деякий проміжок вихідної послідовності називають one-to-many. Прикладом one-to-many задачі є підвищення якості звуку. Задачі, в яких навпаки, деякому проміжку вхідних значень $[x_{i-N}, x_i]$, де N – стала константа, співставляється одне вихідне значення h_i називають many-to-one. На відміну від many-to-many задач, тут дискретне вихідне значення

базується на проміжку вхідних даних сталої тривалості, що накладає деякі обмеження на застосування моделі. Такий підхід еквівалентний застосуванню методики ковзного вікна.

Підхід із застосуванням методики ковзного вікна має суттєвий недолік: тривалість вікна залишається сталаю, коли тривалість сигналу залежить від багатьох факторів, а отже вибирати тривалість вікна треба з огляду на максимально можливу тривалість імпульсу. Це призводить до того, що для більш коротких імпульсів модель може втратити точність. В задачах локації, де корисна інформація знаходиться в післяімпульсних коливаннях, тривалість яких взагалі не обмежена, застосування методики ковзного вікна принципово неможливе без обмеження на глибину зондування.

Сьогодні, прижились дві реалізації ланок рекурентних мереж, які застосовують, як для many-to-one так і для many-to-many – це LSTM та GRU, які дуже схожі за своїми можливостями. Класичні RNN без механізму забування вважаються менш ефективними через низьку максимальну запам'ятовувальну знатність.

На Рис. 1.4 з [78] зображено внутрішню будову ланки рекурентної мережі довготривалої та короткотривалої пам'яті. Символом множення на рисунку позначена операція множення чисел, а плюсом – додавання. Також, жовтими прямокутниками позначено функції, що діють на число: \tanh – гіперболічний тангенс та σ – сигмоїда.

Передача внутрішнього стану C_t на наступну ланку здійснюється по верхній горизонтальній стрілці, де цей внутрішній стан змінюється на основі поточного значення вхідної часової послідовності x_t та передбачення моделі на минулій ланці h_{t-1} .

Першим етапом обробки часової послідовності є так званий поріг забування (або forget gate). При проходженні крізь нього ми визначаємо яку кількість інформації про часову послідовність слід забути:

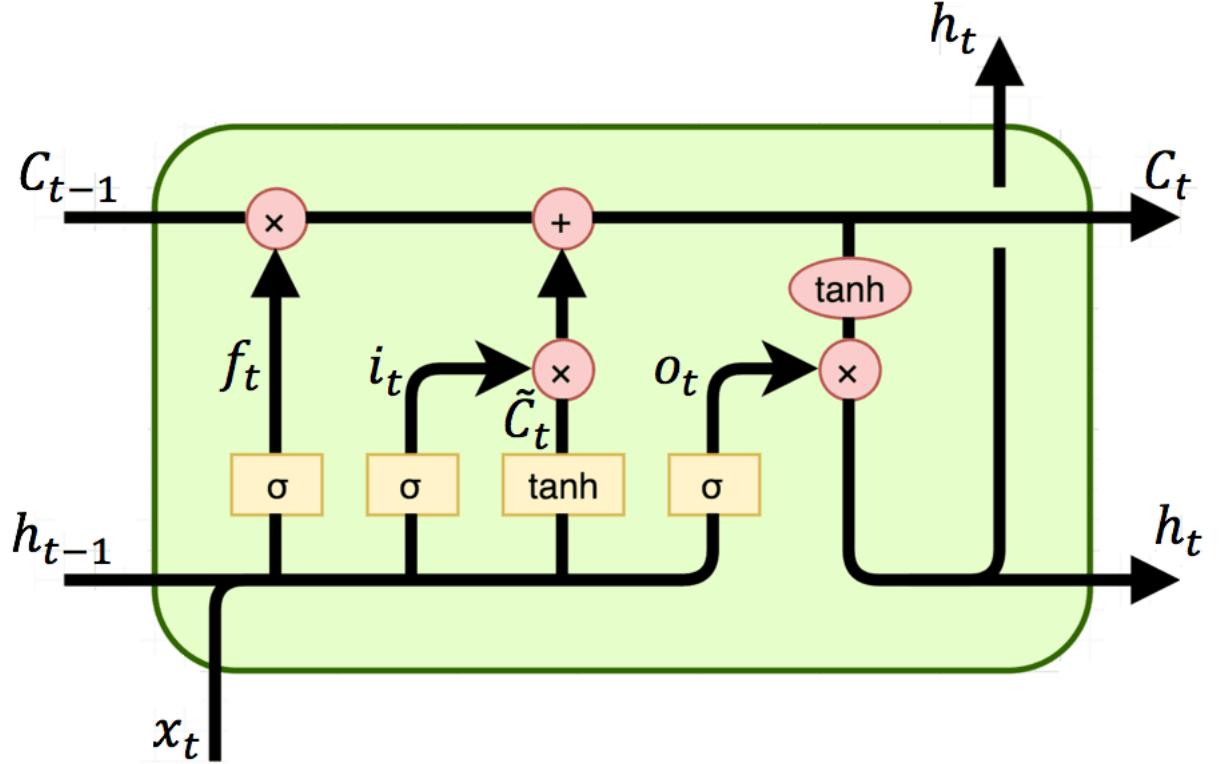


Рис. 1.4: Внутрішня структура ланки ланцюга LSTM

$$f_t = \sigma (\langle W_f \cdot [h_{t-1} \times x_t] \rangle + b_f), \quad (1.54)$$

де W_f і b_f – матричні тренувальні параметри.

Наступний етап визначає на скільки потенційно важливим може стати поточне значення нейронної мережі та чи треба зберігати його у внутрішньому стані. Цей етап називають прохідний поріг (або input gate):

$$i_t = \sigma (\langle W_i \cdot [h_{t-1} \times x_t] \rangle + b_i), \quad (1.55)$$

$$\tilde{C}_t = \tanh (\langle W_C \cdot [h_{t-1} \times x_t] \rangle + b_C), \quad (1.56)$$

де W_C, b_C – матричні тренувальні параметри.

Користуючись отриманими значеннями прохідного порогу і порогу забування можна змінити внутрішній стан моделі:

$$C_t = f_t C_{t-1} + i_t \tilde{C}_t. \quad (1.57)$$

Отримавши новий внутрішній стан моделі C_t можна отримати поточне вихідне значення (передбачення) h_t користуючись поточним вхідним значенням x_t послідовності, як порогом забування:

$$o_t = \sigma (\langle W_o \cdot [h_{t-1} \times x_t] \rangle + b_o), \quad (1.58)$$

$$h_t = o_t \tanh (C_t), \quad (1.59)$$

де W_o, b_o – матричні тренувальні параметри.

Алгоритмом зворотнього поширення помилки знаходять тренувальні параметри $W_f, b_f, W_C, b_C, W_o, b_o$. На відміну від повнозв'язних ШНМ, алгоритм зворотнього поширення помилки повинен враховувати не лише пари даних входу та виходу моделі, а ще проміжний результат у вигляді зміни поточного внутрішнього стану нейронної мережі $\frac{\partial C_t}{\partial x_t}$.

РОЗДІЛ 2

ІМПУЛЬСНЕ ПОЛЕ ВИПРОМІНЮВАЧА З КРУГОВОЮ АПЕРТУРОЮ

2.1. Кругова апертура як модель антен імпульсного випромінювання

На початку 60-х років інтерес до імпульсної радіофізики був збуджений військовим застосуванням переваг надширокосмугових радарних та телекомунікаційних систем. Дослідження велись, як в Україні [51] так і за кордоном [79]. Ці дослідження, сьогодні, знайшли своє застосування у системах інтернету речей [80], автомобільної індустрії [29], а також медицині [81].

Широким класом технічних рішень для формування напрямленого випромінювання надширокосмугового електричного струму є антени імпульсного випромінювання. Такі антени можна класифікувати за способом вирівнювання фронту хвиль:

1. без вирівнювання сферичного фронту;
2. лінзові сповільнювачі;
3. рефлекторні антени;
4. комбіновані архітектури [82].

Живлення для таких антен зазвичай виконується ТЕМ рупором, що під'єднується до коаксіального кабелю через балун [83]. Даний розділ присвячується дослідженю саме лінзових антен імпульсного випромінювання (LIRA).

Антени типу LIRA мають численні переваги над рефлекторними. Перш за все, це більш високий коефіцієнт підсилення антени [38]. По-друге, лін-

зові антени не мають області тіні від опромінювача та краще узгоджуються на практиці [84]. Також експериментальне порівняння LIRA з рефлекторними антенами показує, що імпульсні характеристики перших мають меншу тривалість при тих самих електричного розмірах [84]. З недоліків варто відзначити важкість виготовлення лінз точної форми та вагу антени.

Розглянемо задачу збудження такої антени нестационарним імпульсним струмом з деякою часовою залежністю $f(t)$ з умовою існування першої та другої похідної для $f(t)$. Ефективна тривалість переходного процесу $f(t)$ прийнято визначати за повною шириною на рівні половини амплітуди (full width at half maximum або FWHM), що зручно на практиці. В роботі діапазон значень ефективної тривалості розглядається в межах від десятків пікосекунд до декількох наносекунд, що є найбільш цікавим діапазоном тривалостей для сучасної надширокосмугової електроніки.

Сферична хвиля проходить крізь систему діелектричних лінз, розташованих у розкриві, формуючи квазі-одномоментне збудження плаского фронту у розкриві. Формою розкриву, зазвичай, вибирають кругову апертуру. Таким чином, у першому наближенні, у розкриві формується рівномірно розподілений сторонній плаский електричний струм, направлений від одного плеча рупора до іншого. Вперше така апроксимація була запропонована 1985 р. [57] та емпірично перевірена через декілька років [59].

Серед лінзового класу антен, що формують розподіл стороннього струму у вигляді плаского диску варто відзначити антенну Рис. 2.1, що спершу представив Ву [60], а згодом і, незалежно, Карл Баум [84]. Лінза антени виконана у формі витягнутого сфeroїда, а розкрив TEM-рупора цілком заповнено діелектриком. Повне заповнення розкриву рупора мінімізує відбиття та покращує стійкість антени до механічних пошкоджень [84]. Скруглений рупор починається в одному фокусі еліпсоїда, а закінчується в другому, таким чином радіус розкриву є фокальним параметром еліпсоїда. В якості матеріалу для лінзи пропонується використовувати поліетилен високої

густини (HDPE) з низькою діелектричною проникністю $\epsilon = 2.3$.

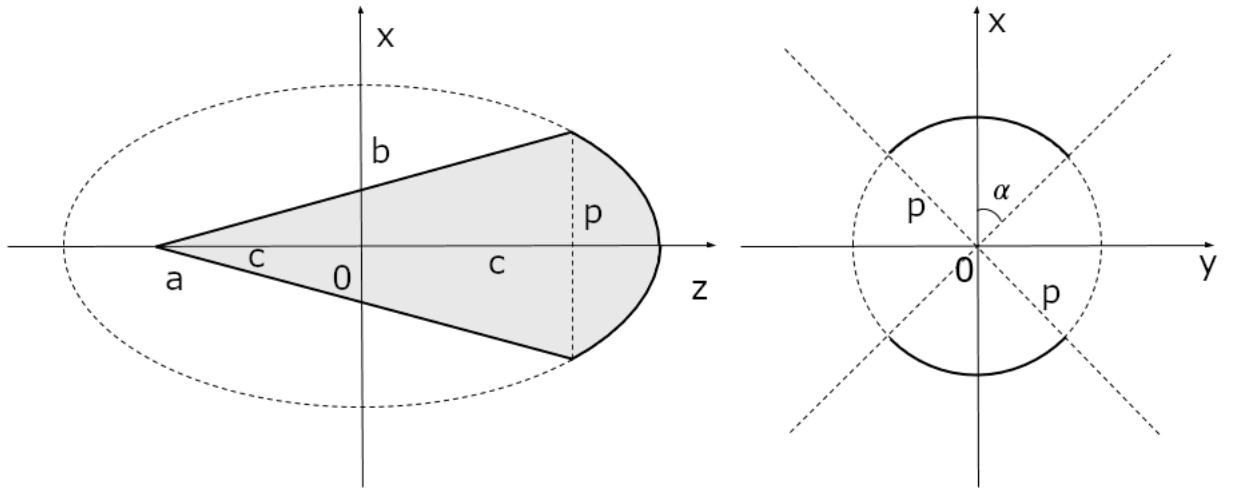


Рис. 2.1: Геометрія лінзової антени Баума та Ву

При використанні апроксимації плаского диску з електричним струмом для розв'язання задачі випромінювання антени зі сфероїдоподібною лінзою помічаємо, що уявний диск зі струмом і поверхня рівних фаз будуть розташовані поза межами розкриву рупора. Як покажемо далі, це не впливає на точність моделі, як в близькій, так і в дальній зоні, а відхилення тримаються в межах систематичної похибки через внутрішній опір антени, який модель не враховує.

В 1991 р. Ву представив антенну, для якої уявний диск зі струмом буде розташуватись у розкриві рупора [59]. Гіперболічна лінза в цій антені забезпечує положення поверхні рівних фаз в самому розкриві Рис. 2.2. Одним з способів покращити цю антенну є заміна діелектричного наповнення ϵ_1 та лінзи ϵ_2 на матеріал, діелектрична характеристика якого є функцією координат $\epsilon(\rho, z)$. Таким чином, відбиття від внутрішньої поверхні лінзи знижується і характеристики антени покращуються. Важливим мінусом такої конструкції стає важкість виготовлення лінзи.

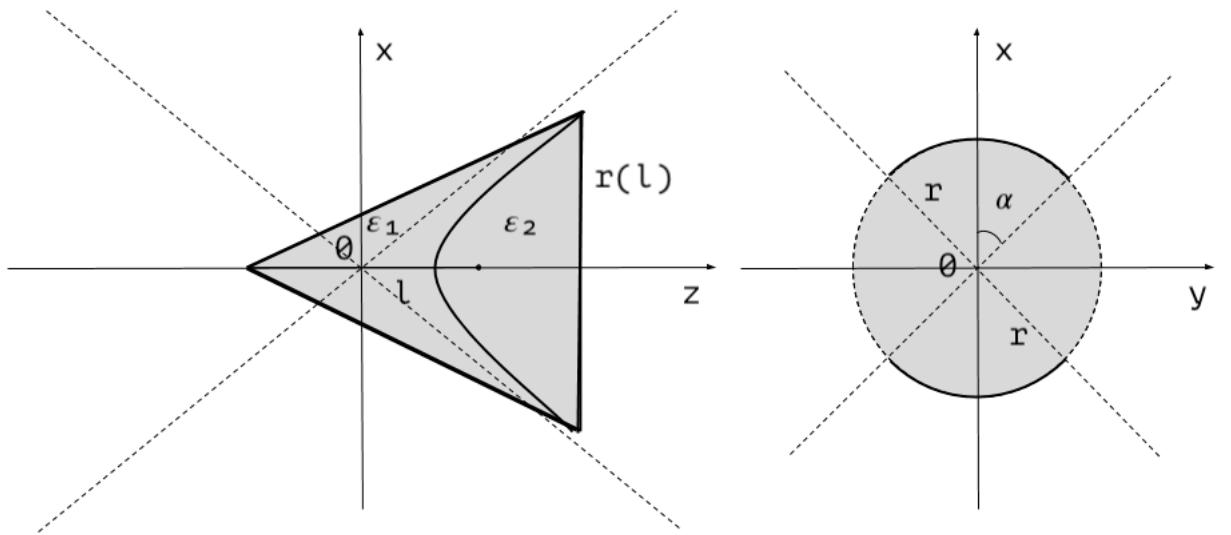


Рис. 2.2: Геометрія лінзової антени Ву

Призначенням LIRA є телекомунікація, радіолокація і лабораторні вимірювання. Проте, цікавість таких антен пояснюється ще і аномально повільним згасанням енергії імпульсного поля з відстанню, що було теоретично передбачено [60]. Цей ефект відомий у вітчизняній та закордонній літературі за назвою електромагнітний снаряд (electromagnetic missile).

Фізична модель плаского диску описує поле LIRA (Рис. 2.3) лише у першому наближенні. Така модель не враховує вихровий магнітний сторонній струм, що існує на ряду з пласким електричним, а також не враховує струми, що течуть назад в генератор відбившись від краю рупора - поле такого струму залишає «хвіст» після основного імпульсу. Проте, емпіричні дослідження [85, 86] показують, що при належному узгодженні, паразитний вплив відбиття фактично відсутній, а переходна функція отримана експериментальним шляхом і відповідає моделі плаского диску.

Для отримання розв'язку задачі плаского диску застосовували широкий спектр методів. Першими були отримані наближені розв'язки в частотній області [57, 58]. Також, розв'язок для цієї задачі частково знайдено у часовій області [51]. Недоліком наявних розв'язків є те, що вони не надають

часову залежність напруженості поля в довільних точках спостереження в явному виді, а отже не можуть використовуватись в широкому спектрі практичних задач, як, наприклад, врахування ефектів самодії у нелінійному середовищі. При самоїді поля крізь середовище, на значення напруженості поля в кожній точці спостереження та в будь-який момент часу впливають всі причинно пов'язані зі спостереженням події. Таким чином, наявність розв'язання в будь-якій точці спостереження - необхідна умова для врахування нелінійних ефектів методом теорії збурень.

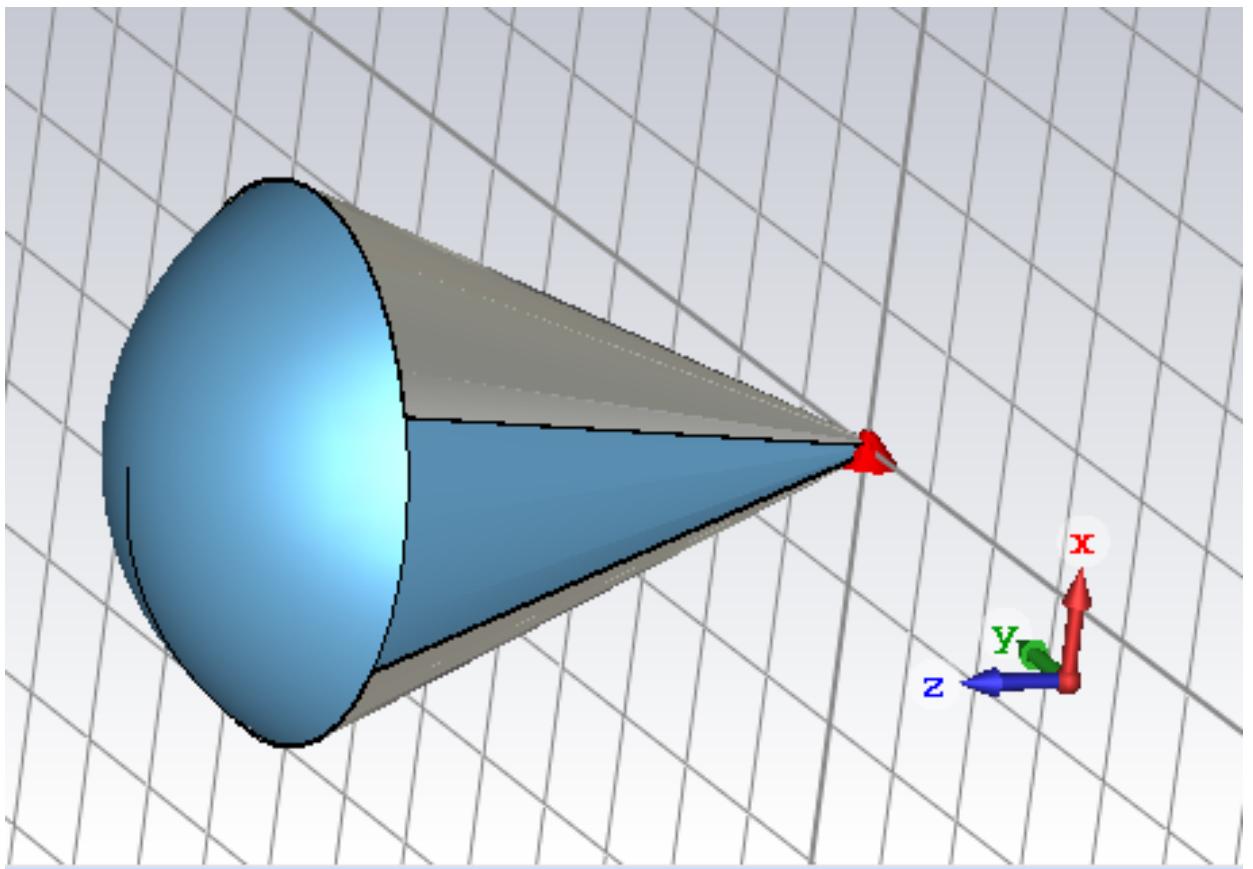


Рис. 2.3: Модель антени в симулляторі CST Studio

На Рис. 2.3 зображено модель лінзової антени імпульсного випромінювання побудовану в программі-симулляторі CST Studio. Наявна модель побудована на основі схеми з Рис. 2.1 і використовувалась в цій кваліфікаційній роботі для проведення електромагнітичних симуляцій з ціллю перевірки отриманих аналітичних виразів для інтенсивності векторів напруженості.

2.2. Розв'язання методом еволюційних рівнянь

Розглянемо сторонній електричний нестационарний струм $\vec{\mathbf{j}}_0(r, t)$ в якості єдиного джерела електромагнітного поля. Нехай струм однонапрямлений, рівномірнорозподілений та має форму плаского диску нульової товщини. Для розв'язання прямої задачі електродинаміки для довільної часової залежності $f(t)$ нестационарного струму $\vec{\mathbf{j}}_0(r, t)$ достатньо отримати розв'язок для $f(t) = H(t)$, де $H(t)$ - функція Хевісайда, а далі, користуючись принципом суперпозиції будувати розв'язок для довільної часової залежності $f(t)$. Тоді, джерело, що розглядається, математично можна описати в циліндричних координатах ρ, φ, z , як

$$\vec{\mathbf{j}}_0(r, t) = \vec{\mathbf{J}} = \vec{\mathbf{x}}_0 A_0 H(t) \delta(z) (H(\rho) - H(\rho - R)), \quad (2.1)$$

де A_0 - максимальна амплітуда струму, що вимірюється в В/м, R - радіус диску, що вимірюється в метрах, $\delta(z)$ - символ Кронекера, а $\vec{\mathbf{x}}_0 = \vec{\rho}_0 \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi$ - декартовий орт ОХ, як показано на Рис. 2.4.

Для застосування методу еволюційних рівнянь, спершу, знайдемо модовий розклад струму, застосувавши наступне перетворення

$$j_m(r, t; \nu) = \frac{\sqrt{\mu_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \rho d\rho \vec{\mathbf{j}}_0 [\nabla_\perp \Psi_m^* \times \vec{\mathbf{z}}_0], \quad (2.2)$$

де Ψ_m^* - комплексно спряжена базисна функція [46]. Після інтегрування (2.2) за кутом φ отримаємо тільки дві не нульові рівні між собою моди, які зручно записати одним виразом, використовуючи символи Кронекера $\delta_{m,\pm 1}$:

$$j_m(z, t; \nu) = -i R A_0 \frac{\sqrt{\mu_0}}{2} \delta(z) H(t) \frac{\delta_{m,1} + \delta_{m,-1}}{\sqrt{\nu}} J_1(\nu R). \quad (2.3)$$

У методі еволюційних рівнянь електромагнітне поле є розкладом за деякими базисними функціями. Для ТЕ задач випромінювання, як ця, еволю-

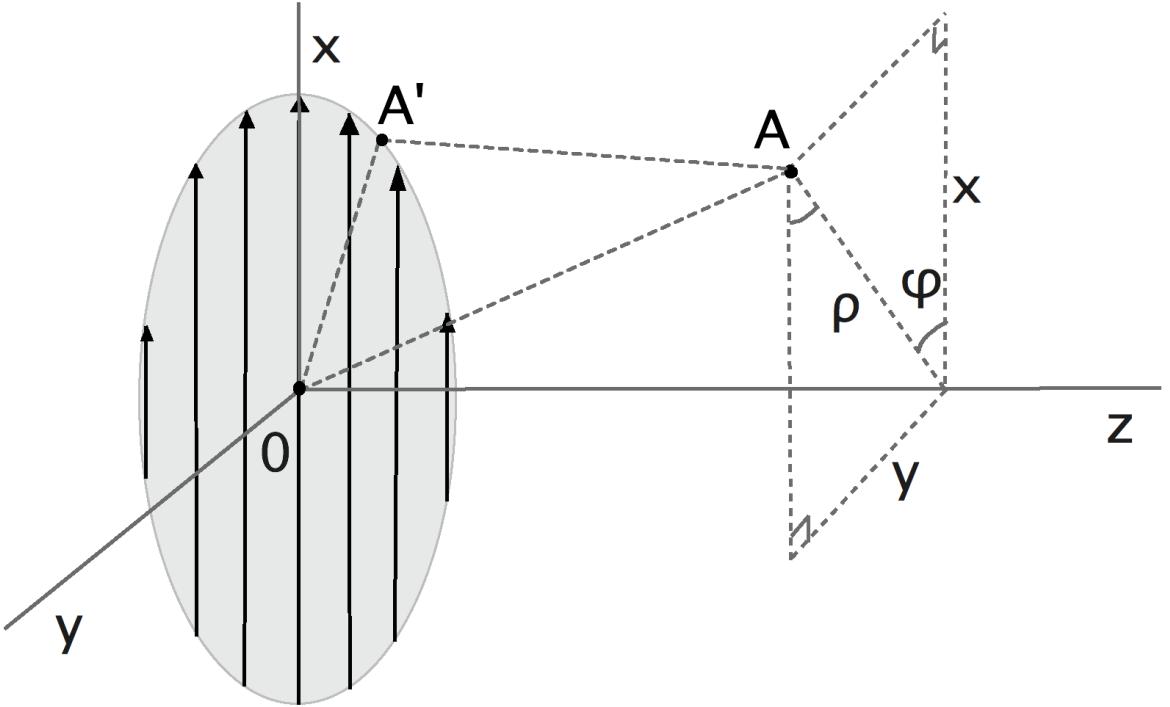


Рис. 2.4: Геометрія випромінювача

ційні рівняння значно спрощуються, а самі коефіцієнти стають пропорційними. Фактично, пошук еволюційних коефіцієнтів зводиться до розв'язання одного рівняння Клейна-Гордона відносно h_1 та h_{-1}

$$\frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 h_m}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 h_m}{\partial z^2} + \nu^2 h_m = j_m(z, t, \nu). \quad (2.4)$$

Рівняння (2.4) було отримано з припущенням, що середовище в якому поширюється поле однорідне, стаціонарне та характеризується відносною діелектричною ϵ та магнітною μ проникненнями. Буде зручно позначити швидкість світла в цьому середовищі за $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$. Рівняння Клейна-Гордона має відомий розв'язок через функцію Рімана:

$$h_m(z, t; \nu) = \iint_S j_m(t', z') G(t, t', z, z') dt' dz', \quad (2.5)$$

де $G(t, t', z, z')$ функція Рімана. З вигляду розв'язку (2.5) можна зробити висновок, що функція Рімана $G(t, t', z, z')$ - це аналог функції Гріна

в часовому просторі, а розв'язок рівняння Клейна-Гордона є еквівалентом принципу суперпозиції для сферичних нестационарних хвиль, що випромінюються кожною з точок джерела (випромінювачами Гюгенца) у деякій точці спостереження у визначений час. Користуючись властивостями дельта-функції Дірака та функції Хевісайда запишемо поздовжні модові коефіцієнти h_1 та h_{-1} в наступному виді:

$$h_m = \frac{iRA_0}{4} \frac{\delta_{m,1} + \delta_{m,-1}}{\sqrt{\nu} \sqrt{\epsilon_0 \mu}} J_1(\nu R) \int_0^{t - \frac{z}{v}} J_0 \left(\nu \sqrt{v^2(t-t')^2 - z^2} \right) dt'. \quad (2.6)$$

Знайшовши поздовжній магнітний модовий коефіцієнт, поперечні морові коефіцієнти нескладно визначити через нього. Для отримання виразу для $V_m^h = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial h_m}{\partial t}$ необов'язково брати інтеграл в h_m . Спробуємо спростити вираз, скориставшись залежністю через похідну по часу, тобто застосуємо правило інтегрування Лейбніца [87], помітивши, що

$$\frac{\partial}{\partial t'} J_0 \left(\nu \sqrt{v^2(t-t')^2 - z^2} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} J_0 \left(\nu \sqrt{v^2(t-t')^2 - z^2} \right).$$

Трохи спростивши вираз, можемо записати формулу для коефіцієнтів V_m^h у наступному вигляді:

$$V_m^h(z, t; \nu) = -\frac{iRA_0}{4} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon}} \frac{\delta_{m,1} + \delta_{m,-1}}{\sqrt{\nu}} J_1(\nu R) J_0 \left(\nu \sqrt{v^2 t^2 - z^2} \right). \quad (2.7)$$

Далі отримаємо модовий коефіцієнт I_m^h , що знадобиться для визначення магнітних компонентів поля. Для цього запишемо поздовжній магнітний модовий коефіцієнт (2.6) через спеціальну функцію Ломмеля для двох змінних (дійсної та уявної) [88]:

$$h_m(z, t; \nu) = -\sqrt{\mu_0} \frac{RA_0}{2} \frac{\delta_{m,1} + \delta_{m,-1}}{\nu^{3/2}} J_1(\nu R) U_1[W_-, Z]. \quad (2.8)$$

Тепер підставивши (2.8) в вираз для коефіцієнту $I_m^h = \frac{\partial h_m}{\partial z}$ отримаємо:

$$I_m^h = -\sqrt{\mu_0} \frac{iRA_0}{4} \frac{\delta_{m,1} + \delta_{m,-1}}{\sqrt{\nu}} J_1(\nu R) (U_0[W_-, Z] - U_2[W_-, Z]). \quad (2.9)$$

Електричні модові коефіцієнти e_n , I_n^e , V_n^e для всіх n рівні нулю. Математично, це є наслідком того, що розв'язок однорідного рівняння Клейна-Гордона відносно e_n має тільки тривіальний розв'язок. Такі модові розклади характерні саме для ТЕ хвиль. Таким чином отримано аналітично всі еволюційні коефіцієнти. Підставимо (2.7) в розклад вектору напруженості електричного поля по базисним функціям [46]. Таким чином отримаємо електричне поле плаского диску в циліндричних компонентах $\vec{\rho}_0$, $\vec{\varphi}_0$, \vec{z}_0 , як функцію циліндричних координат ρ, φ, z та часу t .

$$\vec{E}(r, t) = \frac{A_0}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}} \left(\vec{\rho}_0 I_1 \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 (I_2 - I_1) \sin \varphi \right), \quad (2.10)$$

де а їх аналітичні розв'язки, що представлено в додатку B.1 і B.2.

Розглянемо вектор напруженості електричного поля в базису Декартової системи координат, тоді:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{A_0}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}} \begin{pmatrix} I_1 \cos^2 \varphi + (I_2 - I_1) \sin^2 \varphi \\ -I_2 \sin \varphi \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

З аналітичних розв'язків для інтегралів I_1 та I_2 бачимо, що компоненти поля - шматочно-визначені функції з областю визначення $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$, де

$$S_1 \subset 0 \leqslant \frac{c^2 t^2}{\epsilon \mu} - z^2 < (\rho - R)^2 \cup \rho < R \quad (2.12)$$

$$S_2 \subset (\rho - R)^2 < \frac{c^2 t^2}{\epsilon \mu} - z^2 < (\rho + R)^2, \quad (2.13)$$

$$S_3 \subset (\rho + R)^2 \leqslant \frac{c^2 t^2}{\epsilon \mu} - z^2. \quad (2.14)$$

Звертаючись до схематичного зображення причинного зв'язку спостерігача та джерела (Рис. 2.5), помічаємо, що область S_1 об'єднує просторово-часові події, які причинно не пов'язані з жодним із крайніх точок джерела. Саме тут спостерігається ефект електромагнітного снаряду: спостерігач в

цій області простору-часу завжди причинно пов'язаний з частиною джерела, яка має круглу форму.

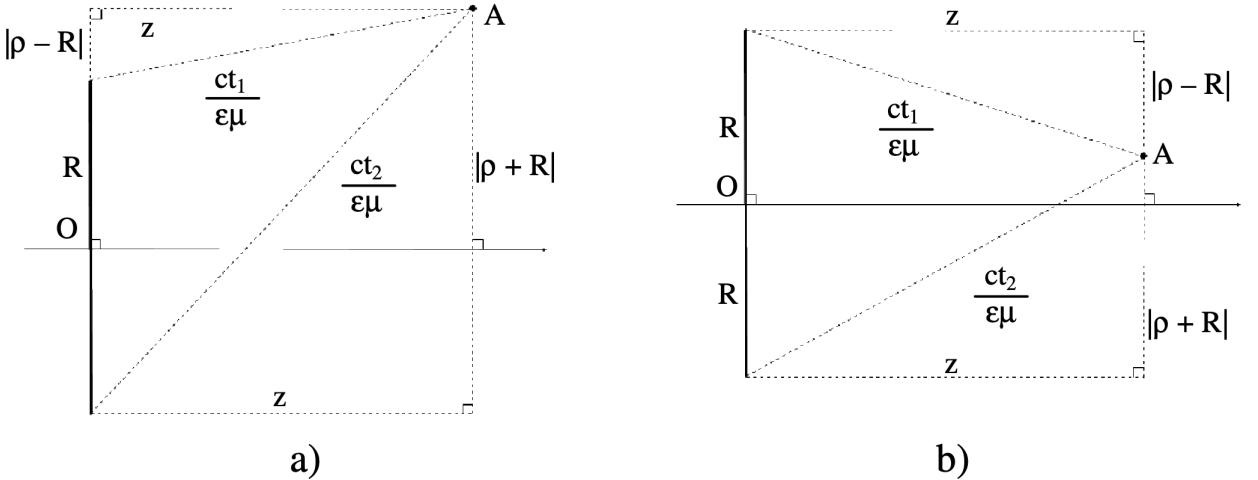


Рис. 2.5: Фізичний зміст областей випромінювання

Область S_2 відповідає за події, коли частина крайніх точок джерела вже причинно пов'язана зі спостерігачем. Тобто, частина джерела про яку вже відомо спостерігачу (часоподібна), вже не має круглої форми та ще не охоплює всього джерела. В цій області спостерігається деякий перехідний процес, в якому значення перехідної функції поступово згасає на нуль.

Спостерігачі в області S_3 вже отримали всю інформацію про форму джерела. Для них перехідний процес скінчено і зміни напруженості поля не спостерігається, а отже, напруженість електричного поля тут відсутня.

Також, аналізуючи геометрію процесу випромінювання на Рис. 2.5, бачимо, що сигнал спостерігається з моменту

$$vt_1 = \begin{cases} z, & \rho < R \\ \sqrt{(\rho - R)^2 + z^2}, & \rho > R \end{cases}. \quad (2.15)$$

Далі наступає момент початку області S_2 , коли поле від найближчого краю диска досягає спостерігача:

$$vt_2 = \sqrt{(\rho - R)^2 + z^2} + \rho - \rho/R, \quad (2.16)$$

а закінчується область S_2 моментом, коли поле від найвіддаленішого краю диску досягає спостерігача:

$$vt_3 = \sqrt{(\rho + R)^2 + z^2}. \quad (2.17)$$

Перейдемо до магнітних складових перехідної функції плаского диску. Для отримання магнітних компонент поля скористаємось еволюційним коєфіцієнтом (2.9).

$$\vec{\mathbf{H}}(r, t) = \frac{A_0}{2} \left(\overrightarrow{\rho_0} (I_4 - I_3) \sin \varphi + \overrightarrow{\varphi_0} I_3 \cos \varphi - \overrightarrow{z_0} I_5 \sin \varphi \right), \quad (2.18)$$

де

В декартовому базисі вектор напруженості магнітного поля матиме вигляд

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \frac{A_0}{2} \begin{pmatrix} -I_4 \sin \varphi \cos \varphi \\ I_3 \cos^2 \varphi + (I_4 - I_3) \sin^2 \varphi \\ -I_5 \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Для інтегралів I_3, I_4, I_5 аналітичні розв'язки, які представлено в додатку Г, вдалось знайти лише на осі випромінювання ($\rho = 0$). Відзначимо, що всі інтеграли мають дійсні значення, що витікає з властивостей функції Ломмеля. Застосовуючи визначення функції Ломмеля для виразу (2.18) на великий відстані від джерела, де плаский диск можна розглядати, як матеріальну точку, тобто $z \gg R$ помічаємо, що

тоді ортогональні поперечні компоненти електромагнітного поля попарно пропорційні через значення імпедансу вільного простору, в якому поширюється хвиля

$$\frac{E_x}{H_y} = \frac{E_y}{H_x} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}}, \quad (2.20)$$

що відповідає властивостям пласкої хвилі, а також підтверджує можливість апроксимації антен імпульсного випромінювання фізичною моделлю плаского стороннього електричного струму. Такого висновку можна дійти з того, що саме пласку хвилю (сферичну хвилю нескінченного радіусу) очікується побачити на великій відстані від антени.

Звертаючись до аналітики з додатку Г, також помічаємо, що рівність (2.21) також строго виконується і поблизу апертури для всієї тривалості перехідного процесу. Рівність не виконується лише для області S_3 , де $\vec{E} = 0$, а $\vec{H}_\perp = \text{const}$.

Помічаємо, що кутова залежність φ електричної (2.10) та магнітної (2.18) перехідної функції антени відокремлена від інших змінних ρ та z , що тісно зв'язані між собою. Таке групування змінних ρ та z та відділення φ є наслідком того, що кутова залежність напруженості поля, породжено-го апертурними антенами, змінюється лише від напрямку вектору струму, коли поведінка за іншими змінними залежить ще і від відстані. Так як в дальній зоні джерело можна вважати точковим, поле, породжене ним, буде симетричним відносно кута спостереження. Так само і у ближній зоні - симетричність розподілу струму відносно φ зберігається за рахунок симетрії круглого джерела. З іншого боку, вплив відстані від джерела на форму імпульсу, що воно породжує, сильно залежить від відстані, що визначається змінними ρ та z .

2.3. Властивості перехідної функції плаского диску

Перехідною функцією антени називається електромагнітне випромінювання, що збуджується нею, при часовій залежності сигналу у вигляді функції Хевісайда [89]. Перехідна функція дозволяє отримати випромінювання

антени при збудженні сигналом довільної форми, не розв'язуючи задачу випромінювання, а користуючись принципом суперпозиції.

Знаючи момент приходу сигналу (2.15) та момент (2.17), коли перехідна функція обертається в нуль, можна визначити тривалість сигналу, збудженого струмом довільної часової залежності $f(t)$ та ефективною тривалістю τ_0 :

$$\frac{c\tau}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c\tau_0}{\sqrt{\epsilon\mu}} + \sqrt{(\rho + R)^2 + z^2} - \begin{cases} z, \rho < R \\ \sqrt{(\rho - R)^2 + z^2}, \rho > R \end{cases}, \quad (2.21)$$

а отже, тривалість електромагнітного імпульсу τ пропорційна до $\sqrt{\epsilon\mu}$.

Спираючись на принцип суперпозиції, оцінити вплив ефектів близньої зони на імпульсне поле зі збудженням довільної форми можна, проілюструвавши поведінку перехідної функції в залежності від напрямку спостереження. Для цього побудуємо форму породжених електромагнітних імпульсів для деяких значень ρ та при фіксованих значеннях z і φ , як на Рис. 2.6.

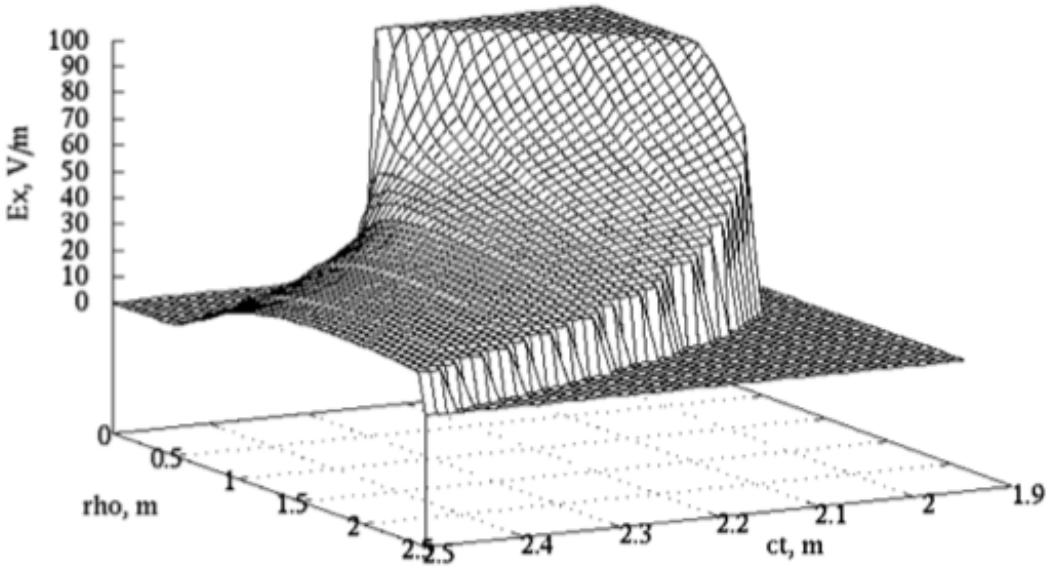


Рис. 2.6: Ефект електромагнітного снаряду ($z = 2$ м)

На Рис. 2.6 область S_1 зі сталим не нульовим значенням E_x компоненти поля спостерігаються лише для $\rho < R$. За нею у часі наступає область S_2 ,

де напруженість поля E_x поступово спадає на нуль. В області S_3 спостерігається $E_x = 0$.

Амплітуди всіх компонентів поля в області S_1 сталі, а значення цих амплітуд для E_x та H_y компонентів можна отримати з (2.11) та (2.19) при $\rho = 0$:

$$\vec{\mathbf{E}}\{S_1\} = \vec{\mathbf{x}}_0 \frac{A_0}{4} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}};$$

$$\vec{\mathbf{H}}\{S_1\} = \vec{\mathbf{y}}_0 \frac{A_0}{4}.$$

Просторово-часова область з постійними амплітудами напруженостей поля є одним з проявів ефекту електромагнітного снаряду і зустрічається в багатьох роботах Содіна [90, 91, 58, 92], роботах Ву [57, 60, 59], в роботах Думіна [51] та в роботі Самсонова [61] але саме аналітичне значення амплітуди записано вперше, що є важливим для дослідження сильних полів.

Перехідна функція отримана без спрощень геометричної оптики, а отже справедлива для всіх точок спостереження близької зони. Отриманий результат дає змогу побачити форму електромагнітного імпульсу в залежності від азимутального кута при деякому z та ρ , що лежать в близькій зоні.

З виразів для інтенсивності поля (2.11) та (2.19) бачимо центральну симетрію випромінювання відносно осі oZ для поперечних компонентів поля, отже достатньо дослідити лише залежність першій чверті.

На Рис. 2.7 зображено залежність форми випроміненого імпульсу в залежності від кута спостереження в безпосередній близькості до джерела. Тут спостерігається вплив ефектів близької зони [93], при яких форма імпульсу залежить від напрямку поширення і від відстані. З рисунку бачимо, що форма імпульсу в кожному напрямку в межах одного періоду симетрії унікальна, що можна використовувати в радарних та телекомунікаційних

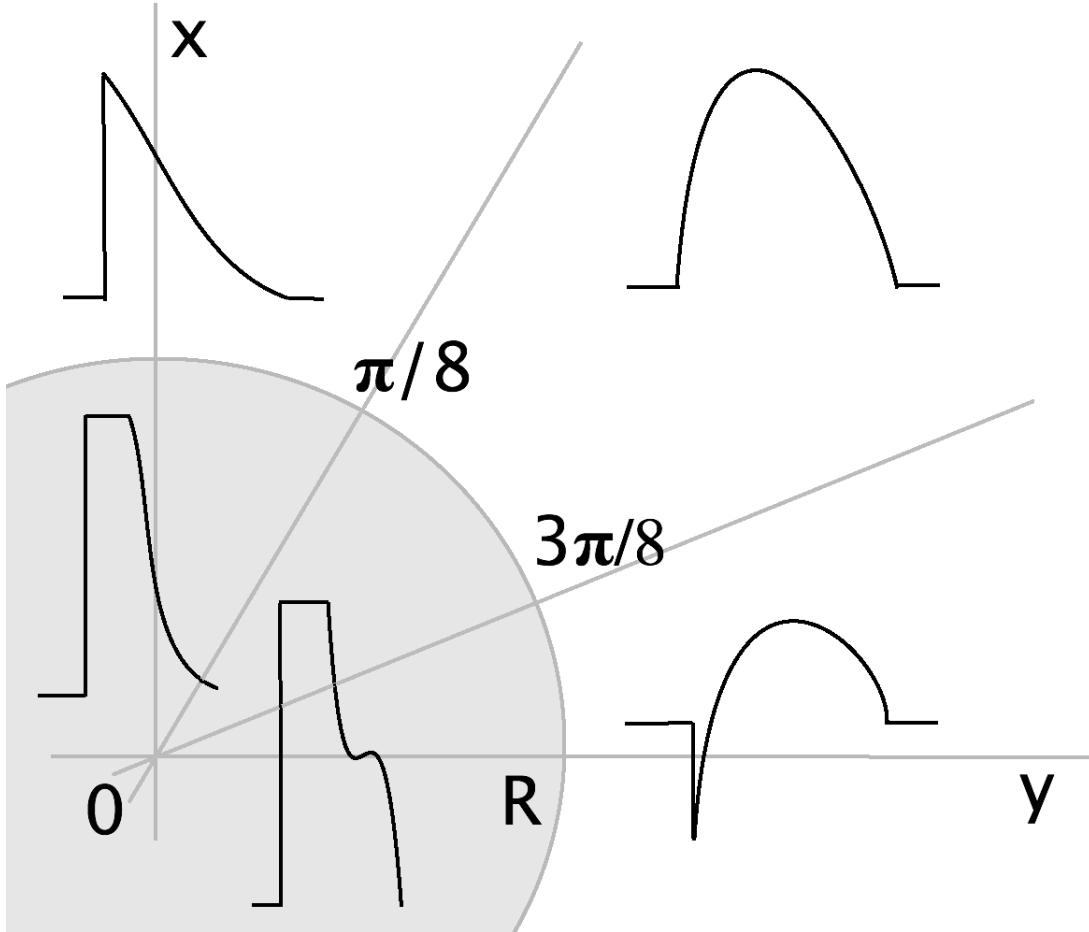


Рис. 2.7: Кутова залежність форми імпульсу ($\rho = R/2..2R$ м)

задачах (Дивись розділ 4).

За визначенням функції Ломмеля, інтеграли I_3 та I_4 є нескінченною сумою інтегралів по трьом функціям Бесселя ((Г.9), (Г.12)). При аналізі магнітного поля на осі випромінювання помічаємо, що поперечне магнітне поле для області S_1 пропорційне по значенням з компонентами електричного. Для області S_3 поперечне магнітне поле описується рядом з поліномом Лягерра (Г.10).

На Рис. 2.8 відображенено процес сходження магнітної компоненти поля H_y при врахуванні різної кількості доданків нескінченого поліному (Г.10). Бачимо, що з закінченням переходного процесу наступає стаціонарне магнітне поле. Аналітично отриманий ряд сходиться дуже повільно. Можемо зробити висновок, що модовий базис погано підходить для опису стаціо-

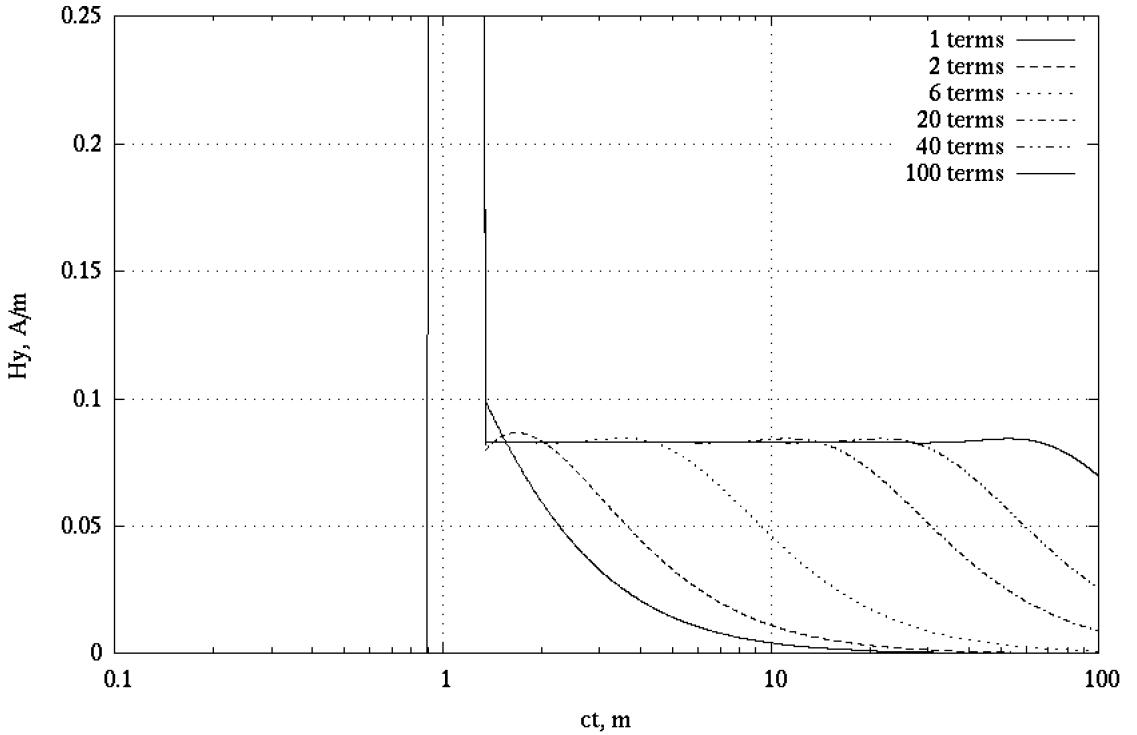


Рис. 2.8: Розклад сингулярності джерела

нарних процесів. Доданки вищих порядків мають значний вклад лише при пропорційно великому часі спостереження, тобто, доданок t має внесок у значення функції H_z при ctm . На Рис. 2.9, можемо оцінити згасання амплітуди магнітостатики з відстанню від джерела. На Рис. 2.9 спостерігається майже квадратичне згасання статичної компоненти з відстанню по z .

Розрахунок магнітних компонентів - розрахунок нескінченного поліному від невласних інтегралів з повільною збіжністю, хоча і наблизено, але дає змогу оцінити розподіл магнітного поля в залежності від віддаленням від джерела. З Рис. 2.9 також помічаємо погане сходження поліному Лягерра близько до сингулярності, тому результати числового розрахунку там не аналізуємо. Схожий результат було отримано методами частотної області для усталеного процесу випромінювання статичного магнітного поля пласким диском електричного струму в перших, роботах присвячених випромінюванню плаского диску [94], де вирази магнітного поля також містять поліноми Лягерра, що свідчить про правильність отриманих результатів.

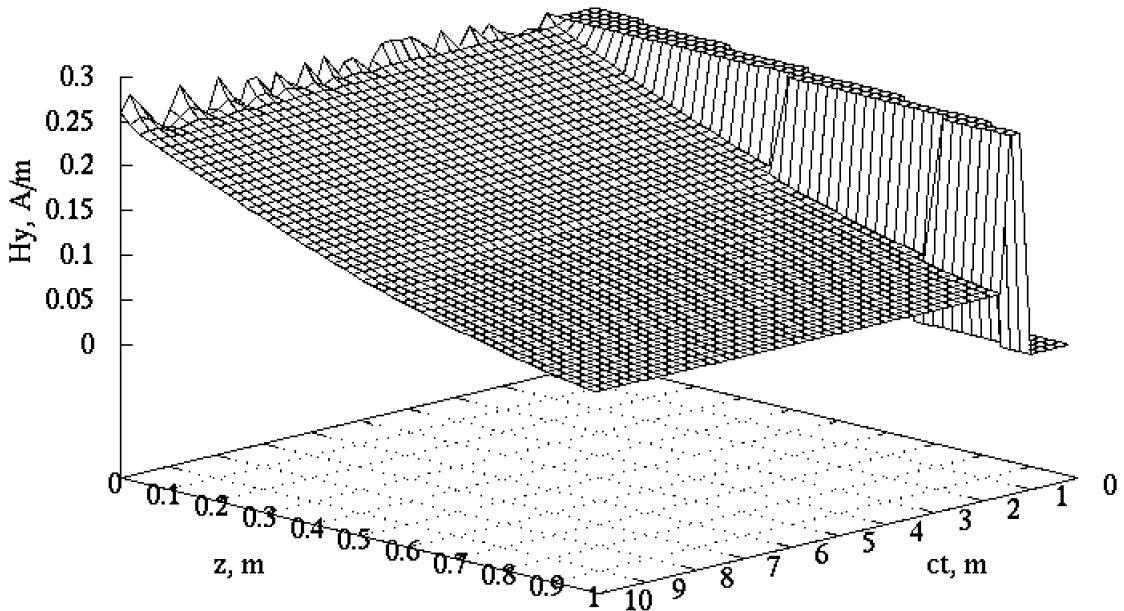


Рис. 2.9: Магнітостатичне поле ($\rho = 0$ м)

На Рис. 2.10 зображено зміну H_y за часом для різних значень $0 < \rho < 2R$ при $z = 2R$. Знову спостерігаємо поступове згасання амплітуди магнітостатичного поля з відстанню.

З Рис. 2.5 та з аналітичних розв'язків для I_1, I_2, I_3, I_4 видно, що, знаходячись в області S_1 , спостерігач не отримує ніякої інформації про джерело окрім його наявності. Відсутність нової інформації дозволяє зробити висновок, що у всій області S_1 всі компоненти векторів напруженості поля мають стало значення. Наприклад, $H_x = 0$, а $H_y = A_0/4$. Отже, користуючись відсутністю змін у джерелі в області спостереження S_1 , визначивши значення для компоненти поля в одній точці, отримаємо розв'язок для всієї області S_1 .

Розглянемо поведінку поздовжньої магнітної компоненти H_z . Користу-

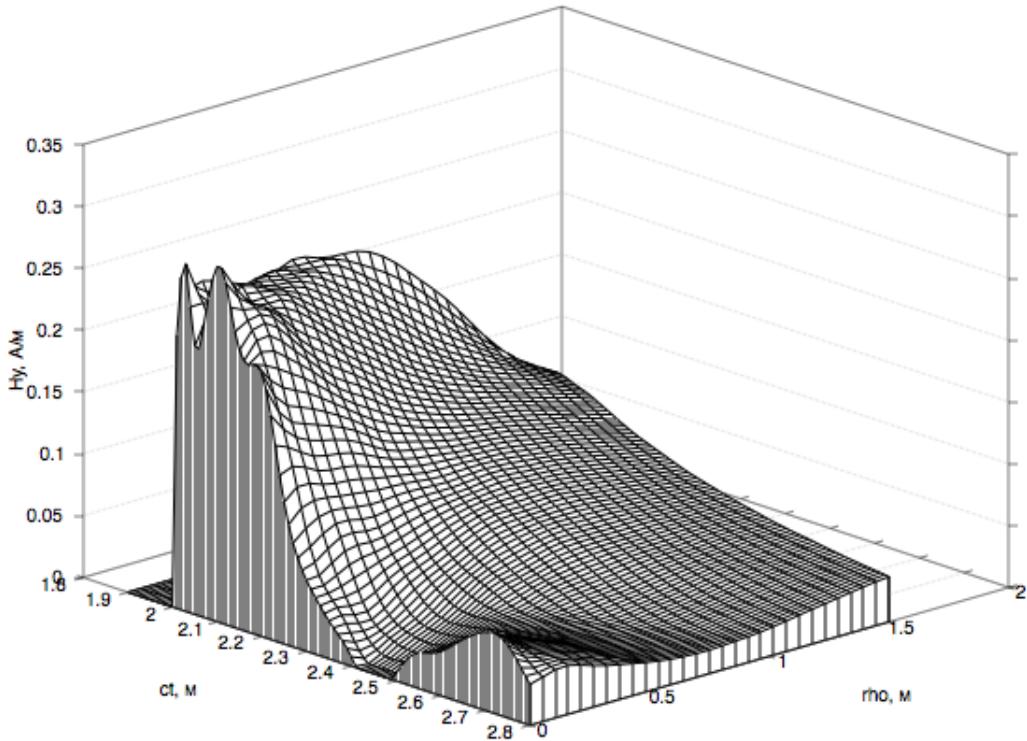


Рис. 2.10: Магнітостатичне поле ($z = 2$ м)

ючись визначенням функції Ломмеля, поздовжню компоненту вектору напруженості магнітного поля можна записати у вигляді нескінченного ряду з невласних інтегралів (Г.15). Для першого доданку значення інтегралу вдається знайти аналітично (Г.16). Також помічаємо, що при $\rho = 0$ поздовжнє магнітне поле теж відсутнє. Користуючись висновком про те, що в області S_1 всі компоненти поля мають постійні значення напруженості та тим, що в усіх точках, де $0 < ct - z \cup \rho = 0$ поздовжнє магнітне поле відсутнє, робимо висновок, що $H_z\{S_1\} = 0$. Таке твердження додатково підтверджується числовими розрахунками, а також аналітичним розв'язком для першого доданку, який не протирічить отриманому результату.

На Рис. 2.11 зображено поздовжню напруженість магнітного поля, розрахованою чисельно за формулою (Г.15) для різної кількості врахованих

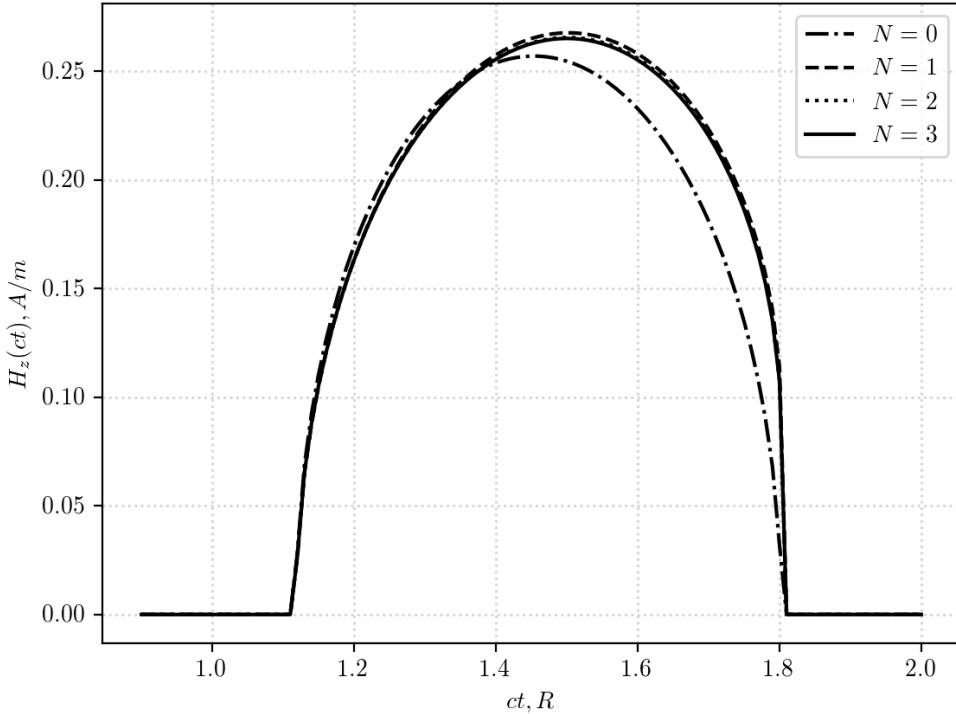


Рис. 2.11: Інтенсивність H_z з плином часу в ($\rho = R/2$, $\varphi = -\pi/2$, $z = R$) при різній кількості доданків N

доданків. Відносні похибки в розрахунку кожного невласного інтегралу не перевищують одного відсотку та отримано з застосуванням формули Рунге [95] та квадратурного правила Сімпсона [95]. Помічаємо, що після двох врахованих доданків відхилення непомітне оку. Малий вплив доданків вищих порядків свідчить про те, що базис методу еволюційних рівнянь гарно підходить для опису нестационарних процесів.

Розглянемо співвідношення поздовжньої магнітної компоненти H_z та поперечної електричної компоненти E_x . На Рис. 2.12 бачимо, що компонента H_z починається з затримкою відносно компоненти E_x , а тривалість затримки співпадає з тривалістю ефекту електромагнітного снаряду.

Плаский диск струму є апроксимацією ТЕМ джерела, а у вільному просторі поздовжня компонента повинна існувати, таким чином, затримку по-

здовжньої компоненти можна розуміти, як трансформацію ТЕМ хвилі в ТЕ з плином часу. Таким чином, ефект електромагнітного снаряду можна трактувати, як наслідок процесу формування хвилі у вільному просторі з ТЕМ хвилі у рупорі.

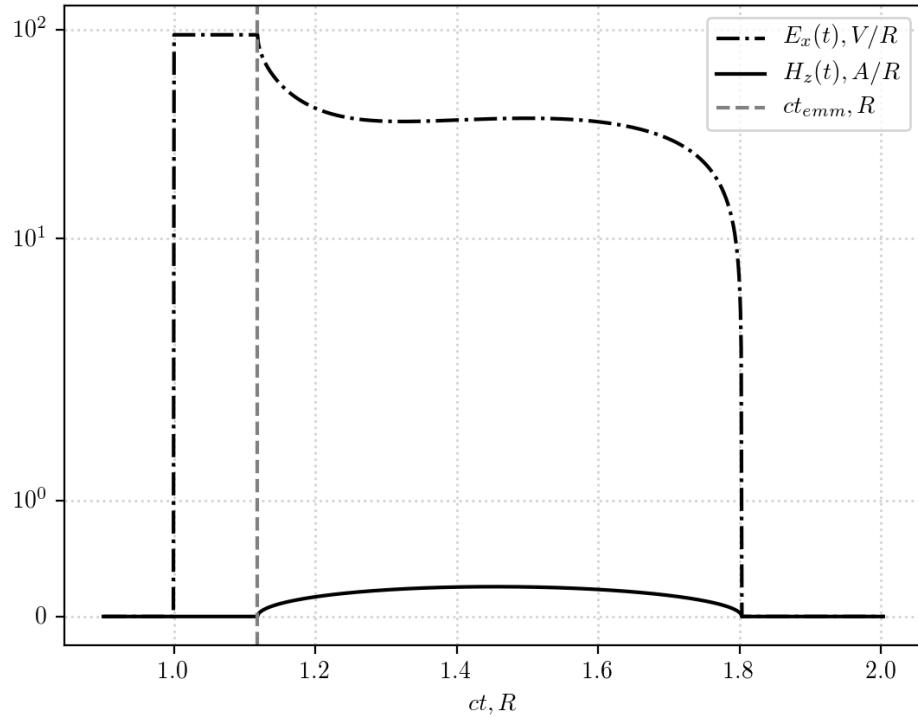


Рис. 2.12: E_x і H_z в $(\rho = R/2, \varphi = -\pi/2, z = R)$

В роботах Герца [96] зустрічається твердження, що випромінює не антена, а простір довкола неї. Саме це і спостерігається в області електромагнітного снаряду: через відсутність причинного зв'язку з краєм рупора, хвилья знаходячись у вільному просторі, має властивості хвилі у ТЕМ хвилеводі. Тобто, протягом тривалості електромагнітного снаряду ми спостерігаємо перетворення хвилі у хвилеводі на хвилю у вільному просторі, яка не може існувати без поздовжньої компоненти ($H_z \neq 0$) [97, 98]. Також відмітимо, що форма часової залежності буджувального імпульсу не впливає на затримку у появі H_z компоненти поля. Вона залежить лише від наявності в

апертурі антени поверхні рівних фаз та спостерігатиметься в усіх точках простору, що знаходиться на нормальні до цієї "пласкої" частини фронту в апертурі.

Таким чином, можемо узагальнити твердження Герца для нестационарного процесу: поширення хвилі у вільному просторі почнеться з моменту, коли спостерігач дізнається про те, що розподіл струму в апертурі просторово змінюється, а до цього, спостерігається той самий процес, що і у внутрішньому просторі антени. Звісно, такий ефект досягається за рахунок апертури рівних фаз і за рахунок часової залежності збуджувального струму у вигляді ступеневої функції Хевісайда, що неможливо для реальних джерел через похибки у виготовлені лінз і наявність передімпульсних коливань генератора.

Також, узагальнимо фізичний смисл розділу областей випромінювання: S_1 - область формування хвилі у вільному просторі, S_2 - область несталого (перехідного) процесу випромінювання, S_3 - область усталеного процесу.

2.4. Збудження імпульсом довільної форми

Оцінимо вплив ефектів близької зони на поле, що породжене пласким диском електричного струму на прямокутний збуджувальний імпульс тривалістю τ_0 , тобто вмикання струму до амплітуди A_0 Вольт і послідовне його вимкнення з затримкою τ_0 секунд:

$$\vec{\mathbf{j}}(r, t) = \vec{\mathbf{j}}_0(r, t) - \vec{\mathbf{j}}_0(r, t - \tau_0), \quad (2.22)$$

де $\vec{\mathbf{j}}_0$ - струм, що породжує електричну $\vec{\mathbf{E}}_0$ і магнітну $\vec{\mathbf{H}}_0$ перехідні функції. Таким чином, користуючись принципом суперпозиції маємо:

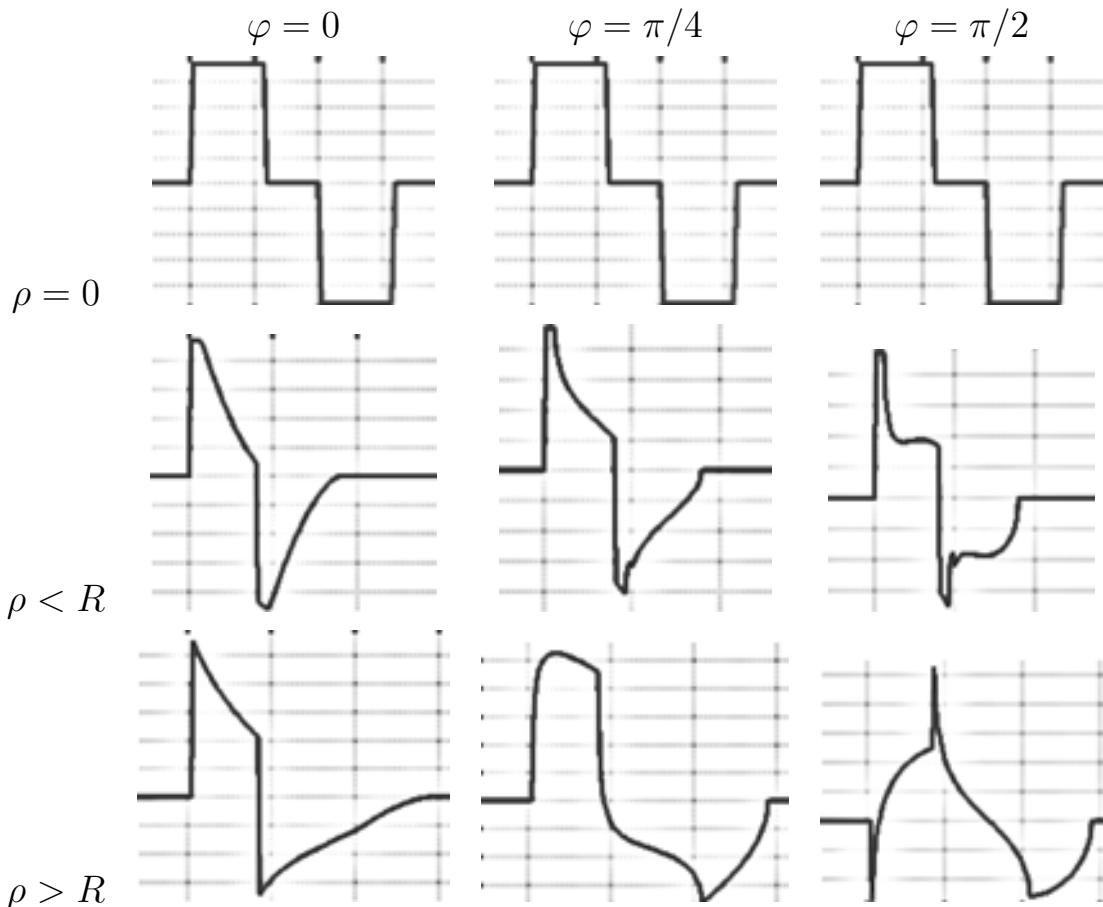
$$\vec{\mathbf{E}}(r, t) = \vec{\mathbf{E}}_0(r, t) - \vec{\mathbf{E}}_0(r, t - \tau_0). \quad (2.23)$$

В Таб. 2.1 епюрами наведено залежність форми випроміненого імпульсу

антени типу LIRA при прямокутному збудженні від напрямку випромінювання зі збереженням масштабу за часом та без збереження амплітуди.

Таблиця 2.1

Епюри форми імпульсного електричного поля породженого LIRA, яке збуджується прямокутним імпульсом тривалістю R



Тривалість переходної функції \vec{E}_0 на осі випромінювання $\sqrt{z^2 + R^2} - z$, а її максимальне значення досягається при малих відстанях до апертури та наближається до R . Тому, якщо затримка перед вимкненням струму $c\tau_0$ триваліша за R , накладання відгуків на вимикання струму та на його вимикання не спостерігається. Як відомо, саме це накладання є причиною мінливості форми імпульсу у близькій зоні. Якщо, також, врахувати $\rho \neq 0$, то можна отримати, що тривалість імпульсу $\tau_0 > 2R/c$, коли накладання буде відсутнє для довільної точки спостереження.

Користуючись методикою інтегрування Дюамеля, [89, ст. 40] знайдемо поле від антени з відомою перехідною функцією $\vec{E}_0(r, t)$, що збуджено сигналом з плавною часовою залежністю $f(t)$ при максимальній амплітуді збуджувального струму A_0 :

$$\vec{E} = \int_0^t \frac{df}{d\tau} \vec{E}_0(t - \tau) d\tau. \quad (2.24)$$

Інтеграл (2.24) є узагальненням принципу суперпозиції, а отже працюватиме лише для лінійної залежності електричної індукції від напруженості поля. Проте, його використання доцільне для вивчення напруженості імпульсного поля, яка при накладанні може викликати необхідність врахування нелінійних ефектів, на кшталт, пробою в сильних полях.

Розглянемо в якості форми збудження плавне нарощання амплітуди струму до значення A_0 протягом τ_0 за метрикою 1-99 risetime у вигляді сигмоїdalnoї функції.

Результати, представлені на Рис. 2.13, сходяться з експериментальними дослідженнями отримані незалежно Баумом та Ву.

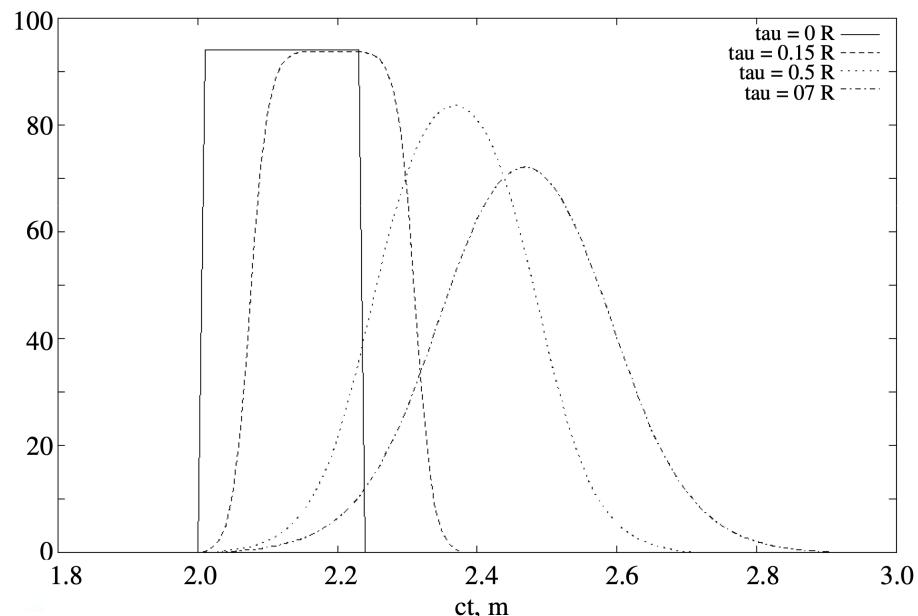


Рис. 2.13: E_x компонента поля від сигмоїdalного збудження

Тепер розглянемо збуджувальний сигнал у вигляді $f(t) = \text{sinc } t$. Така часова залежність збудження для плаского диску породжує імпульсне швидко-осцилююче поле. Розглянемо інтерференцію цього поля в близькій зоні. На Рис. 2.14 зображене залежність напруженості електричного поля E_x від часу для двох точок спостереження.

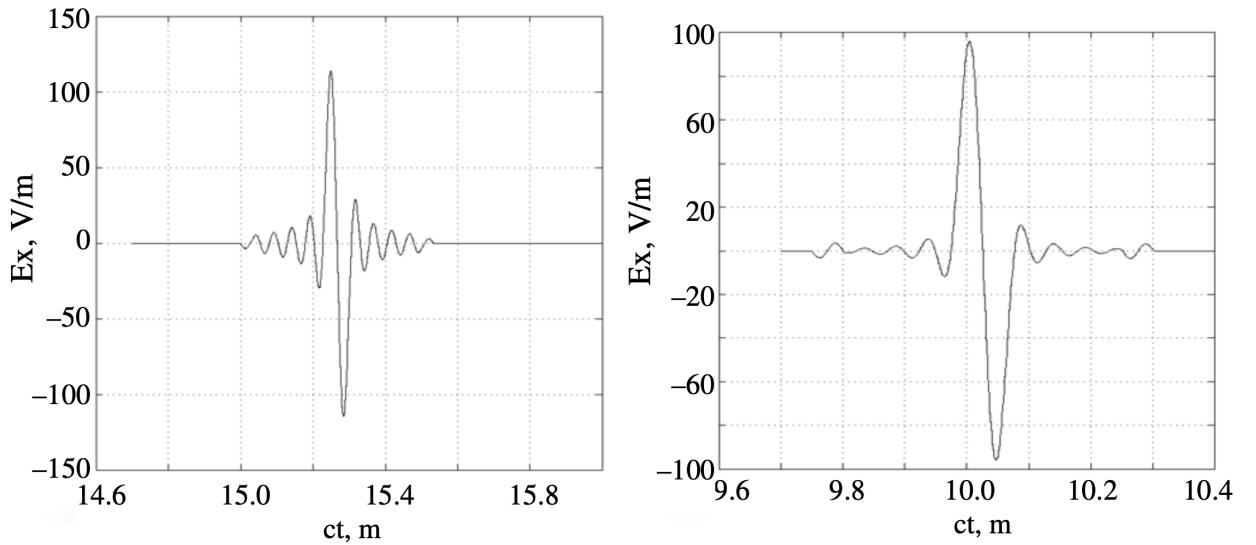


Рис. 2.14: E_x компонента поля від $\text{sinc } t$ збудження

З Рис. 2.14 бачимо, що на більшому віддалені від джерела, максимальна напруженість поля більша за максимальну напруженість, що була досягнута при менших відстанях. При накладанні перехідних функцій початку збудження та дзеркального його продовження спостерігається протифазне накладання, що з відстанню переходить у синфазне і амплітуда сигналу збільшується в межах 20%. Таким чином, при роботі з сильними швидко-осцилюючими імпульсними полями цей ефект треба враховувати, щоб уникнути електричного пробою в межах короткотривалих піках напруженості. Звісно, перехідну функцію LIRA було отримано з припущенням відсутності втрат при поширенні, отже реальний вплив цього накладання виявиться меншим.

Відомо, що в дальній зоні форма сигналу, що випромінюється, схожа на похідну від часової залежності збуджувального струму. Розглянемо збу-

дження з часовою залежністю у вигляді гаусіана та похідної від гаусіана, але тої ж тривалості. Спробуємо знайти такі точки спостереження, де форми випромінених імпульсів цих різних збуджень будуть візуально, а відповідно і за спектром схожі.

На Рис. 2.15 зображене напруженість електричного поля, що породжено LIRA із часовою залежністю збудження у формі функції Гаусса (а), та у формі її похідної (б). Рисунок ілюструє, що в близькій зоні можна знайти такі точки спостереження, де різне збудження породить поле майже однакового вигляду.

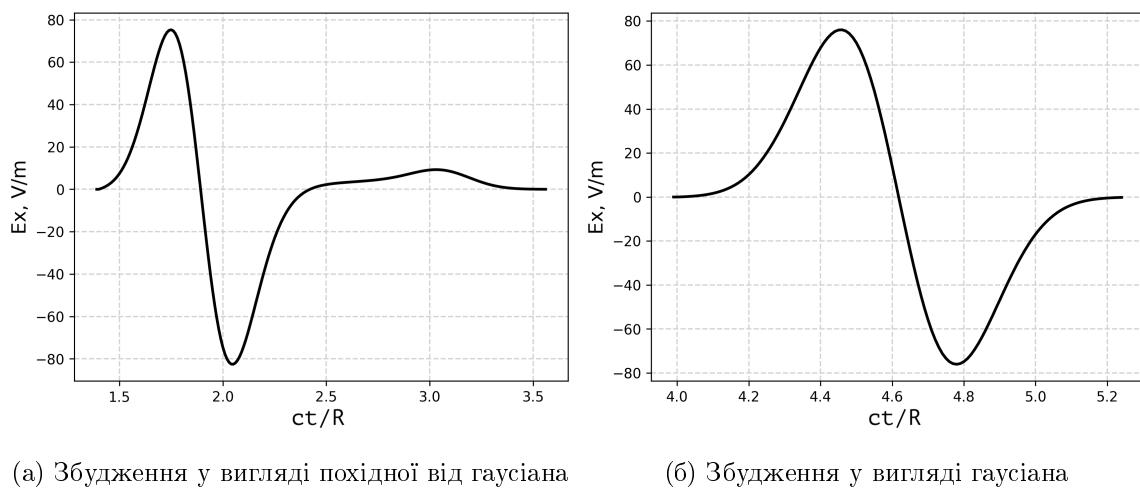


Рис. 2.15: Електричне поле антени типу LIRA збуджене струмом з різними часовими залежностями

Як вже зазначалось, в дальній зоні, а також у більшості випадків у близькій зоні, форма випроміненого імпульсу є похідною від форми збуджувального імпульсу, але якщо спостерігати поле збуджене, струмом з часовою залежністю у вигляді похідної гаусіанана в точці $\rho = R/2, \varphi = \pi/4, z = R$ електромагнітний імпульс матиме такий вигляд, наче ми спостерігаємо імпульс, збуджений іншим струмом. Невелика різниця між формами сигналів може легко губитись в шумах та зробить процес розрізнення імпульсів стандартними алгоритмами FPGA неможливим.

Висновки до розділу 2

Побудовано аналітичне розв'язання у вигляді кусково визначеної функції для задачі випромінювання круглої апертури при нестационарному збудженні у вигляді прямокутної функції. Розв'язок отримано без наближення дальньої зони та визначено для всіх точок спостереження в кожен момент часу. Використання моделі круглої апертури, як моделі антен типу LIRA перевірено на експериментальних даних в окремих точках та на даних отриманих методом FDTD з комерційного електромагнітного симулятора CST Studio.

Отримане розв'язання задачі випромінювання плаского диску при збудженні у вигляді функції Хевісайда в лінійному наближенні має чітку просторово-часову зональність та ілюструє твердження Фарадея, що випромінює не антена, а простір довкола неї. Отримані області випромінювання наступають послідовно для довільної точки спостереження. Остання за часом настання область S_3 відповідає стаціонарному (усталеному) процесу випромінювання, коли всі точки апертури поєднані зі спостерігачем за принципом причинності. Настанню усталеного процесу передує область деякого транзитивного процесу S_2 , поки поле від всієї апертури не досягне спостерігача. Найпершою для спостерігача просторово-часовою областю випромінювання в прожекторній зоні круглої апертури настає область електромагнітного снаряду S_1 , де з хвилі у ТЕМ рупора формується ТЕ хвиля у вільному просторі.

Результати цього розділу відображені в роботах автора [1, 2, 3, 15].

РОЗДІЛ 3

**НЕСТАЦІОНАРНІ ПОЛЯ ПЛАСКОГО ВИПРОМІНЮВАЧА У
НЕЛІНІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ**

3.1. Матеріальні рівняння нелінійного середовища

Взаємодію поля крізь середовище з самим собою, завдяки теорії суперпозиції, можна представити у вигляді додаткового стороннього джерела поля, що буде просторово розподілене в усій області розповсюдження породжувальної сильної хвилі. Назвемо таке джерело вторинним, а поле у лінійному наближенні, породжувальною хвилею.

Розглянемо модель, де характер взаємодії електромагнітного поля і середовища задається в матеріальних рівняннях, а поляризація та намагніченість розглядаються, як джерела електромагнітної індукції.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}(\vec{E}, \vec{H}) = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e (\vec{E}, \vec{H})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}(\vec{E}, \vec{H}) = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m (\vec{E}, \vec{H})$$

Так як діелектричні середовища проявляють на порядок слабші магнітні нелінійні властивості, виключимо нелінійну намагніченість з моделі задля спрощення.

Виключимо з розглядання гіротропні і не-хіральні середовища, тоді взаємний вплив магнітної та електричної індукції зникне і вектор поляризації стане функцією лише електричної напруженості, а намагніченість - лише магнітної напруженості. Також, клас середовищ, що розглядається, обмежимо сталими, однорідними та ізотропними властивостями. Тоді, користу-

ючись розкладом за малим параметром, можна записати вектор поляризації у вигляді нескінченного поліному:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e(\vec{E}) = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t \chi_e^{(k)}(\tau) \vec{E}^k(\tau) d\tau, \quad (3.1)$$

де $\chi_e^{(k)}(t)$ коефіцієнти розкладу Вольтера нелінійної функції χ_e по параметру \vec{E} .

Розклад Вольтера ілюструє затримку у відгуках середовища на помірно сильні збудження. Розклад (3.1) може застосовуватись у випадках, коли породжуюче поле, поширюватись у середовищі, не змінює його квантовий стан [99]. Такий тип нелінійності називається параметричним та відповідає випадку слабкої нелінійності. Тепер припустимо, що нелінійні ефекти в середовищі, що розглядається, не є інерційними за часом та породжують індукційний відгук миттєво. Тоді, від розкладу в ряд Вольтера перейдемо до Тейлорівського ряду, як моделі нелінійності:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \sum_{k=1}^{\infty} \chi_e^{(k)} \vec{E}^k(t). \quad (3.2)$$

Застосовуючи властивість симетрії вектору поляризації

$$\vec{P}(\vec{E}) = -\vec{P}(-\vec{E}) \quad (3.3)$$

помічаємо, що лише непарні доданки ряду Тейлора (3.2) можуть бути не нульовими. Тепер, відокремлюючи перший, лінійний, доданок з поліному, отримаємо наступний вид вектору електричної індукції:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} + \epsilon_0 \sum_{k=1}^{\infty} \chi_e^{(2k+1)} \vec{E}^{2k+1}(t). \quad (3.4)$$

Для широкого класу прикладних задач розглядається лише перший нелінійний доданок розкладу. Таким чином, отримаємо кубічну неліній-

ну складову вектору поляризації, що зустрічається в оптиці під назвою нелінійна поляризація Керра:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e^{(3)} \vec{E}^3 = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} + \vec{P}'. \quad (3.5)$$

Хоча, розклад в ряд Тейлора (3.4) не гарантує зменшення впливу кожного наступного доданку, тобто $\chi_e^{(i)} < \chi_e^{(i+1)}$ на практиці врахування лише першого нелінійного доданку найчастіше дає гарну точність до наближення слабкої нелінійності і врахуванням доданків вищих порядків нехтують.

Перша складова вектору електричної індукції (3.5) відповідає полю при лінійному наближенні \vec{E} , що породжене деяким струмом \vec{J} , а другий доданок відповідає нелінійному Керрівському відгуку середовища, який згідно з принципом суперпозиції, можна розглянути, як деяке поле \vec{E}' , породжене додатковим розподілом струму зміщення \vec{J}' (далі вторинне джерело). Тоді, відповідно до аналогії зі струмом зміщення, індуктований нелінійний вторинний струм

$$\vec{J}' = \frac{\partial \vec{P}'}{\partial t} = \epsilon_0 \chi_e^{(3)} \frac{\partial \vec{E}^3}{\partial t}. \quad (3.6)$$

Згідно описаної моделі, деяке стороннє джерело \vec{J} породжує імпульсне електромагнітне поле \vec{E} та \vec{H} розраховане з припущенням лінійності електромагнітної індукції. Це лінійне поле, поширюватись із втратами крізь середовище, формує струм зміщення \vec{J}' , який в свою чергу є джерелом поля \vec{E}' та \vec{H}' . Тоді, нелінійна самодія хвилі крізь середовище, згідно принципу суперпозиції $\vec{E} + \vec{E}'$ та $\vec{H} + \vec{H}'$.

Відокремивши лінійну складову з нелінійного доданку вектору індукції, отримаємо діелектричну проникність поля, що характеризує нелінійні властивості середовища $\chi_e^{(3)} \vec{E}^2$, що залежить від напруженості поля.

Вторинне джерело \vec{J}' забирає енергію породжуючої хвилі та формується частиною енергії втрат \vec{E} , що характеризують середовище.

Вторинне джерело поля не є реальним джерелом, в прямому розумінні. Джерело \vec{J}' наближено моделює нелінійну природу фізичних явищ поширення сильних електромагнітних хвиль. Обмеження, що було введено при побудові моделі, дозволять розглядати лише таку комбінацію середовища і породжувальної хвилі, для яких взаємодія відбувається лише через вид взаємодії коли поле змінює просторову орієнтацію молекул.

Розглянемо в якості породжувальної хвилі \vec{E} поле, збуджене пласким диском електричного струму з часовою залежністю у вигляді функції Хевісайда – моментальний стрібок амплітуди струму від нуля до значення A_0 .

За рахунок отриманого в розділі 2 розв'язку у наближенні лінійної поляризації можемо побудувати вторинний струм \vec{J}' аналітично. Для розв'язання задачі випромінювання аналітично заданого вторинного струму можемо скористатись, як числовим так і аналітичним алгоритмом. В цьому випадку надамо перевагу аналітичному методу, а саме методу еволюційних рівнянь. У порівнянні з числовим розрахунком, такий підхід забезпечить розуміння фізики процесу випромінювання.

Ітеративний підхід надає лише наблизений опис вlivу слабкої нелінійності на випромінювання антени типу LIRA. Однією з умов роботи лінзових імпульсних антен є те, що матеріал лінзи повинен мати більшу діелектричну проникність, ніж вільний простір, в який відбувається випромінювання, а отже нелінійні ефекти проявляться при розв'язанні внутрішньої задачі антени більше, ніж для зовнішньої. Задачу, можна вважати моделлю випромінювання LIRA, яка не враховує нелінійних ефектів в процесі формування квазіпласної хвилі.

Користуючись виразом для вторинного струму Керра (3.6) та напруженістю електричного поля (2.10), знайдемо компоненти струму в часовій області.

Поздовжна компонента вторинного нелінійного електричного струму

тривіальна, так як поздовжня напруженість електричного поля відсутня:

$$\frac{\partial P'_z}{\partial t} = 0.$$

Вирази для поперечних компонентів поля стають шматочко визначеними через свої залежності від I_1 та I_2 , а також від їх похідних в кожному з доданків, згрупованих по залежностях від азимутального кута. Область визначення інтегралів I_1 та I_2 відома та має вигляд $S_1 \cup S_2 \cup S_3$, де межі кожної з під-областей задежать від часу (2.12)-(2.14). Записавши інтеграли I_1 та I_2 через визначення функції Хевісайда побачимо, що похідні від інтегралів міститимуть дельта-функції в особливих точках на межах часово-просторових областей випромінювання S_1, S_2, S_3 . Користуючись неоднозначністю векторного потенціалу [100, ст. 77], звільнимося від дельта-функцій в виразі для похідних від I_1 та I_2 , тоді

$$\frac{1}{v} \frac{\partial I_\alpha}{\partial t} = \frac{1}{v} \frac{\partial I_\alpha \{S_2\}}{\partial t} \left(H(vt^2 - z^2 - (\rho - R)^2) - H(vt^2 - z^2 - (\rho + R)^2) \right),$$

де $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ - швидкість світла в середовищі при лінійному наближенні вектору поляризації. Таким чином, область часу-простору, де розподілений вторинний струм, обмежена лише S_2 , тобто в усіх точках спостереження, що відповідають співвідношенню

$$S' \in S_2 \subset (\rho - R)^2 < vt^2 - z^2 < (\rho + R)^2.$$

Тоді явні вирази для похідних будуть:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial I_1 \{S_2\}}{\partial t} &= \frac{vt}{2\pi\rho^2} \frac{(\rho^2 - R^2)^2 (v^2 t^2 - z^2)^{-1}}{\sqrt{(\rho + R)^2 - v^2 t^2 + z^2} \sqrt{v^2 t^2 - z^2 - (\rho - R)^2}} - \\ &\quad - \frac{vt}{2\pi\rho^2} \frac{2(\rho^2 + R^2) - (v^2 t^2 - z^2)}{\sqrt{4\rho^2 R^2 - (v^2 t^2 - z^2 - \rho^2 - R^2)^2}}; \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial I_2\{S_2\}}{\partial t} = - \frac{vt}{\pi(v^2t^2 - z^2)} \frac{v^2t^2 - z^2 - \rho^2 + R^2}{\sqrt{4\rho^2(v^2t^2 - z^2) - (v^2t^2 - z^2 + \rho^2 - R^2)^2}}. \quad (3.8)$$

З Рис. 3.1 випливає, що проекція вторинного струму обернена за знаком відносно тієї ж проекції компоненти напруженості електричного поля.

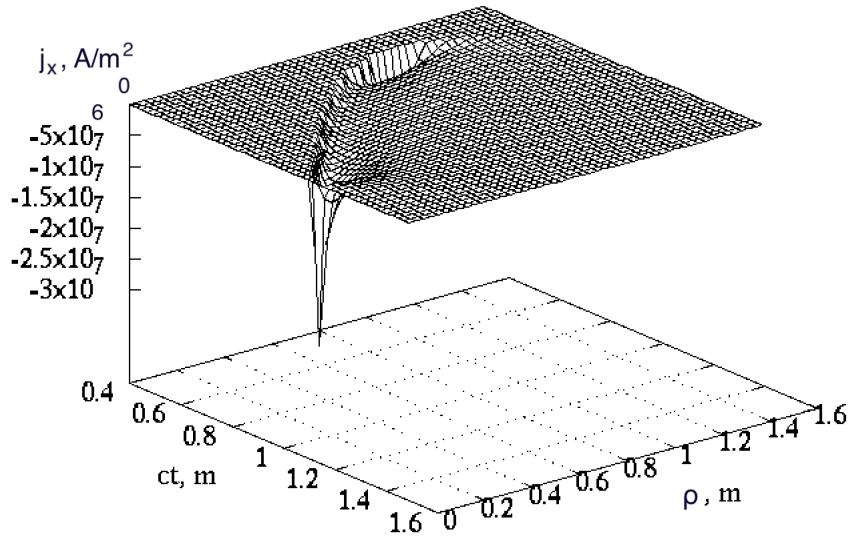


Рис. 3.1: Нелінійність амплітуди вторинного джерела

У виразах (3.7), (3.8) очевидна нелінійна залежність струму від A_0 .

3.2. Енергетичний розподіл поля плаского диску в лінійному наближенні

Вторинний електричний струм розподілений в усьому напівпросторі $z > 0$, але за рахунок згасання енергії з відстанню в межах $[1/R, 1/R^2]$ (в залежності від напрямку спостереження) можемо обмежити область, де треба враховувати нелінійні ефекти за рахунок високої концентрації енергії. Для визначення параметричних меж застосування введеної моделі нелінійності та оцінки границі зони, де нелінійні ефекти треба враховувати, розглянемо енергетичні характеристики поля в близькій зоні.

Тепер розглянемо енергетичний розподіл від поля плаского диску при різних часових залежностях $f(t)$ стороннього струму. Побудова класичної енергетичної діаграми спрямованості – мало інформативне дослідження нелінійних ефектів: в даній роботі важливим є енергетичний розподіл в ближній зоні.

Розглянемо густину енергії електромагнітного поля \vec{E} , збудженого пласким диском електричного струму з довільною часовою залежністю [101], нехтуючи при цьому енергетичним внеском \vec{H} . Тоді густину енергії W можна визначити наступним чином:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \int_0^\infty \vec{E} (\vec{r}, t)^2 dt. \quad (3.9)$$

Користуючись властивостями перехідної функції LIRA, можемо обмежити область інтегрування за часом:

$$W = \frac{\epsilon_0 \mu_0 \mu}{2 \epsilon_0 \epsilon} \int_{ct_1}^{ct_0 + ct_3} (E_\rho^2 + E_\varphi^2) dt. \quad (3.10)$$

Вираз (3.10) справедливий для довільної часової залежності збуджувального струму. Скористаємося ним для визначення енергетичних характеристик перехідної функції, де часова залежність має вигляд функції Хевісайда $H(t)$:

$$W_{tr} = \frac{\epsilon_0 A_0^2 \mu_0 \mu}{8 \epsilon_0 \epsilon} \int_{ct_1}^{ct_3} (I_1^2 \cos^2 \varphi + (I_2 - I_1)^2 \sin^2 \varphi) dt. \quad (3.11)$$

Розглядаючи 3.11 для $\rho = 0$, помічаємо, що енергія випромінювання плаского диску, завжди лежить у наступних межах для сигналів з часовою залежністю $f(t)$ з областю значень $[-1, 1]$ та тривалістю τ_0 :

$$0 \leq W_{max} (\tau_0, f(t), \vec{r}) < \frac{\epsilon_0 \tau_0 R A_0^2 \mu_0 \mu}{32 \epsilon_0 \epsilon}, \quad (3.12)$$

де W_{max} – густини енергії, τ_0 – ефективна тривалість імпульсу за визначеною метрикою, A_0 – максимальна амплітуда сигналу, R – радіус апертури, а вираз $\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}$ – імпеданс середовища поширення хвилі.

На Рис. 3.2 зображені епюри поперечних розподілів густини енергії на відстані R від апертури LIRA при різній часовій залежності збуджувально-го струму. Сторони квадратних зрізів рівні та мають розмір $2R$. Як видно з рисунків, форма збудження має значний вплив на розподіл густини енергії у близькій зоні, де вклад нелінійної поправки найбільший, а отже поширення хвилі в нелінійному середовищі залежить від форми збуджувальногоного сигналу.

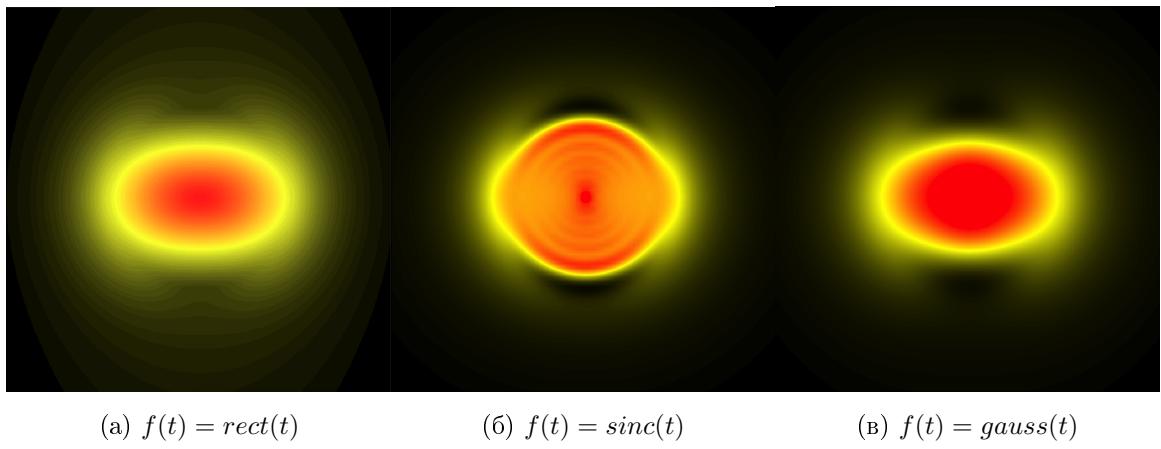


Рис. 3.2: Поперечний розподіл густини енергії поля LIRA з різними типами збуджень

Розглянемо збудження з часовою залежністю у вигляді $H(t)$. Для того, щоб оцінити межі області найбільшого впливу нелінійності на напруженість електромагнітного поля побудуємо поздовжній розподіл густини енергії.

На Рис. 3.3 зображені поздовжній розподіл густини енергії поля LIRA при часовій залежності збудження у вигляді $H(t)$ та фокальним радіусом 1 метр. Густину енергії побудовано в двох ортогональних площинах. З рисунків видно, що більша частина енергії зосереджена в прожекторній зоні поблизу до апертури ($z < 2R$) у фігури, що нагадує конус. Можна помі-

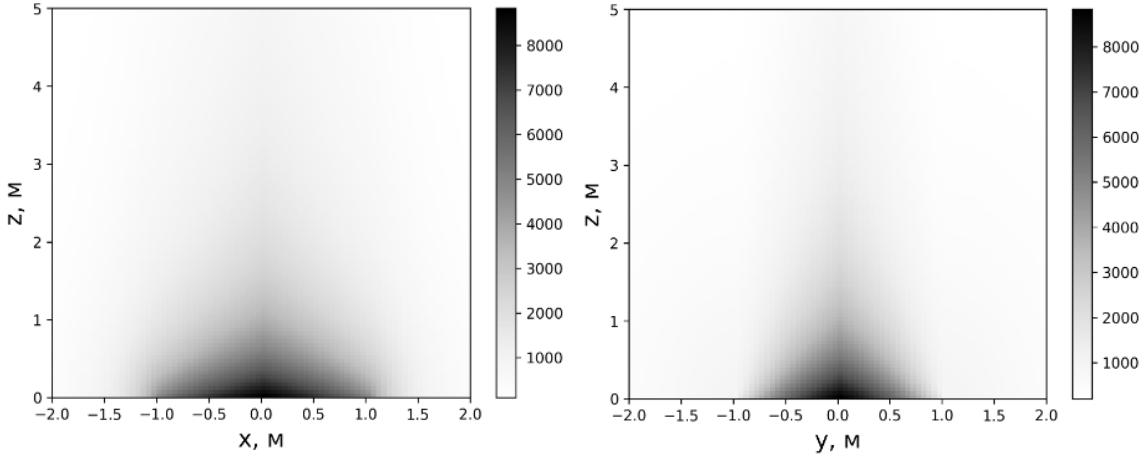


Рис. 3.3: Поздовжній розподіл густини енергії поля LIRA в перерізі площини OXZ (зліва) і в перепізі площини OYZ (зправа)

тити, що довкола осі випромінювання спостерігається промінь ширина та інтенсивність якого повільно зменшуються. Імовірно, це область, де може спостерігатись тривимірна солітоноподібна хвиля.

3.3. Перетворення мод керрівською нелінійністю

Застосуємо метод еволюційних рівнянь для розв'язання задачі випромінювання вторинним струмом (3.6). Для цього, спершу, запишемо модовий розподіл джерела, який є правою частиною рівняння Клейна-Гордона.

$$j_m = -\frac{\sqrt{\mu_0}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \rho d\rho e^{-im\varphi} \left(im \frac{J_m(\nu\rho)}{\rho\sqrt{\nu}} \frac{\partial j'_\rho}{\partial t} + \sqrt{\nu} \frac{J_{m-1}(\nu\rho) - J_{m+1}(\nu\rho)}{2} \frac{\partial j'_\varphi}{\partial t} \right)$$

Спершу, спростимо вираз j_m отримавши уявну область значень замість комплексної. Згрупувавши доданки за тригонометричними функціями, знайдемо інтеграли за азимутальним кутом φ , користуючись аналітичними інтегралами (Б.7), (Б.8), (Б.9), (Б.10). Отримаємо вирази для інтегралів від компонентів вектору вторинного нелінійного струму з ядром інтегралу у вигляді комплексної експоненти.

$$\begin{aligned}
& \frac{\epsilon_0 \chi_e^{(3)}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-im\varphi} \frac{\partial P'_\rho}{\partial t} = \frac{A_0^3 \epsilon_0 \chi_e^{(3)}}{64} \left(\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon} \right)^{3/2} \cdot \\
& \quad \cdot \left(3I_1^2 \frac{\partial I_1}{\partial t} (\delta_{m,-3} + \delta_{m,3} + 3\delta_{m,-1} + 3\delta_{m,1}) + \right. \\
& + (I_2 - I_1) (\delta_{m,1} + \delta_{m,-1} - \delta_{m,-3} - \delta_{m,3}) \left(\frac{\partial I_1}{\partial t} (I_2 - I_1) + 2I_1 \left(\frac{\partial I_2}{\partial t} - \frac{\partial I_1}{\partial t} \right) \right) \Big) \\
& \frac{\epsilon_0 \chi_e^{(3)}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{-im\varphi} \frac{\partial P'_\varphi}{\partial t} = -\frac{A_0^3 \epsilon_0 \chi_e^{(3)} i}{64} \left(\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon} \right)^{3/2} \cdot \\
& \quad \cdot \left(3(I_2 - I_1)^2 \left(\frac{\partial I_2}{\partial t} - \frac{\partial I_1}{\partial t} \right) (3\delta_{m,-1} - 3\delta_{m,1} - \delta_{m,-3} + \delta_{m,3}) + \right. \\
& \quad \left. + I_1 (\delta_{m,-1} - \delta_{m,1} - \delta_{m,3} + \delta_{m,-3}) \left(I_1 \left(\frac{\partial I_2}{\partial t} - \frac{\partial I_1}{\partial t} \right) + 2 \frac{\partial I_1}{\partial t} (I_2 - I_1) \right) \right)
\end{aligned}$$

Як видно з останніх виразів, інтегрування за кутом φ дає дискретний модовий розподіл вторинного струму. Також помічаємо, що у розподілах присутні лише моди з номерами ± 1 та ± 3 , а вклад вторинного струму в інші моди відсутній. Випишемо окремо кожну з ненульових мод розподілу вторинного струму. Для цього введемо нові змінні:

$$\alpha = 3I_1^2 \frac{\partial I_1}{\partial t}; \quad (3.13)$$

$$\beta = (I_2 - I_1) \left(\frac{\partial I_1}{\partial t} (I_2 - I_1) + 2I_1 \left(\frac{\partial I_2}{\partial t} - \frac{\partial I_1}{\partial t} \right) \right); \quad (3.14)$$

$$\gamma = 3(I_2 - I_1)^2 \left(\frac{\partial I_2}{\partial t} - \frac{\partial I_1}{\partial t} \right); \quad (3.15)$$

$$\lambda = I_1^2 \left(\frac{\partial I_2}{\partial t} - \frac{\partial I_1}{\partial t} \right) + 2I_1 \frac{\partial I_1}{\partial t} (I_2 - I_1). \quad (3.16)$$

Запишемо модовий розподіл струму через нові позначення. Спростивши вираз можна отримати:

$$j_1 = \frac{iA_0^3\sqrt{\mu_0}\epsilon_0\chi_e^{(3)}\sqrt{\nu}}{128} \left(\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}\right)^{3/2} \int_0^\infty \rho d\rho \cdot$$
(3.17)

$$\cdot \left(J_0(\nu\rho)(3\alpha + \beta + 3\gamma + \lambda) + J_2(\nu\rho)(3\alpha + \beta - 3\gamma - \lambda) \right)$$

$$j_{-1} = j_1 \quad (3.18)$$

$$j_{-3} = -\frac{iA_0^3\sqrt{\mu_0}\epsilon_0\chi_e^{(3)}\sqrt{\nu}}{128} \left(\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}\right)^{3/2} \int_0^\infty \rho d\rho \cdot$$
(3.19)

$$\cdot \left(J_4(\nu\rho)(\alpha - \beta + \gamma - \lambda) + J_2(\nu\rho)(\alpha - \beta - \gamma + \lambda) \right)$$

$$j_{-3} = j_3 \quad (3.20)$$

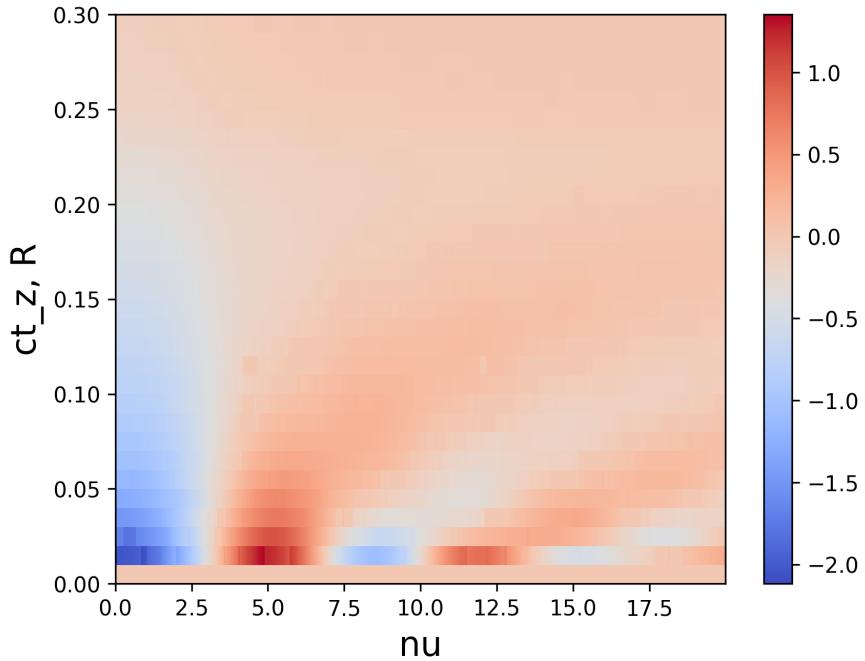


Рис. 3.4: Нормована швидкість зміни моди j_1 у часі

На Рис. 3.4 і на Рис. 3.5 зображене величину модового струму, нормовану на час j_m/ct для різних значень $ct - z$ та ν . j_m/ct нормування вибрано задля того, щоб зручно показати модовий струм, як функцію всіх його змінних на одному графіку. Якщо розглянути вторинне електричне поле

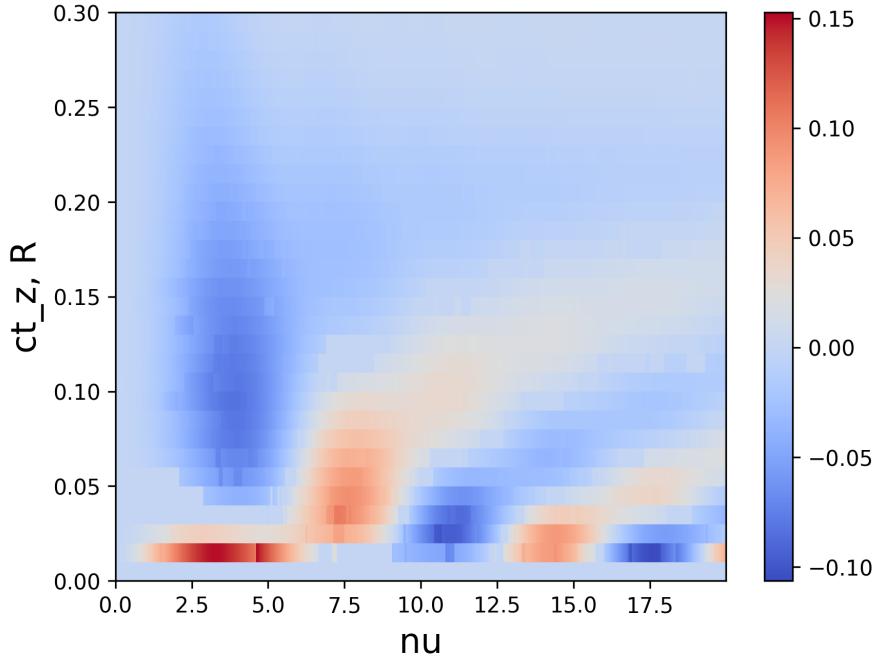


Рис. 3.5: Нормована швидкість зміни моди j_3 у часі

як суперпозицію двох окремих хвиль (з кутовою modoю $m = 1$ та $m = 3$), помічаємо, що внесок хвилі при $m = 1$ на порядок більший.

Для чисельного розрахунку невласного інтегралу по ρ , що міститься в модових розподілах струму j_m , зручно звузити межі інтегрування, користуючись областю визначення підінтегральної функції S_2 :

$$\left| \sqrt{v^2 t^2 - z^2} - R \right| \leq \rho \leq \sqrt{v^2 t^2 - z^2} + R. \quad (3.21)$$

Задля відокремлення розмірних коефіцієнтів перевизначимо модовий розподіл струму:

$$j_m = -\frac{i A_0^3 \sqrt{\mu_0} \epsilon_0 \chi_e^{(3)} \sqrt{\nu}}{128} \left(\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon} \right)^{3/2} \hat{j}_m. \quad (3.22)$$

Так як поздовжня компонента вторинного струму J_z відсутня, рівняння Клейна-Гордона відносно поздовжнього електричного еволюційного коефіцієнту є однорідним, що згідно методу функції Рімана дає нульовий розв'язок для цього коефіцієнту. Отже, як і у лінійному наближенні, еле-

ктромагнітне поле з урахуванням ефектів слабкої нелінійності залишається ТЕ типу:

$$e_n(z, t; \nu) = V_n^e(z, t; \nu) = I_n^e(z, t; \nu) = 0 \quad (3.23)$$

Виведення еволюційних коефіцієнтів починаємо з поздовжнього магнітного коефіцієнту h_m . Для розглянутої фізичної моделі ізотропного та стаціонарного середовища без втрат коефіцієнт h_m є розв'язком рівняння Клейна-Гордона. В лінійному випадку це рівняння містить електричну і магнітну сприйнятливості; для нелінійної нотації скористаємося поняттям ефективної сприйнятливості та методикою її врахування [102].

$$\frac{(\epsilon + \chi_e^{(3)})\mu}{c^2} \frac{\partial^2 h_m}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 h_m}{\partial z^2} + \nu^2 h_m = j_m(t', z'; \nu), \quad (3.24)$$

де $j_m(t', z'; \nu)$ – m-та мода дискретного розподілу стороннього джерела, $\chi_e^{(3)}$ – відносна нелінійна електрична сприйнятливість середовища при кубічній нелінійності, а величина $\epsilon + \chi_e^{(3)}$ в літературі зустрічається, як ефективна нелінійна Керрівська сприйнятливість [102]. Тоді, розв'язком (3.24) за методом функції Рімана буде (2.5) з ядром у вигляді функції Рімана

$$G(t, t', z, z') = \frac{v}{2} H(v'(t - t') - (z - z')) J_0 \left(\nu \sqrt{v'^2(t - t')^2 - (z - z')^2} \right),$$

де v' – швидкість світла в середовищі з урахуванням нелінійного Керрівського сповільнення

$$v' = \frac{c}{\sqrt{(\epsilon + \chi_e^{(3)})\mu}} = \left(\epsilon_0 (\epsilon + \chi_e^{(3)}) \mu_0 \mu \right)^{-1/2}. \quad (3.25)$$

Для отримання нелінійних поправок до напруженості електричного поля достатньо поперечного модового коефіцієнту V_m^h , який лінійно залежить від h_m

$$V_m^h = \frac{iA_0^3\epsilon_0\chi_e^{(3)}}{2^8} \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\epsilon + \chi_e^{(3)}}} \left(\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}\right)^{3/2} \sqrt{\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\infty dz' \int_0^{v't-z+z'} dt' J_0 \left(\nu \sqrt{v'(t-t')^2 - (z-z')^2}\right) \hat{j}_m(vt', z') \quad (3.26)$$

Тепер, користуючись правилом інтегрування Лейбніца [95], спростимо отриманий вираз, взявши аналітично похідну за часом:

$$V_m^h = \frac{iA_0^3\epsilon_0\chi_e^{(3)}}{2^8} \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\epsilon + \chi_e^{(3)}}} \left(\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}\right)^{3/2} \sqrt{\nu} \int_0^\infty dz' \cdot \left\{ J_0 \left(\nu \sqrt{2v't(z+z') - 2z^2}\right) \hat{j}_m(v't - z + z', z') - \right. \\ \left. - \nu \int_0^\infty v'(t-t') \frac{J_1 \left(\nu \sqrt{v'(t-t')^2 - (z-z')^2}\right)}{\sqrt{v'(t-t')^2 - (z-z')^2}} \hat{j}_m(v't', z') dt' \right\} \quad (3.27)$$

$$V_m^h = \frac{iA_0^3\epsilon_0\chi_e^{(3)}}{2^8} \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\epsilon + \chi_e^{(3)}}} \left(\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}\right)^{3/2} \sqrt{\nu} \hat{V}_m^h \quad (3.28)$$

Як видно з (3.27), функція $V_m^h(\nu; z, t)$ парна відносно порядкового номеру моди, тому:

$$V_1^h = V_{-1}^h \quad (3.29)$$

$$V_3^h = V_{-3}^h \quad (3.30)$$

3.4. Числове моделювання нелінійного поля

Для розв'язання задачі випромінювання у вільний простір, згідно методу модового базису, необхідно підставити в розклад компонентів поля знайдені еволюційні коефіцієнти. Як було доведено в (3.23), всі електричні

еволюційні коефіцієнти нульові, а отже, за визначенням поздовжня електрична компонента відсутня як і у лінійному випадку:

$$E'_z = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \chi^2 d\chi e_n(\nu|v't, z) \Phi_n(\nu|\rho, \phi) = 0, \quad (3.31)$$

де Φ_n – базисна функція розкладу [55].

З (3.31) очевидно, що пласка ТЕ хвиля залишається ТЕ при поширення крізь нелінійне середовище при слабких ефектах самодії навіть при нестационарному збудженні.

Поперечні електричні компоненти поля, в свою чергу, визначені наступним розкладом [103]:

$$\vec{E}_{\perp} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0}} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\nu V_m^h [\nabla_{\perp} \Psi_m \times \vec{z}_0] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi V_n^e \nabla_{\perp} \Phi_n \right), \quad (3.32)$$

де Ψ_m та Φ_n є базисні функції розкладу поля, а V_m^h та V_n^e - еволюційні коефіцієнти, відомі з виразів (3.23) та (3.27). Користуючись властивостями симетрії (3.29) та (3.30), не важко помітити, що

$$E'_{\rho} = \frac{2i \cos \varphi}{\sqrt{\epsilon_0}} \int_0^{\infty} \sqrt{\nu} d\nu V_1^h \frac{J_1(\nu\rho)}{\nu\rho} + \frac{6i \cos 3\varphi}{\sqrt{\epsilon_0}} \int_0^{\infty} \sqrt{\nu} d\nu V_3^h \frac{J_3(\nu\rho)}{\nu\rho}. \quad (3.33)$$

Тепер, користуючись раніше введеним нормуванням еволюційного коефіцієнта (3.28), запишемо вираз для нелінійної поправки до напруженості електричного поля E'_{ρ} в зручному для порівняння з лінійним наближенням (2.10) вигляді:

$$E'_{\rho} = -\frac{\epsilon_0 \chi_e^{(3)} A_0^3 v'}{2^7 v} \left(\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon} \right)^2 \left(\hat{E}_{\rho}^{(1)} \cos \varphi + \hat{E}_{\rho}^{(3)} \cos 3\varphi \right), \quad (3.34)$$

де відношення $v'/v < 1$ є амплітудним коефіцієнтом що залежить від сповільнення хвилі при врахування нелінійності Керра - функція, подібна за

змістом та значенням до інтегральних виразів I_1 та I_2 з розв'язку у наближенні лінійного поширення (2.10):

$$\hat{E}_\rho^{(m)} = \hat{E}_\rho^{(m)}(vt, \rho, z) = \int_0^\infty \nu d\nu \frac{m J_m(\nu\rho)}{\nu\rho} \hat{V}_m^h(\nu|vt, \rho, z). \quad (3.35)$$

Також серед множників помічаємо квадрат імпедансу вільного простору $(\mu_0\mu)/(\epsilon_0\epsilon)$, куб максимальної амплітуди нестационарного струму збіження A_0^3 та абсолютну нелінійну сприйнятливість $\epsilon_0\chi_e^{(3)}$.

З виразу (3.34) добре видно один з проявів амплітудної самодії електромагнітного випромінювання. Як видно з лінійного розв'язку, збільшення коефіцієнту заломлення середовища «розтягує» нестационарний імпульс. Іншим проявом керрівської нелінійності в виразі (3.34) є поява амплітудного множника, що залежить від швидкості розповсюдження хвилі в середовищі. Варто зазначити, що цей ефект малозначний та складає лише 0.01% від поля поправки, а тому ним можна знехтувати в випадку, що розглядається. Варто перевірити його внесок при сильній нелінійній самодії. Даний ефект можна сприймати як поправку до імпедансу вільного простору при врахуванні нелінійної сприйнятливості третього порядку:

В компоненті $\hat{E}_\rho^{(m)}$, як і в інших компонентах поля енергія розподіляється поміж чотирьох мод $m = \{\pm 1, \pm 3\}$. Поява мод вищих порядків викликає відтік енергії на паразитні пелюстки діаграми діаграми напрямленості по азимутальному куту φ . Тобто, як видно з (3.34), окрім кутової залежності $\cos \varphi$ з'являється ще і $\cos 3\varphi$. Цікаво, що такий самій ефект спостерігається і при поширенні пласких хвиль з урахуванням керрівської слабкої нелінійності [104].

$$\frac{v'}{v} \left(\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon} \right)^2 = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0 (\epsilon + \chi_e^{(3)})}} \sqrt[3]{\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}}$$

Розв'язок відносно нелінійної поправки (3.34) містить кутову залежність

та константні коефіцієнти в явному вигляді. Залежність від інших $v't, \rho, z$ змінних приховано в невласному кратному інтегралі дійсної області значень $\hat{E}_\rho^{(m)}$:

$$\begin{aligned} \hat{V}_m^h = & \int_0^\infty dz' \left\{ J_0 \left(\nu \sqrt{2v't(z+z') - 2z^2} \right) \int_0^\infty \rho' d\rho' f(\rho', v't - z + z', z') - \right. \\ & \left. - \nu \int_0^\infty dv' t' v(t-t') \frac{J_1 \left(\nu \sqrt{v'(t-t')^2 - (z-z')^2} \right)}{\sqrt{v'(t-t')^2 - (z-z')^2}} \int_0^\infty \rho' d\rho' f_m(\rho', v't', z') \right\}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

де $f(\nu|v't', \rho', z')$ - лінійна комбінація функцій виду $I_i I_j \frac{\partial I_i}{\partial v t}$ введених раніше (3.13) - (3.16), як $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$:

$$\begin{aligned} f_1(\nu|v't', \rho', z') = & J_0(\nu\rho')(3\alpha + \beta + 3\gamma + \lambda) + \\ & + J_2(\nu\rho')(3\alpha + \beta - 3\gamma - \lambda); \end{aligned} \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} f_3(\nu|v't', \rho', z') = & J_2(\nu\rho')(\alpha + \beta + \gamma - \lambda) + \\ & + J_4(\nu\rho')(\alpha - \beta - \gamma + \lambda). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Інтегрування за штрихованими змінними є математичною формалізацією суперпозиції поля точкових джерел розподілених по близькій зоні апертури в межах $0 \leq \rho' \leq \rho$, $0 \leq z' \leq z$ та $0 \leq t' \leq t$. Користуючись цим, а також областю визначення підінтегральних функцій та принципом причинності функції Рімана $v'(t-t') - (z-z') > 0$, можна обмежити область інтегрування в останньому виразі:

$$0 \leq v't' \leq v't - z + z'; \quad (3.39)$$

$$0 \leq z' \leq \min(z, 2R), \quad (3.40)$$

де верхня межа значень z' також обмежена за рахунок попереднього аналізу енергетичних властивостей випромінювання в близькій зоні. Також, для

окремих інтегралів за змінними ρ' область інтегрування буде різною. Для інтегралу в першому доданку (3.36)

$$\left| \sqrt{v'^2 t'^2 - z'^2} - R \right| \leq \rho' \leq \sqrt{v'^2 t'^2 - z'^2} + R, \quad (3.41)$$

а в другому при $vt' = vt - z + z'$, відповідно:

$$\left| \sqrt{(v't - z)(v't - z + 2z')} - R \right| \leq \rho' \leq \sqrt{(v't - z)(v't - z + 2z')} + R. \quad (3.42)$$

Аналітичний розрахунок нормованого еволюційного коефіцієнту \hat{V}_m^h є недоцільним та може виявитись взагалі неможливим, тому залишаються лише числові квадратурні методи, які дадуть гарну точність в випадку, кратних визначеніх інтегралів. Зовнішнім інтегралом в (3.34) є інтеграл за неперервним спектральним параметром ν . На жаль, фізичного обґрунтування для обмеження цієї області інтегрування немає, а отже, доцільно розділити чисельне розв'язання на два етапи:

1. числовий розрахунок нормованого еволюційного коефіцієнту \hat{V}_m^h для деякої обмеженої зверху області значень параметру ν ;
2. аналіз частотних характеристик під-інтегральної функції за ν та обмеження області інтегрування на основі аналізу, що дозволить розрахувати абсолютну похибку чисельного методу.

Замість евристичного аналізу, можна застосувати ітеративним метод квадратурного інтегрування, де верхня межа інтегрування визначається шляхом мінімізації відхилень значень інтегралу на сусідніх ітераціях.

На Рис. 3.6–3.9 зображено чисельно розрахований нормований еволюційний коефіцієнт \hat{V}_m^h як функцію спектрального параметру ν для окремих точок модового розкладу розподілу вторинно струму. Енергія отриманого поля-поправки для перехідної функції кругової апертури розподіляється поміж двох значень дискретного спектрального параметру $m = \{1, 3\}$,

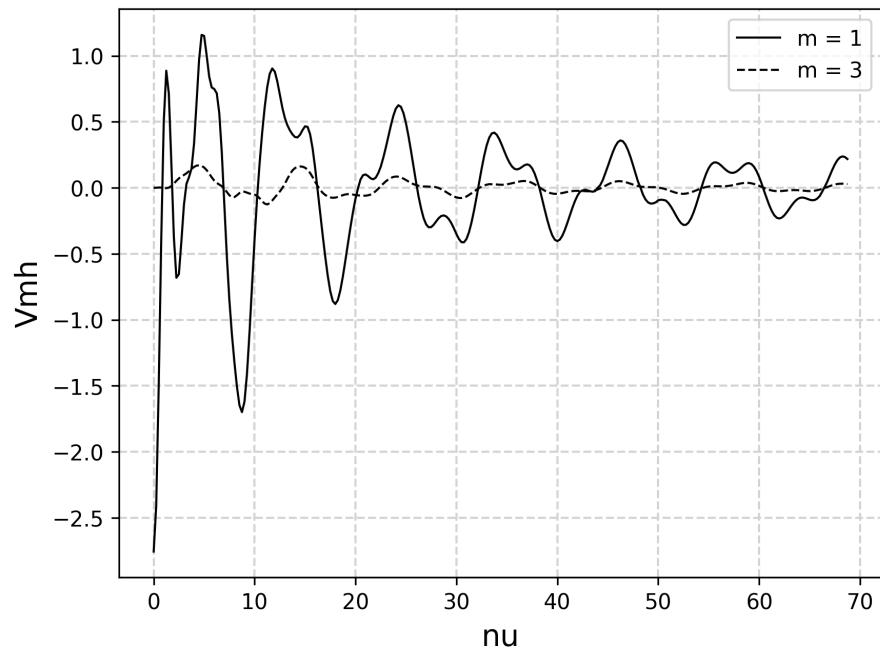


Рис. 3.6: Нормований еволюційний коефіцієнт \hat{V}_m^h для різних m при
 $v't' = 2.05, z' = 2.$

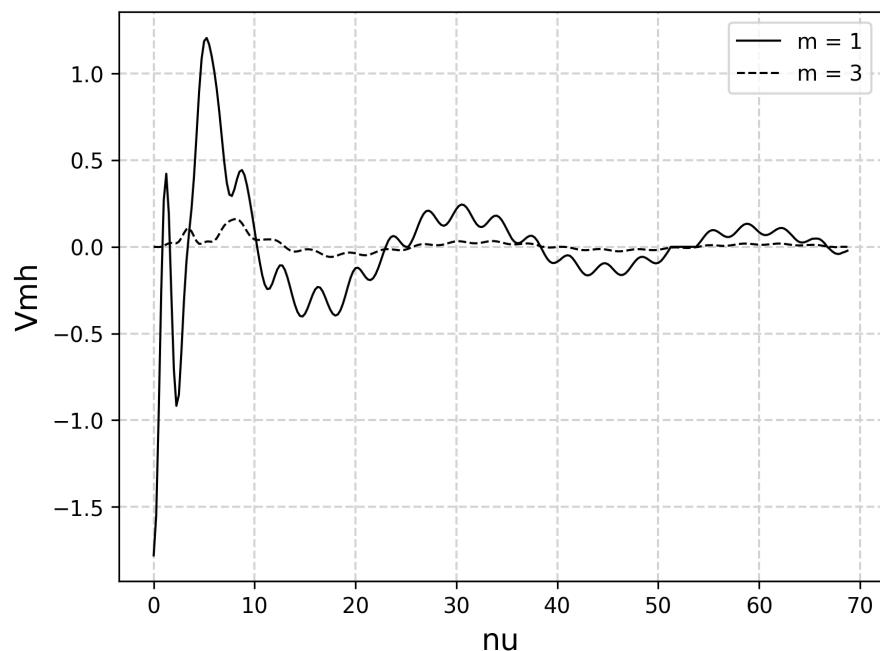


Рис. 3.7: Нормований еволюційний коефіцієнт \hat{V}_m^h для різних m при
 $v't' = 2.15, z' = 2.$

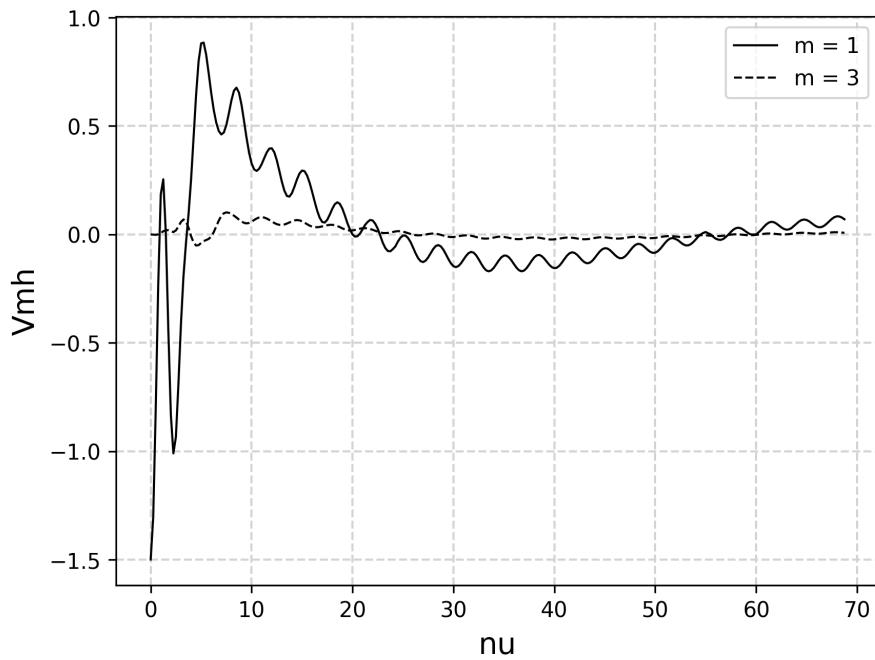


Рис. 3.8: Нормований еволюційний коефіцієнт \hat{V}_m^h для різних m при
 $v't' = 2.20, z' = 2.$

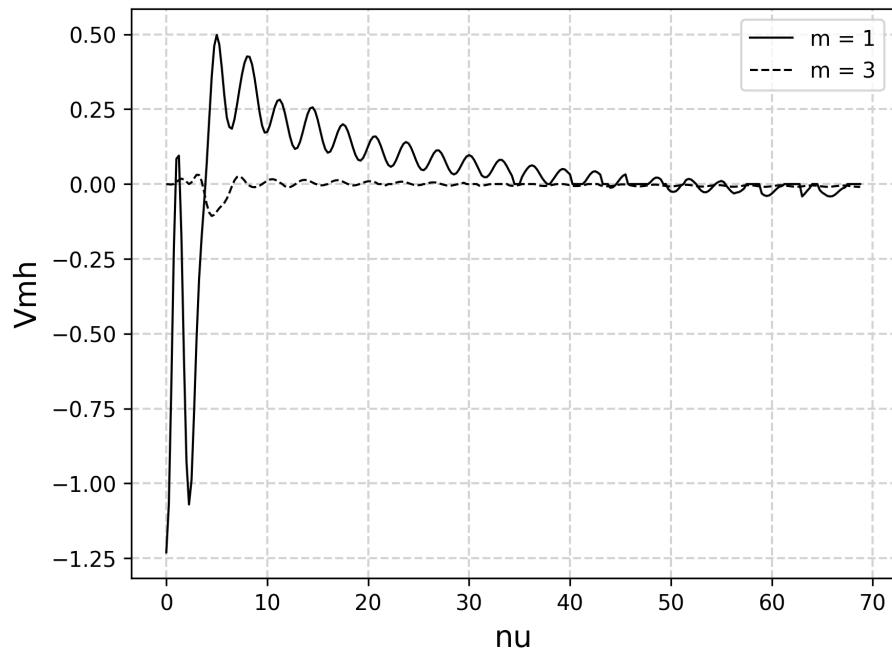


Рис. 3.9: Нормований еволюційний коефіцієнт \hat{V}_m^h для різних m при
 $v't' = 2.25, z' = 2.$

отже на графіку зобразимо нормований еволюційний коефіцієнт \hat{V}_m^h для кожного з них.

З графіків спостерігаємо на порядок менший енергетичний внесок може бути $m = 3$, що у купі з відсутністю механізму міжмодового переходу енергії для даного типу хвилі дозволяє спростити вираз нелінійної поправки захтувавши внеском моди $m = 3$. На графіках спостерігається чітка певнорідність еволюційного коефіцієнту відносно ν . На відміну від лінійного випадку спостерігається перемноження періодів коливань, тобто замість одного періоду $v^2 t^2 - z^2$ отримаємо ще і його квадрат. Відметімо, що при віддалені від події джерела більший період коливання зростає, а амплітуда коливань зменшується при великих значеннях ν . Тоді, можна стверджувати, що даний інтеграл сходиться в довільній точці спостереження та числовий розрахунок поля-поправки спрошується.

Застосуємо аналогічний підхід для виведення поправки до φ проекції вектору напруженості електричного поля:

$$E'_\varphi = \frac{\epsilon_0 \chi_e^{(3)} A_0^3}{2^7} \frac{v_{NL}}{v_{LN}} \left(\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon} \right)^2 \left(\hat{E}_\varphi^{(1)} \sin \varphi + \hat{E}_\varphi^{(3)} \sin 3\varphi \right) \quad (3.43)$$

де

$$\hat{E}_\varphi^{(m)}(vt, \rho, z) = \int_0^\infty \nu d\nu V_m^h(\nu | vt, \rho, z) (J_{m-1}(\nu \rho) - J_{m+1}(\nu \rho)) \quad (3.44)$$

Для аналізу та порівняння з лінійним розв'язком зручно перейти до декартових проекцій вектору напруженості, тоді

На Рис. 3.10–3.11 зображено поправку до переходної функції плаского диску, що враховує слабку нелінійну взаємодію поля з середовищем в двох точках на осі випромінювання $z = 2R$ та $z = 3R$. З графіків видно, що дисперсія імпульсу зменшується, а крутизна його фронтів і максимальна амплітуда зростають. Цей ефект відомий в літературі, як ефект нелінійного

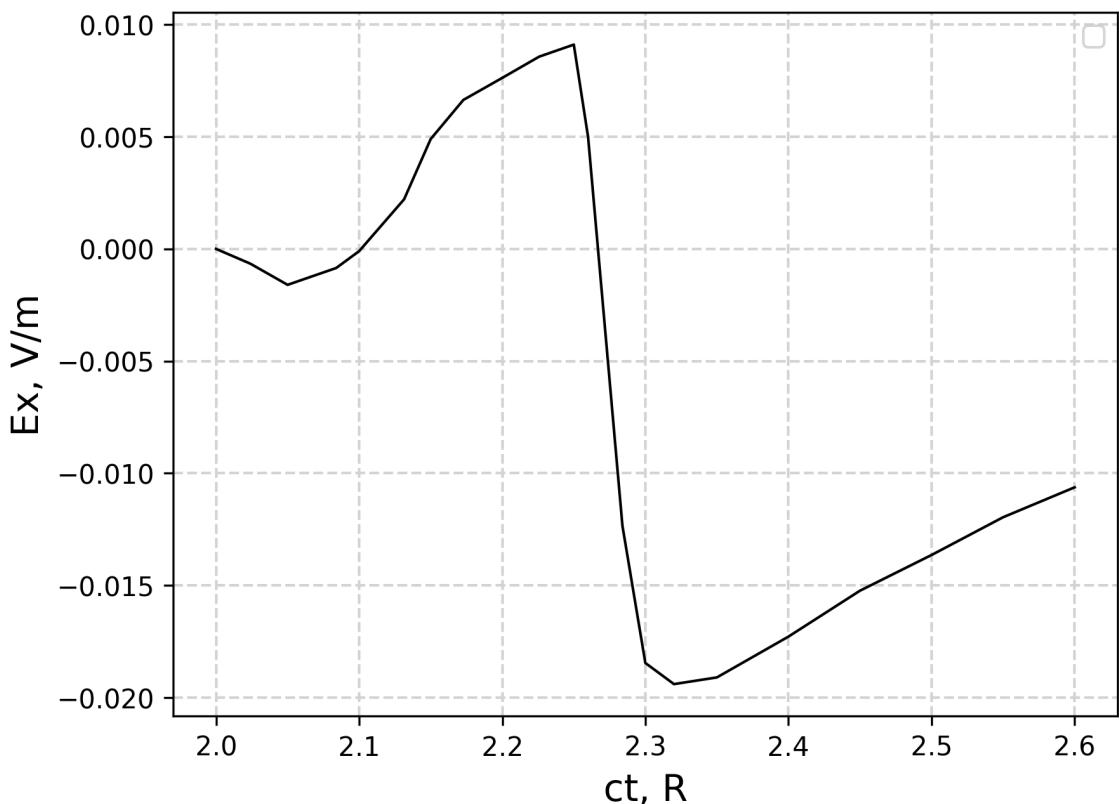


Рис. 3.10: Нелінійна поправка до поля в точці спостереження $z = 2$.

самофокусування імпульсу.

На графіках поправки до лінійного поля (Рис. 3.10 та Рис. 3.11) можна помітити, що амплітуда зростає з віддаленням точки спостереження від плаского диску електричного струму. Це можна пояснити нехтуванням дисипативними і дисперсійними властивостями середовища. Також, важливим фактором стало те, що джерело поля не диск, а просторовий розподіл електричного струму, в межах якого розташовано точки спостереження. Нагадаємо, що просторово розподіл вторинного електричного струму штучно обмежено областю концентрації енергії. З огляду на зроблені спрощення, припустимо, що на нескінченості амплітуда поля зменшується і закон збереження енергії не порушується.

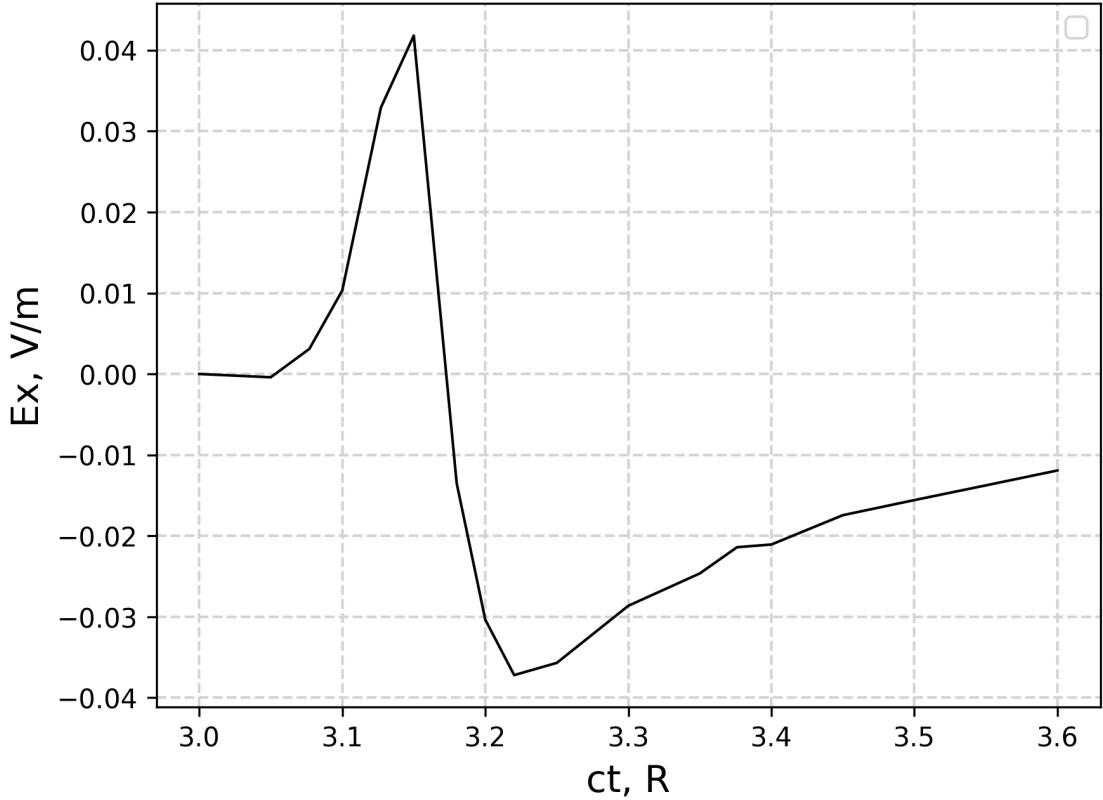


Рис. 3.11: Нелінійна поправка до поля в точці спостереження $z = 3$.

3.5. Узагальнення для слабкої нелінійності

Опираючись на геометрію джерела та на властивості модового базису, можна довести, що

$$\hat{E}_\rho^{(1)} = \int_0^\infty \nu d\nu \frac{J_1(\nu\rho)}{\nu\rho} \hat{V}_1^h \approx \int_0^\infty \nu d\nu \frac{J_1(\nu\rho)}{\nu\rho} \frac{J_1(\nu R) J_0(\nu \sqrt{v^2 t^2 - z^2})}{\nu} = I_1, \quad (3.45)$$

отже компонент з лінійною залежністю від кута, повторює за формою імпульс, отриманий у лінійному наближенні, та менший за амплітудою на декілька порядків, а отже, його внеском можна знехтувати.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon + \chi_e^{(2n+1)}}} = 1$$

$$E'_\rho = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\epsilon_0 \chi_e^{(2n+1)} A_0^{2n+1}}{4^{2n+1}} \left(\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon} \right)^{n+1} \hat{E}_\rho^{(2n+1)} \cos(2n+1)\varphi$$

Висновки до розділу 3

Описано підхід до отримання значень електромагнітного поля в слабонелінійному середовищі. Отримано та проаналізовано розв'язок задачі випромінювання нестационарного імпульсного поля, що породжено пластиковим диском з рівномірно розподіленим електричним струмом в наближені слабкої нелінійності. Хоча сам розв'язок представлений тільки у вигляді кратного інтегралу від циліндричних функцій, проведено числовий розрахунок напруженості поля.

Застосований підхід дозволив зафіксувати ефекти механізму нелінійної керрівської взаємодії поля з середовища поширення, що пов'язані з відтоком енергії до мод вищих порядків.

Так як існуючі розв'язки задачі в лінійному наближені не задовольняли постанові задачі, для розв'язання в нелінійному наближенні методом теорії збурень застосовано аналітичний розв'язок, що отримано в минулому розділі.

Результати цього розділу відображені в роботах автора [4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14].

РОЗДІЛ 4

ПЕРЕДАЧА ІНФОРМАЦІЇ У ЧАСОВОМУ ПРОСТОРИ КОРОТКОІМПУЛЬСНИМИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМИ ПОЛЯМИ

4.1. Основи класичного імпульсного радіо

Новою сферою застосування послідовної надширокосмугової радіоелектроніки (DS-UWB) сьогодні стає інтернет речей. Основними чинниками для цього стали високий рівень інформаційної безпеки, порівняно низький рівень споживання електроенергії та стійкість до вузькосмугових завад. В задачах інтернету речей, робота таких пристройів на маленькій відстані є, скоріш, перевагою, а ніж недоліком через зменшення радіо-забруднення приміщення.

Принцип роботи сучасного надширокосмугового імпульсного радіо послідовної передачі (без застосування стробоскопічного принципу) [105] можна узагальнити наступною функціональною схемою (Рис. 4.1). Відзначимо, що згадана схема застосується як для задач комунікації так і локації і зондування.

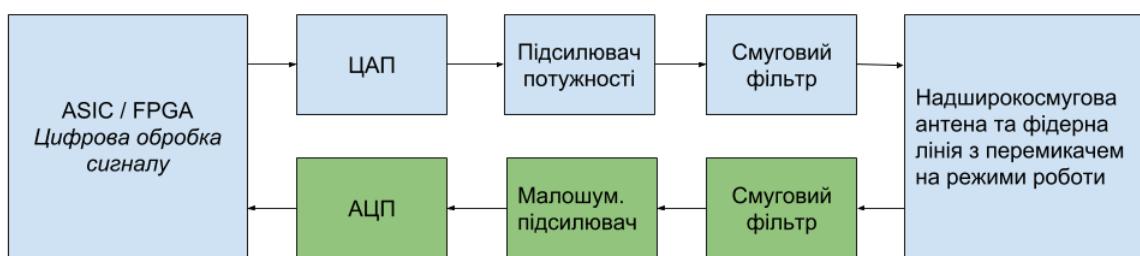


Рис. 4.1: Класична схема імпульсного радіо

Процес перетворення прийнятної імпульсної електромагнітної хвилі в фідерній системі в сигнал у дроті узагальнюють, як масштабно-часове перетворення, яке може бути технічно реалізовано у різний спосіб [106]. Існуючі принципи аналогової обробки прийнятого імпульсного радіосигналу успадковані від схемотехніки, що використовувались для гармонійних сигналів [107]: для обробки отриманого з антени електричного струму використовується послідовна фільтрація та підсилення з подальшим оцифруванням за допомогою АЦП і цифрової обробки в модулях FPGA (Рис. 4.1). Серед методів обробки сигналу в модулях FPGA, з лінійною складністю по часу можна виділити сімейство методів корелятивного порівняння, що базується на фільтрі Калмана. Ці методи, фактично, порівнюють отриманий сигнал з еталонним і надають коефіцієнт відповідності, чого достатньо для бінарної класифікації наявності сигналу.

Кожен з послідовних етапів аналогової обробки, направлений на покращення окремої характеристики сигналу, неминуче впливає і на інші його характеристики, що накопичує похибку та губить частину інформації про сигнал та про шум:

1. лінійне покращення співвідношення сигнал-шум (фільтрація), на практиці, має незначний нелінійний вплив на інші характеристики НШС сигналу, наприклад, крутизну імпульсу;
2. квазі-лінійне підсилення незначним чином впливає на форму імпульсу за рахунок нелінійності амплітудно-частотної характеристики, а також підсилює артефакти завад;
3. аналогово-цифрове перетворення сигналу губить частину інформації про надширокосмуговий шум через дискретизацію, яка може не відповідати критеріям Найквіста.

Таким чином, на числову обробку потрапляє дещо видозміненій від початкового сигнал. Також сам алгоритм числової обробки в модулі FPGA, зазвичай, вибирається простим, через необхідність обробки сигналу в квазі-

реальному часі. Крім того, використання функціональної схеми на Рис. 4.1 для послідовного викремлення корисної інформації з сигналу супроводжується втратою можливості для врахування природи поширення імпульсних електромагнітних хвиль:

1. в близькій зоні антени форма сигналу сильно залежить від напрямку спостереження [1, 58, 57], що призводить до зниження точності роботи радіосистем, які не враховують особливості поширення хвиль, а спираються лише на форму отриманих сигналів;
2. спостерігається погіршення якості роботи радіо-обладнання через невраховану нелінійну природу поширення імпульсних хвиль в просторі та в компонентах антено-фідерної системи [86].

Імпульсні надширокосмугові радіотехнічні пристрої мають теоретичні переваги над вузькосмуговими в плані інформаційної ємності [108], але на практиці, не вдається використовувати ці переваги повною мірою через описані складності обробки надширокосмугових сигналів.

4.2. Імпульсний радіоприймач на базі апаратної нейронної мережі

Всі задачі випромінювання, поширення чи дифракції хвилі формалізуються у вигляді деяких параметричних рівнянь відносно компонентів струму чи компонентів поля. Коли аналітичне розв'язання такого рівняння знайти не вдається, а числовий метод розв'язання має значну обчислювальну складність, доцільно використати штучні нейронні мережі (ШНМ) прямотого поширення, графові моделі машинного навчання або імпульсні нейронні мережі у купі з методами їх навчання для пошуку розв'язків.

Рівень оптимізації сучасних програмних інструментів машинного навчання, таких як CUDA та Tensorflow, а також рівень розвитку апаратних інструментів GPU/ASIC дозволяють аналізувати цифрові часові послідов-

ності за час порядку десятків мілісекунд, що дозволяє використовувати такі інструменти при роботі з сигналом у квазі-реальному часі, опрацьовуючи сигнал після АЦП. Недоліком такого методу може стати висока ціна кінцевих виробів, а також високий рівень споживання енергії. З іншого боку, галузь що швидко розвивається - аналогові штучні нейронні мережі виконані за технологією CMOS. На такі пристрой можна подати сигнал напряму з антенно-фідерної системи. Такі пристрой вже широко застосовуються радіотехніками в галузі когнітивного радіо [109], а також адаптивних вузькосмугових антенних систем [110]. В цих задачах, апаратні ШНМ мере жі використовується для оптимізації деяких параметрів прийому-передачі сигналу в режимі реального часу.

Останнім часом, технічний розвиток в галузі апаратних штучних нейронних мереж дозволив втілювати їх різноманітні топологічні особливості в електронних аналогових пристроях (Рис. 4.2). Проаналізуємо можливість застосування цих технологій для задач класифікації отриманого сигналу (sequence-to-label) та визначення його присутності в кожен момент часу (sequence-to-sequence). Результат розв'язання таких задач аналізу даних дозволить оцінити практичну цінність застосування нейронних мереж в різних задачах прикладної електродинаміки: радіолокації, телекомунікації, вимірювання, зондування тощо.

Важливим напрямком розвитку CMOS технології для покращення технічних характеристик імпульсного радіо стає зменшення техпроцесу. Нарazі існують готові прилади CMOS LSTM з техпроцесом 180нм. Використанням техпроцесу 5нм, що активно розвивається, можна збільшити швидкість обробки сигналів у порівнянні з класичними схемами імпульсного радіо з аналогічною цифровою обробкою у 10^8 разів також зменшивши рівень споживання енергії.

Штучна нейронна мережа тут є електричним колом, внутрішня передавальна функція якого визначається лінійною комбінацією деякого набо-



Рис. 4.2: Схема імпульсного радіо на нейронній схемотехніці

ру матричних характеристик, які визначаються різноманітними методами оптимізації. Таким чином, задача обробки прийнятого радіосигналу зводиться до пошуку необхідних матричних параметрів. Для цього гарно підходять градієнтні методи навчання з учителем, де конкретна імплементація процесу тренування та набір тренувальних даних залежатиме від типу задачі, що розв'язується.

В якості нейронної архітектури для кіл обробки радіосигналу розглянемо схему encoder-decoder [111]. В цій архітектурі нейронна мережа топологічно розбивається на дві частини. Перша частина трансформує вхідну часову послідовність в деякий набір параметрів, які однозначно характеризують вхідний сигнал. Тобто, енкодер проектує вхідний сигнал на деякий ознаковий простір. Друга частина мережі, декодер, перетворює набір ознак в ту якісну або кількісну характеристику, яку передбачає постанова задачі. Наприклад, для задачі телекомуникації – це інформаційне повідомлення, або для радарної задачі – це положення та тип цілі. Такий підхід забезпечить повторне використання попередньо навчених енкодерів для різноманітних задач радіофізики, які виконують роль врахування фізичної моделі поширення хвиль у вільному просторі та в антенно-фідерній системі. Технічна можливість додати декілька різних декодерів в електричні кола радіоприймальної схеми зробить цю концепцію промислово придатною.

Вихідний сигнал, що продукує апаратна нейронна мережа, визначає-

ться активаційною функцією вихідного нейрону. Цифровий вихідний сигнал можна отримати ступеневою активаційною функцією (персептрон Розенблата) та зручно використовувати описаний пристрій, як мереживний інтерфейс комп'ютера чи джерело керуючого сигналу для робототехніки.

На Рис. 4.3 зображено принципову схему процесу виокремлення корисної інформації, що переноситься надширокосмуговою електромагнітною хвилею.

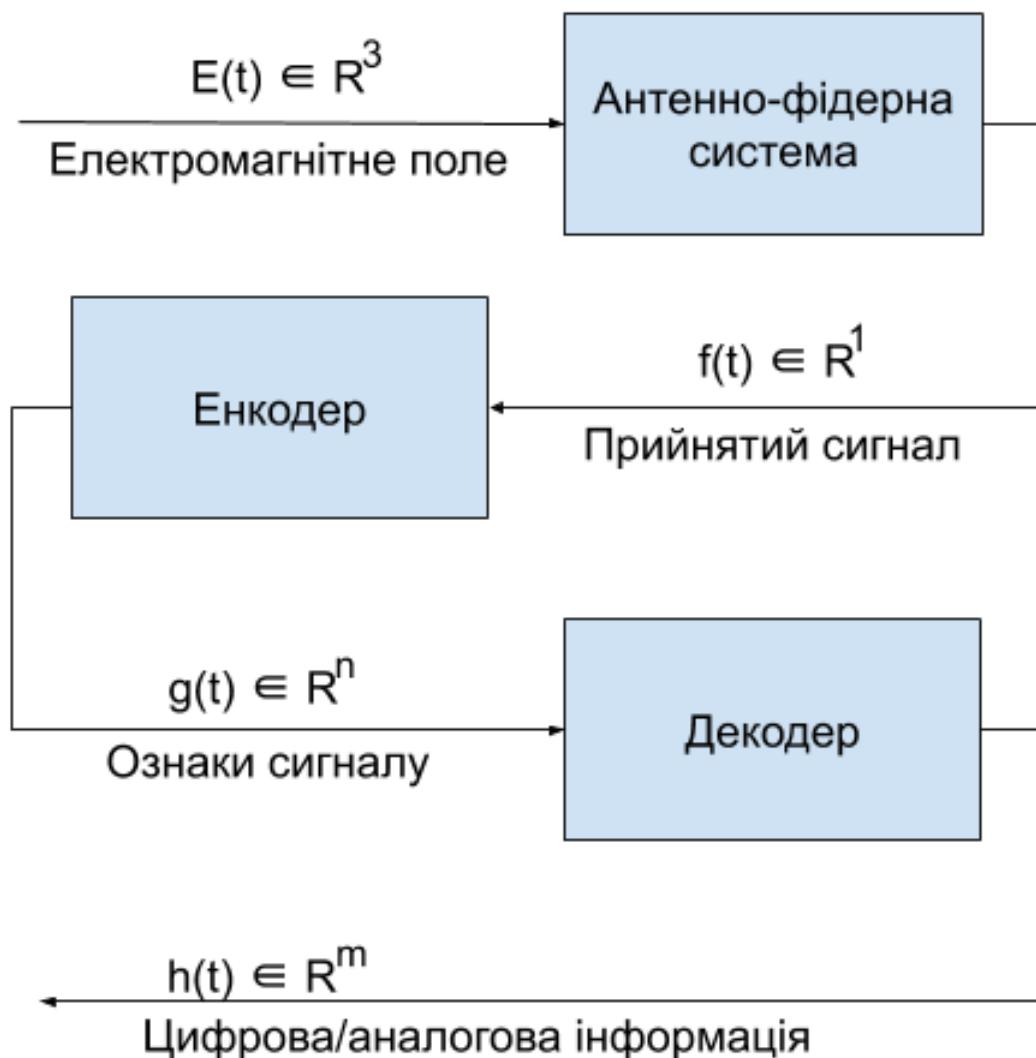


Рис. 4.3: Виокремлення корисної інформації нейронним радіо

Прикладом застосування аналогових нейронних мереж у радіо є покращення характеристик роботи CDMA телефонії, шляхом послідовної лі-

нійної фільтрації з подальшою обробкою повнозв'язною аналоговою нейронною мережею прямого поширення [112]. Принципова відмінність нейронного радіо від прототипу полягає у відмові від обробки кожної характеристики сигналу окремо, і делегації його аналізу, як цілого, пристрою, системотехніка якого реалізує деякий математичний граф. В досліджені [113] задачу розрізnenня збуджень різного типу вирішують за допомогою лінійного фільтру і, як буде показано далі, цю ж задачу краще розв'язує енкодер штучної нейронної мережі за рахунок врахування складної природи поширення імпульсних електромагнітних хвиль.

Як і класична схема імпульсного радіо, запропонована схема передбачає можливість застосовувати одну і ту ж антенну для передачі та прийому сигналу. Також використання нейропроцесору не виключає застосування традиційних методів аналогової обробки: підсилення, фільтрація.

Важливим аспектом є те, що використання ПЗУ дозволить програмувати нейронний процесор шляхом встановлення нових параметрів аналогових нейронів керуючими напругами, що дає змогу змінювати технічні характеристики пристрій без втручання в його схемотехніку. Але практика не завжди потребує такої гнучкості: частіше, для всього періоду використання вбудованої електроніки, її призначення та порядок роботи залишаються постійним, а отже керуюча напруга може задаватись резисторами, що значно здешевить пристрій.

Порівняння рівня споживання електроенергії аналогового нейропроцесора та аналогічного цифрового пристрою GPU/ASIC [114] показало кращу енергоефективність для першого. Відтак, використовуючи аналогового нейропроцесор замість АЦП та FPGA можна скоротити споживання енергії надшироосмуговим радіо.

4.3. Формування тренувальних даних для нейронного радіо

Розглянемо задачу односторонньої передачі інформації через нейронне радіо. В якості передавальної антени розглядається антена типу LIRA. Для спрощення, в якості приймальної антени розглянемо ідеальний надширокосмуговий вимірювач напруженості електричного поля, який не змінює форму отриманого сигналу, тобто гарантує відсутність впливу приймальної антени на форму отриманого сигналу. Сигнал з приймальної антенно-фідерної системи подається на деяку апаратну нейронну мережу. Напруженість електричного поля, породженого випромінюванням антеною \vec{E}_{tx} , можна визначити в довільній точці спостереження при довільному збудженні з урахуваннями ефектів близької зони, користуючись згорткою (2.24) по перехідній функції \vec{E}_0 . Тоді, отриманий з антенно-фідерної системи сигнал, буде пропорційний до компонентів напруженості електричного поля випромінювальної антени. Здійснюючи гіпотетичне вимірювання в такій площині, що спостерігається OX компонента напруженості поля, а приймальна лінія ідеально узгоджена і немає втрат, отриманий сигнал матиме вигляд:

$$f_{rx}(\vec{r}, t) = \int_0^t \frac{df_{tx}}{d\tau} \vec{E}_0(\vec{r}, t - \tau) d\tau, \quad (4.1)$$

де \vec{E}_0 - перехідна функція передавальної антени типу LIRA, а $f_{tx}(t)$ - форма сигналу, що збуджує передавальну антenu.

Метою даного моделювання є пошук оптимальної нейронної архітектури, а також її вагових коефіцієнтів, що дозволить співвіднести прийнятий сигнал з деяким типом збудження на передавачі в умовах завад, та з урахуванням деяких ефектів близької зони.

Тренувальний набір даних для цієї задачі складатиметься з пар часових послідовностей - струм збудження передавальної антени $f_{tx}(t)$ та

струм, що буде отримано приймачем $f_{rx}(t)$ при різних його розташуваннях \vec{r} відносно системи координат передавача, введеної як на Рис. 2.4. Для максимально правильного функціонування мережі в заданих умовах, набір тренувальних даних повинен містити вичерпну інформацію про поведінку поля у всій області функціонування антенної системи, а тобто містити вимірювання в близькій і дальній зонах. Користуючись визначенням дальньої зони, отримуємо максимальне віддалення від джерела, де необхідно проводити вимірювання - $0 \leq z \leq 8R$. Користуючись напрямленістю антен типу LIRA, обмежимо радіус поперечного зрізу циліндричної області, де проводяться вимірювання $0 \leq \rho \leq R$, а користуючись симетрією джерела розглянемо не весь зріз, а лише його першу чверть $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

Таким чином, просторовий об'єм, в якому необхідно провести вимірювання складає $\pi R^2/2$. З огляду на низьку сходимість деяких алгоритмів навчання заповнимо розглянуту область великою кількістю (10000) випадково розміщених і рівномірно розподілених уявних вимірювань для тренувального набору даних, а також в чотири рази меншим тестувальним набором - 2500 зразків. Для наближення моделі до реальних умов до кожної отриманої числової послідовності $f_{rx}(t)$ додамо деяку випадкову заваду. Канал зв'язку з адитивним білим гаусовим шумом (AWGN або Additive White Gaussian Noise) – найпростіша модель врахування завад в задачах комунікації, де енергія шуму визначається як квадрат середнього відхилення. Для оцінки зашумленості електромагнітного імпульсу вводять критерій SNR за децибелльну шкалою:

$$SNR = 10 * \log_{10} \left(\frac{W}{\sigma^2} \right), \quad (4.2)$$

де W - енергія електромагнітної хвилі, а σ - другий статистичний момент моделі білого гаусівського шуму. У виразі не враховано вплив постійної фонової напруженості поля, яка фігурує в моделі білого шуму для каналу

зв'язку через відсутність його впливу на часову залежність прийнятого сигналу. Зазначене співвідношення отримано побудовано з припущенням, що використаний генератор білого шуму має енергетичну залежність від σ зображену на Рис. 4.4.

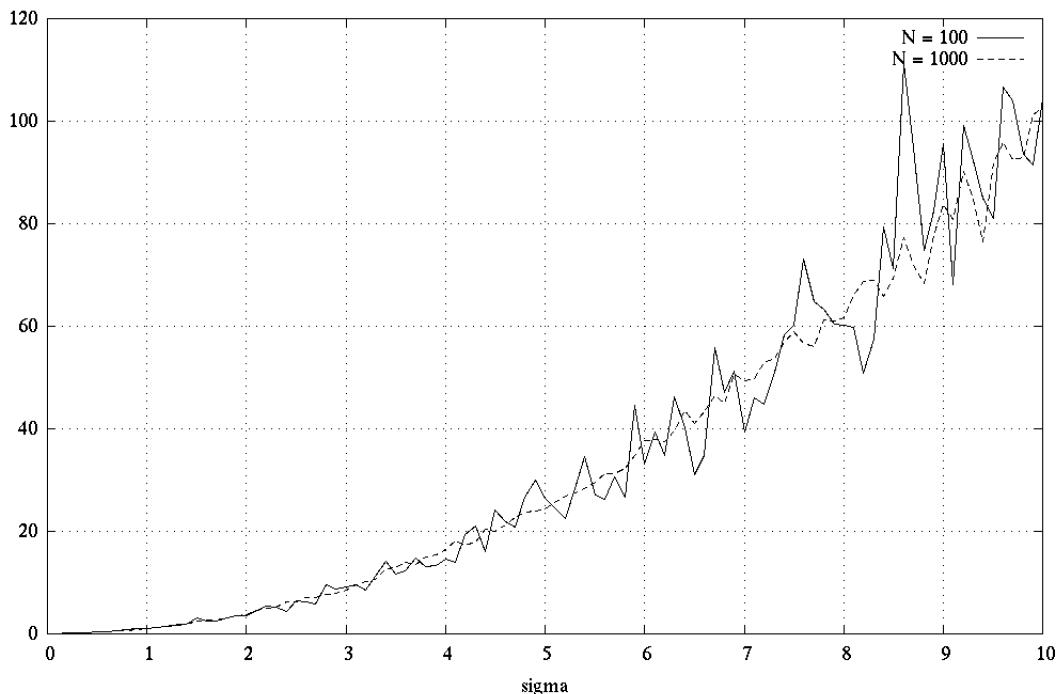


Рис. 4.4: Енергія моделі білого шуму в залежності від параметру

Через напрямлені властивості антени, навіть при постійному рівні завад, отриманий набір даних складатиметься зі зразків з різним значенням SNR: більшим на осі та меншим на периферії (Рис. 4.5), а отже постає питання щодо необхідної пропорційності кількостей сильно- та слабо- зашумлених зразків для досягнення найкращої точності моделі на реальній задачі. Для якісного навчання необхідно, щоб розподіл тренувальних даних за значенням SNR відповідав імовірнісному розподілу прийнятих сигналів за значенням SNR в умовах реального використання. Припустимо, що користувачі пристрой будуть намагатись вести прийомо-передачу максимізуючи SNR, тоді реальний імовірнісний розподіл прийнятих сигналів матиме вигляд гаусового, через статистичні відхилення від ідеальних па-

раметрів та в умовах завад.

Для якісного процесу навчання необхідно, щоб тренувальний набір даних не лише містив всю палітру значень SNR при кожній епосі навчання, а ще і послідовно зменшував його середнє значення кожного разу, досягаючи локального мінімуму цільової функції.

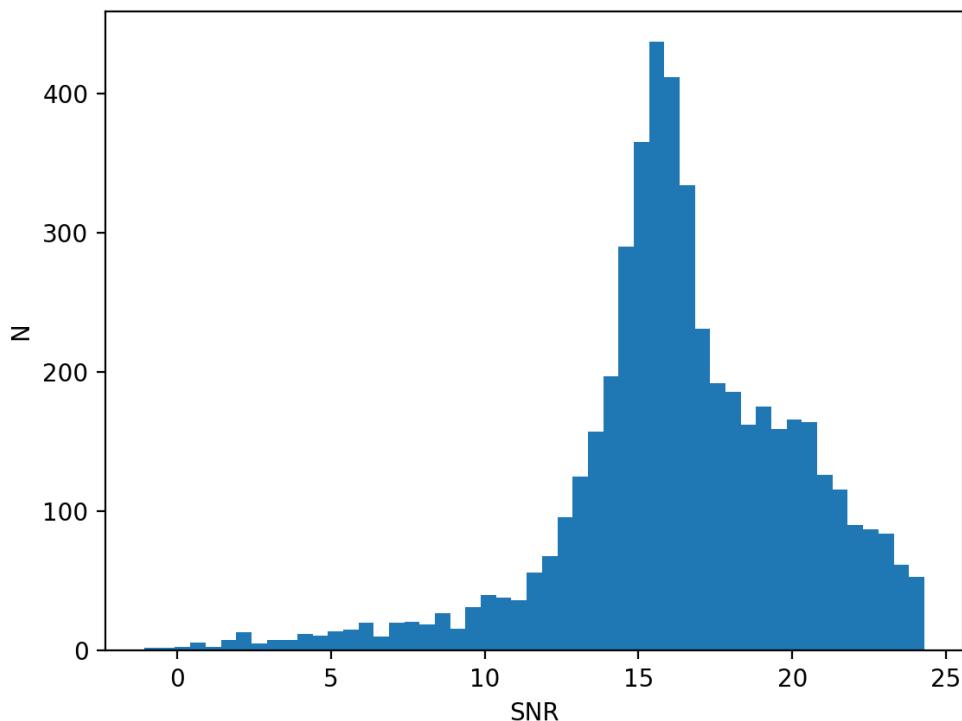


Рис. 4.5: Зашумленість набору тренувальних даних

На Рис. 4.5 зображено гістограму, де висота стовбика ілюструє кількість зразків в датасеті з відповідним значенням SNR. Для генерації тренувальних даних застосовано рандомайзер mt19937 в реалізації стандартної бібліотеки шаблонів C++ для 64-х розрядних систем за стандартом ISO C++17.

Для перевірки можливостей нейронного радіо вирізнати різні види сигналів розглянемо відразу декілька різних збуджувальних імпульсів $f_{tx}(t)$:

$$f_0 = \text{void} = 0; \quad (4.3)$$

$$f_1 = \text{sinc} = \text{sinc}(t - \tau/2); \quad (4.4)$$

$$f_2 = \text{gauss} = \exp(-(t - \tau/2)^2); \quad (4.5)$$

$$f_3 = \text{gauss_perp} = \frac{\partial}{\partial t} \exp(-(t - \tau/2)^2); \quad (4.6)$$

тоді отриманий набір даних матиме 4 класи, де окремим класом є клас, що містить лише білий шум f_0 . Для дотримання збалансованості даних в процесі навчання, до рандомайзера додамо випадковий рівномірно розподілений дискретний параметр, що відповідатиме за тип збудження: *void*, *sinc*, *gauss*, *gauss_perp*. Для максимізації якості навчання розглянемо лише датасет, де вибірки за типом збудження будуть кількісно збалансовані.

Процес навчання штучної нейронної мережі може проходити як на комп’ютері так і на апаратному модулі за рахунок створення спеціальних програмних драйверів до апаратної частини. В межах даного дослідження достатньо навчання на комп’ютері, як на ресурсах CPU так і на ресурсах GPU. Для цього набір тренувальних даних необхідно дискретизувати. Частоту дискретизації вибираємо, користуючись критерієм Найквіста.

Тобто кожен зразок тренувального набору складатиметься з часової послідовності, що відповідає прийнятому сигналу та метаданих, що описують тренувальний зразок: значення енергетичного SNR, тип збудження, точка спостереження, ефективна тривалість збудження та інше. Для цього зручно використати формати зберігання даних JSON та TFRecord.

4.4. Моделювання демодуляції імпульсних сигналів повнозв’язною фізичною нейронною мережею

Розглянемо декілька моделей нейронних мереж та визначимо недоліки та переваги кожної з них. Сімейство моделей, що розглядається звузимо

лише до тих, які придатні до виготовлення у вигляді електричних ланцюгів. Перші моделі штучних нейронних мереж прямого поширення, що були винайдені - повнозв'язні з одним прихованим шаром.

Такі мережі є популярним інструментом розв'язання задач різного типу [75], в основному, через досить простий алгоритм навчання. Для подачі часової послідовності (сигналу) на її вхід обов'язковим стає застосування методики ковзного вікна за допомогою ліній затримки, що призводить до втрати частини даних. Такий підхід забезпечує подачу до нейронної мережі ковзного вікна даних та не враховує результат обробки минулого вікна при переході до наступного. Ілюстрацію такої схеми приведено на Рис. 4.6.

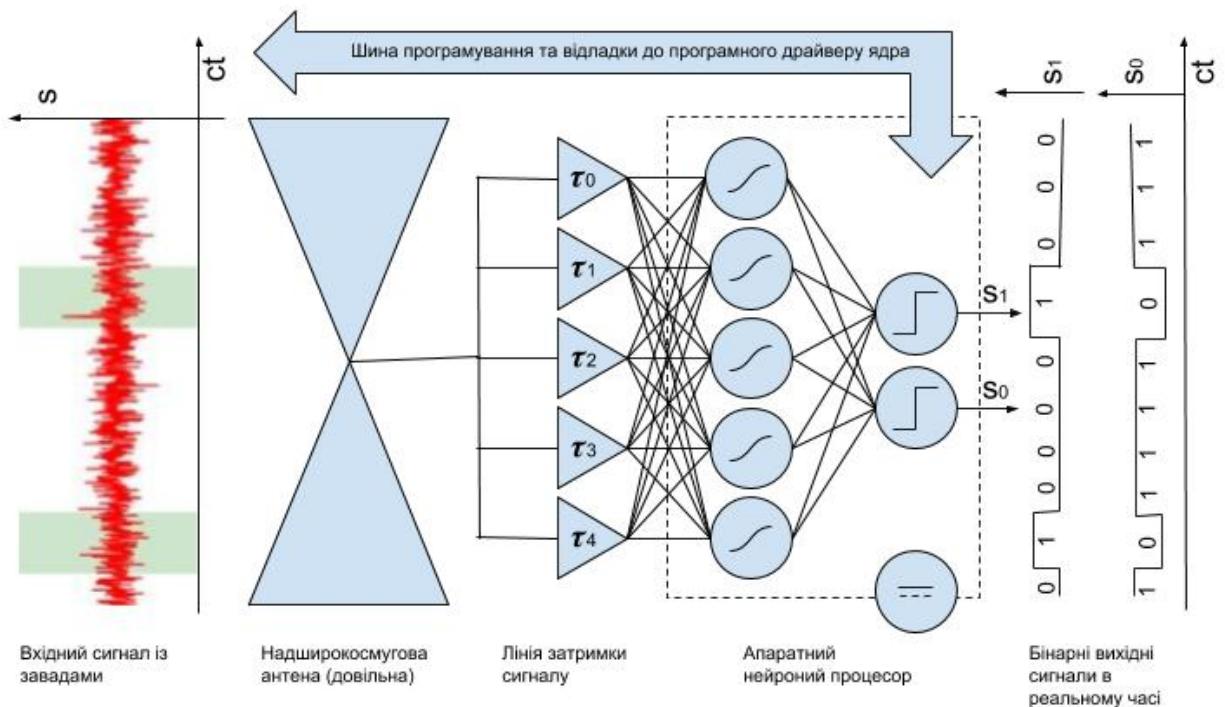


Рис. 4.6: Імпульсне радіо на основі багатошарового перцептрону

Розмірність вхідного шару визначається частотою дискретизації та мінімально допустимою шириною ковзного вікна, яка цілковито вміщує в себе сигнал. Для імпульсів, переданих антеною типу LIRA з одиничним електричним розміром, вхідний шар складатиметься не менше ніж з 300

штучних нейронів.

Останній вихідний шар виконує функцію декодеру і має розмірність якісної або кількісної характеристики, яку передбачає постанова задачі. У випадку, що розглядається, шукана якісна характеристика – це тип збудження, який може приймати чотири дискретні значення. Таким чином, розмірність вихідного шару – 4.

Кількість штучних нейронів у другому (прихованому) шарі повнозв'язних ШНМ, зазвичай, встановлюють меншою за кількість нейронів вхідного шару (300 нейронів) та більшою за кількість нейронів вихідного шару (4 нейрони). Оптимальну кількість нейронів, здебільшого, визначають експериментально. Зробивши прихований шар меншим за потрібне – отримаємо недостатню запам'ятовувальну здатність нейронної мережі, в іншому випадку алгоритм навчання може стати нестабільним та більш тривалим. З огляду на те, що більша кількість нейронів надмірно не вплине на якість результату, встановимо заздалегідь завищену кількість нейронів прихованого шару – 150 штук.

Так як ШНМ має три послідовні шари, що складаються з 300, 150 та 4 нейронів відповідно, кількість параметрів мережі, що підлягають тренуванню – 45754. Для розв'язання електромагнітних задач на кшталт зондування, де необхідно враховувати перевідбиття сигналу, розмір вікна значно збільшиться, що призведе до зростання кількості тренувальних параметрів до величини порядку 10^7 .

Не дивлячись на величезну кількість тренувальних параметрів, навчання проходить досить швидко за рахунок малої глибини моделі. На Рис. 4.7 зображено зміну значень цільової функції в процесі тренування. Її пораховано на тренувальних і на тестувальних даних та зображене окремими кривими. Перетин тренувальної та тестувальної цільової функції після третьої епохи є індикатором перенавчання моделі. Для тренування використовувалась техніка Dropout (виключення окремих нейронів з деяких етапів

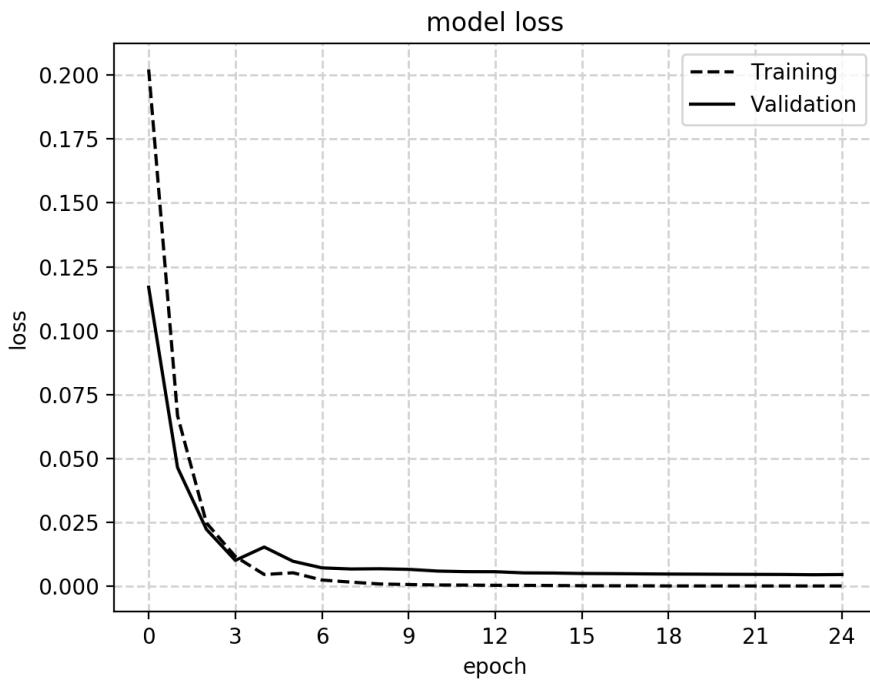


Рис. 4.7: Зміна значення цільової функції повнозв'язної моделі в процесі тренування

навчання), що в купі з перенавчанням вказує на недостатню інформаційну емність повнозв'язної моделі для розв'язання поставленої задачі.

Задачею радіоприймача є перетворення в реальному часі сигналу з антени в деяку послідовність корисних даних. Згідно класифікації задач аналізу даних, цю задачу можна розглядати як many-to-many так і many-to-one. Полнозв'язна нейронна мережа працює саме за схемою many-to-one, коли деякому вікну, що спостерігається, призначається одна якісна характеристика – вектор імовірностей присутності сигналів кожного з видів.

Точність роботи, визначена за метрикою середньої відносної помилки, яка має сенс лише до третьої епохи, через проблему перенавчання, що наступає коли криві перетинаються. Таким чином, мінімальне значення середньої відносної помилки для штучної нейронної мережі пов'язаного типу складе 89%.

Серед недоліків застосування описаної архітектури в якості нейронно-

го радіо можна відмітити велику кількість тренувальних параметрів, що ускладнить електронну схему пристрою. Цю проблему можна вирішити використанням рекурентних штучних нейронних мереж, які одномоментно приймають на вхід одне значення часової послідовності і накопичують інформацію про сигнал з плином часу за рахунок зміни свого внутрішнього стану.

4.5. Моделювання демодуляції сигналу фізичною рекурентною нейронною мережею

На відміну від повнозв'язної моделі, рекурентні можуть працювати як за схемою many-to-one так і за схемою many-to-many, коли вхідний сигнал в кожен момент часу описується затребуваною якісною або кількісною характеристикою.

У випадку many-to-one прогноз нейронної мережі стосується ковзного вікна в цілому, а отже, точність визначення меж сигналу у часі буде визначена розміром вікна спостереження, яке в декілька разів ширше за сигнал. Моделі, що працюють за схемою many-to-many позбавлені цього недоліку і за рахунок наявності оцінки сигналу в кожен момент часу надають чітку межі присутності імпульсу у деякому сигналі.

Так як режим роботи нейронної мережі, а тобто many-to-one або many-to-many, визначається алгоритмом тренування, апаратна реалізація пристрою залишається однаковою для many-to-one і many-to-many схем, що зручно для прикладного застосування.

Основним недоліком класичної рекурентної ШНМ є нестабільність процесу навчання – проблеми exploding gradient і vanishing gradient. Саме для вирішення цих проблем були створені рекурентні мережі з більш складним зворотнім зв’язком GRU та LSTM [115].

На Рис. 4.8 зображено нейронне радіо з використанням рекурентних

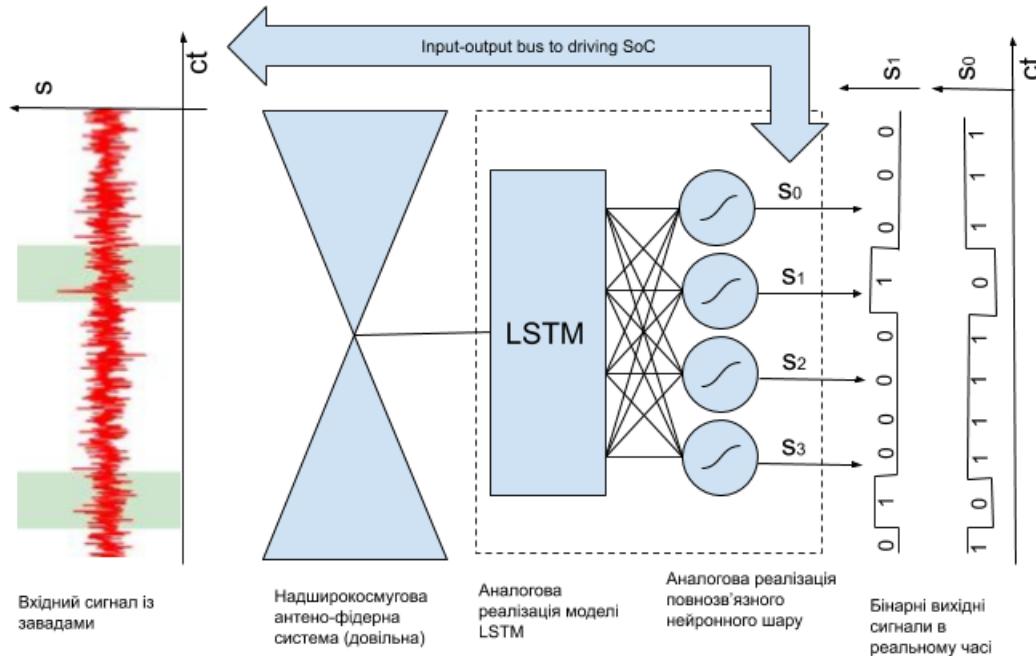


Рис. 4.8: Імпульсне радіо на основі нейронної мережі довго-короткотривалої пам'яті

штучних нейронних мереж. Вихідний шар (декодер) залишився без змін - його розмірність визначається практичними потребами. В поточному досліді нейрони останнього шару мають сигмоїdalальні активаційні функції та відповідають імовірностям спостерігати сигнал певного типу. Вхідний шар ШНМ є рекурентним, тобто закладається з ланцюжку однакових нейронів. Описана штучна нейронна мережа має лише 38-116 змінних параметрів в залежності від типу рекурентного шару.

Розглянемо в якості вхідного шару LSTM ланцюжок. Його перевага над GRU в контексті нейронного радіо – універсальність: він працює як за схемою many-to-one так і за схемою many-to-many. Єдиним недоліком LSTM у порівнянні з GRU топологією стане більш тривале поширення сигналу крізь такий шар, що можна нівелювати, використовуючи менший техпроцес.

Спершу розглянемо якість роботи рекурентної аналогової штучної ней-

ронної мережі режим роботи many-to-one, щоб порівняти результат з повнозв'язаною нейронною мережею.

На Рис. 4.9 зображене зміну значень цільової функції в процесі навчання. Помічаємо, що швидкість навчання не рівномірна – спостерігається «плато» зі сталими значеннями цільової функції за виключенням випадкових викидів. Подальший аналіз показав, що кожен з таких відрізків відповідає за навчання розпізнаванню кожного з типу сигналів, що вивчаються. Як можна помітити на Рис. 4.9, кожен наступний тип сигналу вивчається довше попереднього. Порядок вивчення імпульсів теж виявився не випадковим: чим ширший спектр має імпульс, тим пізніше починається і довше триває його запам'ятовування.

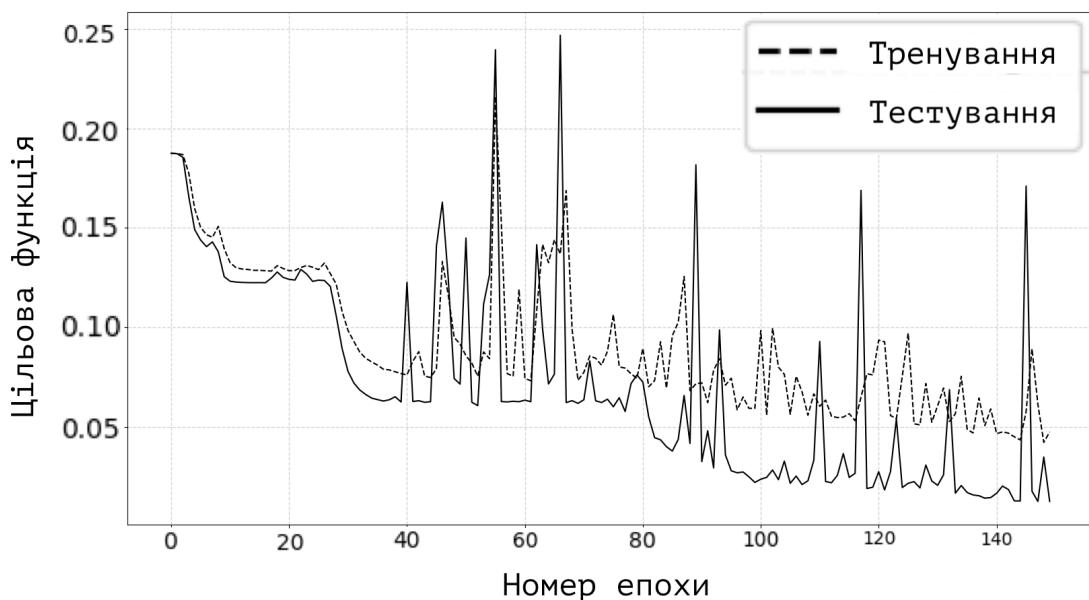


Рис. 4.9: Зміна значення цільової функції моделі LSTM в процесі тренування

Бачимо, що застосування нейронних мереж замість лінійної фільтрації дозволяє здійснювати класифікацію імпульсів у біжній зоні антени, де форма сигналу досить мінлива [15].

Використовуючи рекурентні нейронні мережі, натреновані за схемою

many-to-one, можна досягти точності в 99.7%, що значно перевищує результати повнозв'язної нейронної мережі. Однак, з Рис. 4.9 видно, що використання рекурентних нейронних мереж помітно сповільнює процес навчання: кількість епох тренування зросла на два порядки.

Тепер розглянемо тренування за моделлю many-to-many. Топологія мережі залишається як на Рис. 4.8, а дані для тренування заанотуємо в кожен момент часу окремо, замість анотування даних для вікна спостереження.

На Рис. 4.10 зображене зміну значень цільової функції в процесі тренування нейронної мережі з Рис. 4.8 для розв'язання задачі маркування послідовності (many-to-many). Мінімальне значення цільової функції дозволить максимізувати здатність моделі визначати імовірність присутності сигналу певного виду в певний момент спостереження. При переході від many-to-one до many-to-many тренування помітно сповільнілось.

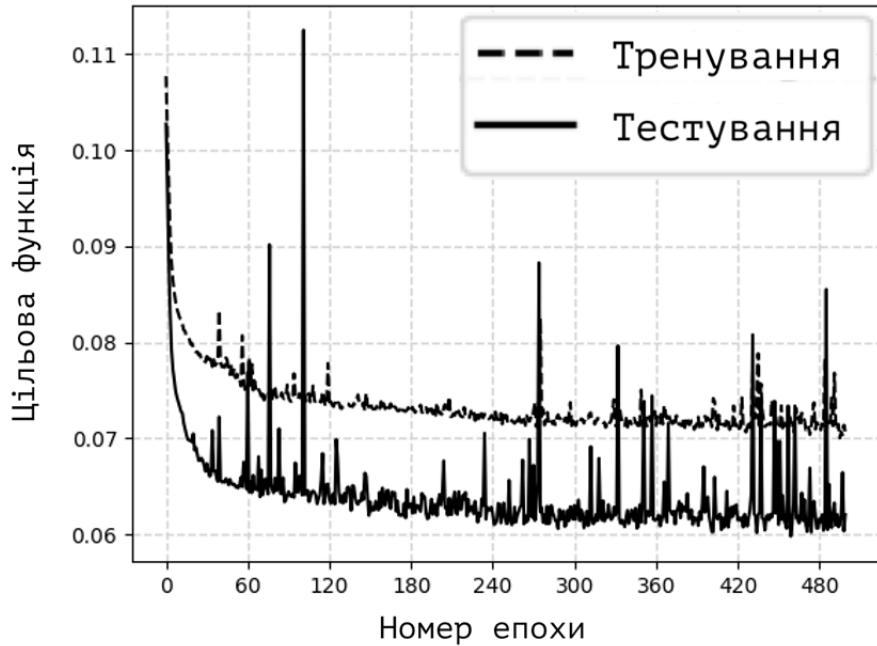


Рис. 4.10: Зміна значення цільової функції моделі LSTM в процесі тренування

На Рис. 4.11 зображене приклад роботи рекурентної штучної нейронної

мережі для класифікації прийнятого надширокосмугового сигналу в кожен момент часу. В представленому зразку даних спостерігається сигнал, породжений збудженням антени типу LIRA, що має часову залежність у вигляді похідної від гаусіна (4.6) та спостерігається з таким відхиленням від осі OZ , що збуджене поле виглядає як поле породжене збудженням з чесовою залежністю у вигляді функції Гаусса (4.5). Також на рисунку зображені імовірності приналежності сигналу в кожен момент часу до певного типу (4.3) – (4.6).

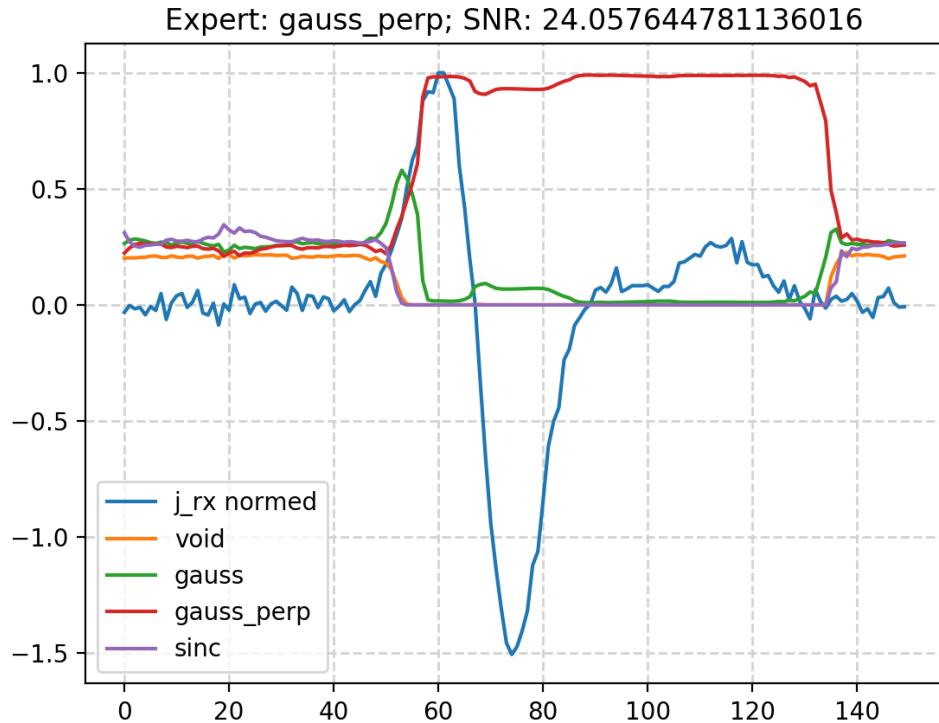


Рис. 4.11: Приклад правильного аналізу

Для проміжку часу, що передує видимому імпульсу імовірності приналежності сигналу до одного з типів залишаються приблизно рівними та складають близько 25 %. Тобто при спостеріганні білого шуму значення виходу нейронної мережі, фактично, не правильне. Не дивлячись на це, наявність сигналу можна визначити, аналізуючи всі вихідні значення ШНМ:

якщо імовірності наявності сигналів кожного з типів (в тому числі і його відсутності) рівні, то спостерігається лише шум і цю систему похибку можна врахувати. Таку похибку можна пояснити тим, що нейронна мережа намагається виокремити в шумі сигнал кожної з вивчених форм, а не знайшовши сигналу повертає мінімальний рівноімовірний результат.

На Рис. 4.10 проілюстровано, що навіть у близкій зоні, де форма імпульсу може змінюватись настільки, що стає більше схожою на інший сигнал, нейронне радіо гарантує стійкий режим роботи. З моменту, коли сигнал візуально спостерігається (індекси часової послідовності [45, 55]), деякий час імовірність приналежності сигналу до деяких типів зростає одночасно. Це можна пояснити через схожість градієнта часової послідовності на градієнта сигналів різних типів. Далі, значення імовірностей стабілізуються на весь час тривалості сигналу.

Точність роботи мережі на валідаційному датасеті впала до 98.9 %, що є закономірним при підвищенні точності визначення тривалості сигналу. Результати цього розділу опублковані в матералах патенту.

На Рис. 4.12 зображено приклад неправильного розпізнавання сигналу. Зразок містить сигнал, породжений збудженням антени типу LIRA, що має часову залежність у вигляді (4.4). Рекурентна штучна нейронна мережа надала нестійку детекцію трьох сигналів в хронологічній послідовності: *sinc*, *gauss*, *sinc*. Детекція першого сигналу викликана одномоментною схожістю сигналу на *sinc*, що викликало ланцюжкову реакцію для подальших помилкових детекцій сигналів: мережа гадає, що помилково детектований сигнал накладається на реальний сигнал і робить невірне передбачення класу його приналежності.

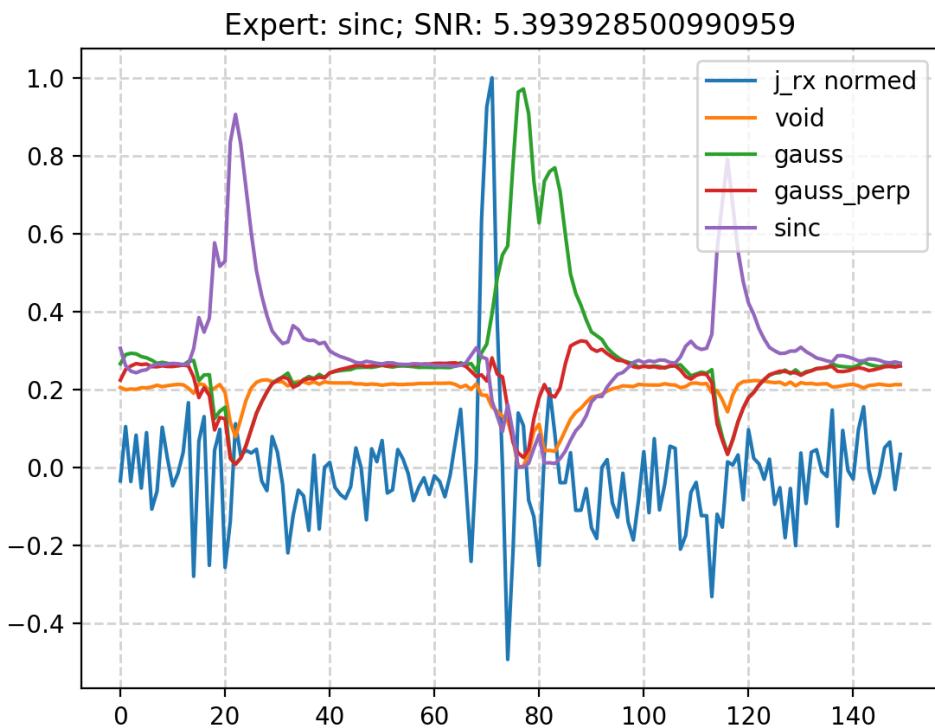


Рис. 4.12: Приклад правильного маркування з низьким значенням IoU

4.6. Топологія нейронного радіо та її застосування

Як було показано, застосування аналогової повнозв'язної штучної нейронної мережі прямого поширення дозволяє виокремлювати інформацію з отриманих електромагнітних хвиль, покращуючи якісні характеристики приймача у порівнянні з класичним імпульсним радіо. Застосування енкодеру у вигляді рекурентної нейронної мережі робить нейронне радіо придатним для практичної реалізації через суттєве зменшення кількості штучних нейронів, а також покращить якість роботи, за рахунок топологічного врахування принципу причинності і принципу суперпозиції.

Для первинного навчання нейронного радіо застосовуються дані, отримані теоретичним моделюванням, замість експериментальних вимірювань задля спрощення промислового виробництва пристройів. При такому підході, різниця реальних даних і тренувальних викликає падіння точності

детектування. Шляхом вирішення цієї проблеми є застосування методів перенесення навчання, які широко використовуються в задачах аналізу часових послідовностей.

Сутність методів перенесення навчання полягає в дотренуванні окремих елементів мережі, користуючись експериментально отриманими даними, для адаптації її параметрів для реальних умов. Таким чином, первинне тренування на даних, отриманих моделюванням, дозволяє суттєво зменшити об'єм необхідних емпіричних вимірювань [116].

Також варто розглянути графічний шар в якості декодеру, що використовують в задачах аналізу розпізнавання усної мови на кшталт розпізнавання голосових команд або в задачах аналізу даних з сенсорів присутності людини в приміщенні. Схожість даних тренування в задачах розпізнавання звуків та усної мови робить перспективним дослідження рекурентно-графічних архітектур також в задачах комунікації, де для кодування використовуються імпульси різної форми (high radix networking або multiuser enviroment). Крім того, перспективним напрямком розвитку методики є застосування імпульсних фізичних нейронних мереж.

Користуючись формулою Шенона для надширокосмугових систем [108] можна оцінити перспективність кодування інформації великою кількістю імпульсів різної форми та тривалості:

$$C = \frac{1}{N_{smp}} \frac{\log_{N_{smp}} (1 + SNR)}{1/B + \tau_{RMS}}, \quad (4.7)$$

де C – інформаційна ємність, N_{smp} – кількість доступних імпульсів різної форми та тривалості (радікс), B – ширина спектру, τ_{RMS} – скважність, а SNR – співвідношення сигнал-шум. Аналізуючи залежність між кількістю імпульсів та інформаційною ємністю, можемо зробити висновок, що збільшення N_{smp} зі класичних двох до шести збільшить кількість інформації в три рази.

При розв'язанні задач зондування, де інформація про об'єкт зондування прихована у відбитих після-імпульсних коливаннях, тривалість яких фактично нескінчена, виникає необхідність обмеження максимальної глибини зондування при використанні класичної схеми прийму (Рис. 4.1). Нейронне радіо з рекурентним енкодером позбавлене цього недоліку, проте, з огляду на обмеженість запам'ятовувальної здатності LSTM ланцюга, залишення цілі призводить до втрати точності розпізнавання. Аналогічний недолік рекурентних мереж може проявитись в умовах перевідбиттів (multi-path problem) в задачах комунікації. Серед методів, які дозволяють збільшити запам'ятовувальну здатність енкодеру: Bi-LSTM, LSTM-to-LSTM при many-to-many зв'язками та Attention based LSTM.

Висновки до розділу 4

Імпульсні надширокосмугові радіотехнічні пристрої мають теоретичні переваги над вузькосмуговими в плані інформаційної ємності, але на практиці, не вдається використовувати ці переваги повною мірою через складність обробки надширокосмугових сигналів [108], про що також свідчать результати проведених симуляцій. Отже нейронне радіо може стати перспективним напрямком розвитку телекомуникаційних систем, як конкурент до 5G технологій.

Зазвичай надширокосмугова імпульсна радіолокація виконується через вимірювання часу надходження відбитого випромінювання. Використання нейронної мережі дозволить підвищити точність такого вимірювання через визначення не тільки часу, а і азимутального кута прийому, який можна визначити на основі форми електромагнітного імпульсу.

Одним з напрямків дослідження щодо розвитку нейронного радіо може стати застосування в якості аналогового модуля рекурентної нейронної мережі з комплексними тренувальними параметрами [117]. За результатами

досліджень, така модель краще підходить для аналізу імпульсних часових послідовностей, але станом на сьогодні не існує відповідних пристройів, що працюють з аналоговим струмом.

Перспективним напрямком дослідження в області нейронного радіо є застосування імпульсних штучних нейронних мереж замість штучної нейронної мережі прямого поширення. Тренування таких мереж здійснюється шляхом самоорганізації системи під зовнішнім впливом з позитивним підкріпленням. Такі мережі простіше виконати у виді аналогової мікросхеми, ніж мережі прямого поширення. З огляду малого обсягу інструментально-го апарату для навчання таких моделей цей підхід в даному дослідженні не розглядається, але швидкий розвиток подібних технологій залишає їх дослідження перспективним в майбутньому.

Представлені матеріали знайшли своє застосування в проектах з відкритим кодом та відомі як DeepUWB. Вперше, принципові ідеї цього розділу і результати моделювання процесу прийому-передачі з використанням фізичних нейронних мереж представлено в роботах автора [1, 3, 16, 17].

ВИСНОВКИ

1. Побудовано аналітичне розв'язання у вигляді кусково визначеної функції для задачі випромінювання круглої апертури при нестационарному збудженні у вигляді прямокутної функції. Розв'язок отримано без наближення дальньої зони та визначено для всіх точок спостереження в кожен момент часу. Використання моделі круглої апертури, як моделі антен типу LIRA, перевірено на експериментальних даних в окремих точках та на даних, отриманих методом FDTD з комерційного електромагнітного симулатора CST Studio.
2. Отримане розв'язання задачі випромінювання плаского диску при збудженні у вигляді функції Хевісайда в лінійному наближенні має чітку просторово-часову зональність та ілюструє твердження Фарадея, що випромінює не антена, а простір довкола неї. Отримані області випромінювання наступають послідовно для довільної точки спостереження. Остання за часом настання область S_3 відповідає стаціонарному (усталеному) процесу випромінювання, коли всі точки апертури поєднані зі спостерігачем за принципом причинності. Настанню усталеного процесу передує область деякого транзитивного процесу S_2 , поки поле від всієї апертури не досягне спостерігача. Найпершою для спостерігача просторово-часовою областю випромінювання в прожекторній зоні круглої апертури настає область електромагнітного снаряду S_1 , де з хвилі у ТЕМ рупора формується ТЕ хвиля у вільному просторі.
3. При урахуванні нелінійних ефектів самодії у керрівському середовищі, квазі-плаский фронт хвилі, що формується пласким диском електричного струму, за своєю формою наближається до сфери-

чного. При цьому, тип хвилі зберігається і хвиля з урахуванням нелінійних ефектів залишається поперечною електричною (ТЕ).

4. Нейронне радіо дозволяє на практиці реалізувати максимальний теоретичний потенціал імпульсних надширокосмугових радіосистем у всіх областях застосування: радіолокації, телекомунікації, зондування і тд. Головними перевагами таких систем в порівнянні з класичними є енергоефективність, а також якість розв'язання задач sequence-to-label і sequence-to-sequence за рахунок гнучкості системи. Даний винайдений розширює область застосування імпульсного радіо за рахунок покращених робочих характеристик. Підвищена стійкість до шуму дозволяє вирішувати радарні та телекомунікаційні задачі на більших відстанях. Можливість розпізнавати імпульси різної форми збудження уможливлює кодування корисного сигналу імпульсами різної форми, що підвищує швидкість передачі даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Akhmedov, R., Dumin, O., Katrich, V.: Impulse radiation of antenna with circular aperture. *Telecommunications and Radio Engineering* **77**, 1767–1784 (2018)
- [2] Dumin, O., Akhmedov, R., Katrich, V., Dumina, O.: Transient radiation of circle with uniform current distribution. In: 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering, pp. 261–265. IEEE Xplore, Kiev, Ukraine (2017)
- [3] Dumin, O., Akhmedov, R., Dumina, O., Cherkasov, D.: Near zone of plane disk with uniform transient current distribution. In: 2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), pp. 209–213. IEEE Xplore, Lviv, Ukraine (2019)
- [4] Думін, О., Ахмедов, Р.: Випромінювання та розповсюдження електромагнітного снаряду в нелінійному середовищі. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Серія «Радіофізика та електроніка» **6**(27), 37–42 (2017)
- [5] Думін, О., Ахмедов, Р., Черкасов, Д.: Імпульсне випромінювання антени з круговою апертурою в близькій зоні. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка» **28**, 30–33 (2018)
- [6] Думін, О., Ахмедов, Р., Черкасов, Д.: Поширення імпульсної електромагнітної хвилі в керівському середовищі. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізика та електроніка» **29**, 11–16 (2018)
- [7] Думін, О., Ахмедов, Р.: Міжмодове перетворення нестационарного електромагнітного поля в нелінійному необмеженому середовищі. Ві-

сник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Серія «Радіофізика та електроніка» **26**, 42–47 (2017)

- [8] Dumin, O., Akhmedov, R., Dumina, O.: Propagation of transient field radiated from plane disk in nonlinear medium. In: Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, pp. 77–80. IEEE Xplore, Odessa, Ukraine (2016)
- [9] Dumin, O., Akhmedov, R., Dumina, O.: Transient field radiation of plane disk into nonlinear medium. In: Radio Electronics and Info Communications, pp. 1–4. IEEE Xplore, Kiev, Ukraine (2016)
- [10] Dumin, O., Akhmedov, R., Katrich, V., Cherkasov, D.: Impulse electromagnetic wave propagation in kerr medium. In: 2019 XXIVth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), pp. 169–173. IEEE Xplore, Lviv, Ukraine (2019)
- [11] Dumin, O., Katrich, V., Akhmedov, R., Tretyakov, O., Dumina, O.: Evolutionary approach for the problems of transient electromagnetic field propagation in nonlinear medium. In: 15th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), Dnipropetrovsk, p. 26. IEEE Xplore, Dnipropetrovsk, Ukraine (2014)
- [12] Dumin, O., Tretyakov, O., Akhmedov, R., Dumina, O.: Evolutionary approach for the problem of electromagnetic field propagation through nonlinear medium. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Серія «Радіофізика та електроніка» **883**(17), 5–7 (2015)
- [13] Dumin, O., Tretyakov, O., Akhmedov, R., Dumina, O.: Transient electromagnetic field propagation through nonlinear medium in time domain. In: International Conference on Antenna Theory and Techniques, pp. 93–95. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2015)
- [14] Dumin, O., Tretyakov, O., Akhmedov, R., Stadnik, Y., Katrich, V., Dumina, O.: Transient electromagnetic field propagation through nonlinear medium in time domain. In: International Conference on Antenna Theory and Techniques, pp. 93–95. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2015)

- na, O.: Modal basis method for propagation of transient electromagnetic fields in nonlinear medium. In: Proc. 7th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), pp. 100–103. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2014)
- [15] Akhmedov, R., Dumin, O.: Ultrashort impulse radiation from plane disk with uniform current distribution. In: Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, pp. 169–173. IEEE Xplore, Odessa, Ukraine (2018)
- [16] Akhmedov, R.: Neural radio in ds-uwb iot applications. In: 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW), pp. 1073–1078. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2020)
- [17] Ахмедов, Р.: Виокремлення корисної інформації з надширокосмугової хвилі у близькій зоні випромінювання. Технология и конструирование в электронной аппаратуре **34**, 3–10 (2020)
- [18] Kostenko, A., Nosich, A., Tishchenko, I.: Development of the first soviet three-coordinate l-band pulsed radar in kharkov before wwii. Antennas and Propagation Magazine, IEEE **43**, 29–48 (2001)
- [19] Chernogor, L.F.: The earth–atmosphere–geospace system: main properties and processes. International Journal of Remote Sensing **32**(11), 3199–3218 (2011)
- [20] Schantz, H.: Ieee standard for ultrawideband radar definitions. Tech. rep., Institute of Electrical and Electronics Engineers (2007)
- [21] Baum, C.E.: Reminiscences of high-power electromagnetics. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility **49**(2), 211–218 (2007)
- [22] Rakov, V., Uman, M.: Lightning: Physics and Effects. Cambridge University Press, Cambridge (2006)
- [23] Hayakawa, M.: Electromagnetic phenomena related with earthquakes (earthquake prediction). IWMST 2008: The International Workshop on Modern Science and Technology 2008 pp. 393–398 (2008)

- [24] Воробьев, Г., Месяц, Г.: Техника формирования высоковольтных на-
носекундных импульсов. Госатомиздат, Москва (1963)
- [25] Месяц, Г.: Генерирование мощных наносекундных импульсов. Совет-
ское радио, Москва (1974)
- [26] Farr, E., Sower, G., Atchley, L., Ellibee, D.: Design and fabrication of
an ultra-wideband high-power zipper balun and antenna. These are the
Measurement Notes, Notes 1-65, assembled by Dr. Carl E. Baum. **EMP-4**
(1998)
- [27] Guardiola, M., Jofre, L., Romeu, J.: 3d uwb tomography for medical
imaging applications. In: Proceedings of Czech and Slovak Technical
Universities, pp. 1–4. Springer (2010)
- [28] Taub, H., Donald, S.: Principles of communication systems, p. 759. New
York: McGraw-Hill (1986)
- [29] Gourova, R., Krasnov, O., Yarovoy, A.: Analysis of rain clutter detecti-
ons in commercial 77 ghz automotive radar. In: 2017 European Radar
Conference (EURAD), pp. 25–28. Springer (2017)
- [30] Garcia Miquel, A.: Uwb antenna design for underwater communications.
Ph.D. thesis, University of Barcelona (2009)
- [31] Karagianni, E.: Electromagnetic waves under sea: Bow-tie antenna desi-
gn for wi-fi underwater communications. Progress In Electromagnetics
Research M **41**, 189–198 (2015)
- [32] Khorov, E., Kiryanov, A., Lyakhov, A., Bianchi, G.: A tutorial on ieee
802.11ax high efficiency wlans. IEEE Communications Surveys Tutorials
21(1), 197–216 (2019)
- [33] Yang, F., Lee, K.: Analytical representation of atlas i (trestle) fields.
Sensor and Simulation Notes, Notes 1-581, assembled by Dr. Carl E.
Baum **EMP-1** (1980)
- [34] Segura, M., auat cheein, F., Toibero, J., Mut, V., Carelli, R.: Ultra wide-
band localization and slam: A comparative study for mobile robot navi-

- gation. Sensors (Basel, Switzerland) **11**, 2035–2055 (2011)
- [35] Zou, H., Jin, M., Jiang, H., Xie, L., Spanos, C.: Winips: Wifi-based non-intrusive indoor positioning system with online radio map construction and adaptation. IEEE Transactions on Wireless Communications **PP**, 1–10 (2017)
- [36] Усленги, П.: Нелинейные электромагнитные волны. Мир, Москва (1985)
- [37] Wien, M.: Effect of voltage on the conductivity of strong weak acids. Physikalische Zeitschrift **23**, 545–547 (1931)
- [38] Farr, E., Baum, C.: Impulse radiating antennas. Interaction Notes, Notes 1-633, assembled by Dr. Carl E. Baum **EMP-1** (1995)
- [39] Kane Yee: Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. IEEE Transactions on Antennas and Propagation **14**(3), 302–307 (1966)
- [40] Taflove, A., Brodin, M.E.: Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent maxwell's equations. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques **23**(8), 623–630 (1975)
- [41] Nagaoka, T., Watanabe, S.: Gpu-based 3d-fDTD computation for electromagnetic field dosimetry. In: IEEE Africon '11, pp. 1–6. IEEE Xplore (2011)
- [42] Шубарин, Ю.: Антенны сверхвысоких частот. Харьковский Государственный Университет им. А.М. Горького, Харьков (1960)
- [43] Harmuth, H.: Nonsinusoidal waves for radar and radio communication. Advances in electronics and electron physics: Supplement. Academic Press, New York (1981)
- [44] Tretyakov, O.: The method of modal basis. Radiotekhnika i Elektronika - Sov. J. Commun. Technology and Electronics **31**, 1071–1082 (1986)

- [45] Tretyakov, O., Dumin, A., Dumina, O., Katrich, V.: Modal basis method in radiation problems. In: 10th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, pp. 312–314. IEEE Xplore (2004)
- [46] Dumin, O., Dumina, O., Katrich, V.: Evolution of transient electromagnetic fields in radially inhomogeneous nonstationary medium. Progress In Electromagnetics Research (PIER) **1**, 403–418 (2010)
- [47] Maxwell, J.: A dynamical theory of the electromagnetic field. Philosophical Transactions of the Royal Society of London **155**, 459–512 (1865)
- [48] Einstein, A.: On the electrodynamics of moving bodies. Annalen Phys. **17**, 891–921 (1905)
- [49] Bray, J.R.: From maxwell to einstein: introducing the time-dilation property of special relativity in undergraduate electromagnetics. IEEE Antennas and Propagation Magazine **48**(3), 109–114 (2006)
- [50] Корн, Г., Корн, Т.: Справочник по математике для научных работников и инженеров. Наука, Москва (1974)
- [51] Dumin, O., Tretyakov, O.: Radiation of arbitrary signals by plane disk. 6th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory **1**, 248–251 (1996)
- [52] Tretyakov, O.: Essentials of nonstationary and nonlinear electromagnetic field theory. Radiotekhnika i Elektronika - Sov. J. Commun. Technology and Electronics **4**, 294–300 (1993)
- [53] Tretyakov, O.A.: Evolutionary equations for the theory of waveguides. In: Proceedings of IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium and URSI National Radio Science Meeting, vol. 3, pp. 1973–1976. IEEE Xplore (1994)
- [54] Legenkiy, M., Butrym, A.: Method of mode matching in time domain. Progress In Electromagnetics Research B **22**, 257–283 (2010)
- [55] Tretyakov, O., Akgun, O.: Derivation of klein-gordon equation from maxwell's equations and study of relativistic time-domain waveguide

- modes. Progress In Electromagnetics Research (PIER) **105**, 171–191 (2010)
- [56] Myers, J., Shen, H.M., Wu, T., Brandt, H.: Curved electromagnetic missiles. Journal of Applied Physics **65** (1989)
- [57] Wu, T.T.: Electromagnetic missiles. Journal of Applied Physics **57**, 2370–2373 (1985)
- [58] Содин, Л.: Импульсное излучение антенны с круглоий апертурой, возбужденной единичным скачком тока (переходная диаграмма). Радиотехника и электроника No10 **37**, 1783–1787 (1992)
- [59] Shen, H.M., Wu, T., Myers, J.: Experimental study of electromagnetic missiles from a hyperboloidal lens. Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering (1991)
- [60] Wu, T.T., King, R., Shen, H.: Spherical lens as a launcher of electromagnetic missiles. Journal of Applied Physics **62**, 4036–4040 (1987)
- [61] Самсонов, А.: Излучение плоского однородного тока при произвольном законе изменения во времени. Радиотехника и электроника No31 **2**, 399–402 (1986)
- [62] Butrym, A., Zheng, Y., Dumin, A., Tretyakov, O.: Transient wave beam diffraction by lossy dielectric half space. In: International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, pp. 321–323. IEEE Xplore (2004)
- [63] Лазоренко, О., Черногор, Л.: Сверхширокополосные сигналы и процессы. Харьковский государственных университет им. Каразина, Харьков (2009)
- [64] Чучуева, И.: Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобия. Ph.D. thesis, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва (2012)
- [65] Dumin, O., Khmara, S., Shyrokorad, D.: Artificial neural networks in time domain electromagnetics. In: International Conference on Theory

- and Technology of Antennas, pp. 118–121. IEEE Xplore (2017)
- [66] Taok, A., Kandil, N., Affes, S.: Neural networks for fingerprinting-based indoor localization using ultra-wideband. *Journal of Communications* **4**, 267–275 (2009)
- [67] Shearer, C.: The crisp-dm model: The new blueprint for data mining. *Journal of Data Warehousing* **5**(4) (2000)
- [68] Шиховцев, И., Якубов, В.: Статистическая радиофизика. Курс лекций. Новосибирский государственный университет, Новосибирск (2011)
- [69] Willmott, C.J., Matsuura, K.: Advantages of the mean absolute error (mae) over the root mean square error (rmse) in assessing average model performance. *Climate Research* **30**(1), 79–82 (2005)
- [70] Tharwat, A.: Classification assessment methods: a detailed tutorial. *New England Journal of Entrepreneurship* **17**(1), 168–192 (2018)
- [71] Jaccard, P.: Distribution de la flore alpine dans le bassin des dranses et dans quelques regions voisines. *Bulletin de la Societe Vaudoise des Sciences Naturelles* **37**, 241–272 (1901)
- [72] Yan, X., Su, X.G.: Linear Regression Analysis: Theory and Computing. World Scientific, Philadelphia (2009)
- [73] Rosenblatt, F.: The Perceptron, a Perceiving and Recognizing Automaton Project Para. Report: Cornell Aeronautical Laboratory. Cornell Aeronautical Laboratory (1957)
- [74] Dumin, O., Plakhtii, V., Prishchenko, O., Shyrokorad, D.: Signal processing in uwb subsurface radiolocation by artificial neural networks. In: 2019 IEEE International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S T), pp. 383–386. IEEE Xplore (2019)
- [75] Kussul, E., Baidyk, T.: Improved method of handwritten digit recognition tested on mnist database. *Image and Vision Computing* **22**, 971–981

- (2004)
- [76] Марков, А.А.: Распространение закона больших чисел на величины, зависящие друг от друга. Известия физико-математического общества при Казанском университете, 2-я серия, Том 15 pp. 135–156 (1906)
- [77] Rumelhart, D.E., Hinton, G.E., Williams, R.J.: Learning Representations by Back-Propagating Errors, p. 696–699. MIT Press, Cambridge (1988)
- [78] Vassamopoulos, S., Bertels, K., Almudever, C.: Designing neural network based decoders for surface codes. IEEE Transactions on Computers (2018)
- [79] Barth, M.J.: Interior fields of a slotted cylinder radiated with an electromagnetic pulse. Interaction Notes, Notes 1-633, assembled by Dr. Carl E. Baum **EMP-3** (1968)
- [80] Hartmann, F., Pistorius, F., Lauber, A., Hildenbrand, K., Becker, J., Stork, W.: Design of an embedded uwb hardware platform for navigation in gps denied environments. In: 2015 IEEE Symposium on Communications and Vehicular Technology in the Benelux (SCVT), pp. 1–6. IEEE Xplore (2015)
- [81] Cho, H.S., Park, Y.J., Lyu, H.K., Cho, J.H.: Novel heart rate detection method using uwb impulse radar. Journal of Signal Processing Systems **87** (2016)
- [82] Farr, E., Baum, C.: Impulse radiating antennas with two refracting or reflecting surfaces. Sensor and Simulation Notes, Notes 1-581, assembled by Dr. Carl E. Baum **EMP-1** (1995)
- [83] Farr, E., Baum, C.: Radiation from self-reciprocal apertures. Sensor and Simulation Notes, Notes 1-581, assembled by Dr. Carl E. Baum **EMP-1** (1995)
- [84] Baum, C.: Low-frequency compensated tem horn. Sensor and Simulation Notes, Notes 1-581, assembled by Dr. Carl E. Baum **EMP-1** (1995)

- [85] Farr, E., Frost, C.: Development of a reflector ira and a solid dielectric lens ira, part i: Design, predictions, and construction. Sensor and Simulation Notes, Notes 1-581, assembled by Dr. Carl E. Baum **EMP-1** (1996)
- [86] Farr, E., Frost, C.: Development of a reflector ira and a solid dielectric lens ira, part ii: Antenna measurements and signal processing. Sensor and Simulation Notes, Notes 1-581, assembled by Dr. Carl E. Baum **EMP-1** (1996)
- [87] Flanders, H.: Differentiation under the integral sign. *The American Mathematical Monthly* **80**(6), 615–627 (1973)
- [88] Boersma, J.: On the computation of lommel's functions of two variables. *Mathematics of Computation* **16**, 232–238 (1961)
- [89] Харкевич, А.: Неустановившиеся волновие явления. Государственное издательство технико-технической литературы, Москва (1950)
- [90] Содин, Л.: Импульсное излучение антенны (электромагнитный снаряд). *Радиотехника и электроника No5* **36**, 1014–1022 (1991)
- [91] Содин, Л.: Импульсное излучение антенны (электромагнитный снаряд). *Радиотехника и электроника No5* **37**, 849–857 (1992)
- [92] Содин, Л.: Импульсное излучение антенны. *Радиофизика и радиоастрономия No1* **2**, 5–15 (1997)
- [93] Schantz, H.: The Art and Science of Ultra-Wideband Antennas. Artech House (2015)
- [94] Bambart, J.J.: Quasistatic magnetic field transmition though circular aperture. Interaction Notes, Notes 1-633, assembled by Dr. Carl E. Baum **EMP-3** (1967)
- [95] Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P.: Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing, 3 edn. Cambridge University Press, Cambridge (2007)
- [96] Аркадьев, В.: 50 лет волн Герца. Издательство Академии наук СССР, Москва (1938)

- [97] Борисов, В.: Неустойчивые поля в волноводах. Издательство ленинградского университета, Ленинград (1991)
- [98] Хармут, Х.: Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи. Радио и связь, Москва (1985)
- [99] Smirnov, Y., Valovik, D.: Nonlinear effects of electromagnetic tm wave propagation in anisotropic layer with kerr nonlinearity. Advances in Mathematical Physics **12** (2012)
- [100] Ландау, Л., Лифшиц, Е.: Теоретическая физика: Том II. Теория поля. Физматлит, Москва (2012)
- [101] Schantz, H.: Energy velocity and reactive fields. Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences **376**, 453–468 (2018)
- [102] Ziolkowski, R.W., Judkins, J.B.: Full-wave vector maxwell equation modeling of the self-focusing of ultrashort optical pulses in a nonlinear kerr medium exhibiting a finite response time. J. Opt. Soc. Am. B **10**(2), 186–198 (1993)
- [103] Tretyakov, O., Dumin, A.: Emission of nonstationary electromagnetic fields by a plane radiator. Telecommunications and Radio Engineering **54**, 2–15 (2000)
- [104] Калоджеро, Ф., Дегасперис, А.: Спектральные преобразования и солитоны. Методы решения и исследования нелинейных эволюционных уравнений. Мир, Москва (1985)
- [105] Lecointre, A., Dragomirescu, D., Plana, R.: Ir-uwb channel capacity for analog and mostly digital implementation. In: 2008 International Semiconductor Conference, vol. 2, pp. 403–406. IEEE Xplore (2008)
- [106] Астанин, Л., Костылев, А.: Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. Радио и связь, Москва (1989)
- [107] Molisch, A.F.: Ultra-wideband communications: An overview. URSI Radio Science Bulletin **2009**(329), 31–42 (2009)

- [108] Lecointre, A., Dragomirescu, D., Plana, R.: Channel Capacity Limitations versus Hardware Implementation for UWB Impulse Radio Communications. arXiv e-prints (2010)
- [109] Husseini, M., Kabalan, K., El-Hajj, A., Christodoulou, C.: Cognitive Radio: UWB Integration and Related Antenna Design, chap. New Trends in Technologies: Control, Management, Computational Intelligence and Network Systems, pp. 395–412. InTechOpen (2010)
- [110] Z, T., Raïda, Z.: Use of the analog neural networks in the adaptive antenna control systems. *Radioengineering* **11**, 14–21 (2002)
- [111] Hamilton, W., Ying, R., Leskovec, J.: Representation learning on graphs: Methods and applications. *IEEE Data Engineering Bulletin: Social and Information Networks, Machine Learning* **30** (2017)
- [112] Abu-Hilal, H.: Neural networks applications for cdma systems in non-gaussian multi-path channels. *AEU - International Journal of Electronics and Communications* **73**, 150–156 (2017)
- [113] Zhang, J., Orlik, P.V., Sahinoglu, Z., Molisch, A.F., Kinney, P.: Uwb systems for wireless sensor networks. *Proceedings of the IEEE* **97**(2), 313–331 (2009)
- [114] Zhao, Z., Srivastava, A., Peng, L., Chen, Q.: Long short-term memory network design for analog computing. *ACM Journal on Emerging Technologies in Computing Systems* **15**, 1–27 (2019)
- [115] Hochreiter, S., Schmidhuber, J.: Long short-term memory. *Neural computation* **9**, 1735–1780 (1997)
- [116] Bozinovski, S.: Reminder of the first paper on transfer learning in neural networks. *Informatica* **30**(44), 291–302 (2020)
- [117] Wolter, M., Yao, A.: Complex gated recurrent neural networks. In: S. Bengio, H. Wallach, H. Larochelle, K. Grauman, N. Cesa-Bianchi, R. Garnett (eds.) *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 31, pp. 536–546. Curran Associates, Inc. (2018)

- [118] Watson, G.: Theory of Bessel Functions. Cambridge University Press, London (1922)
- [119] Golubovic, R., Polimeridis, A., Mosig, J.: The weighted averages method for semi-infinite range integrals involving products of bessel functions. IEEE Transactions on Antennas and Propagation **61**, 5589–5596 (2013)
- [120] Прудников, А., Бычков, Ю., Маричев, И.: Интегралы и ряды: Элементарные функции. Наука, Москва (1981)
- [121] Прудников, А., Бычков, Ю., Маричев, И.: Интегралы и ряды: Специальные функции. Наука, Москва (1983)
- [122] Градштейн, И., Рыжик, И.: Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Государственное издательство физико-математической литературы, Москва (1963)

Додаток А

Список публікацій здобувача за темою дисертації

Наукові праці в наукових фахових виданнях України:

1. Dumin, O.M., Tretyakov, O.A., **Akhmedov, R.D.**, Dumina, O.O. Evolutionary Approach for the Problem of Electromagnetic Field Propagation Through Nonlinear Medium. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Серія «Радіофізика та електроніка» **24**, 23-28 (2015)

Внесок здобувача: Аналітична робота щодо доказу та виведення математичних співвідношень. Аналіз отриманих результатів.

2. Думін, О. М., **Ахмедов, Р. Д.**: Міжмодове перетворення нестационарного електромагнітного поля в нелінійному необмеженому середовищі. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Серія «Радіофізика та електроніка» **26**, 42–47 (2017)

Внесок здобувача: Отримання модового розкладу поля у відкритому просторі методом еволюційних рівнянь. Статистична обробка отриманих результатів.

3. Думін, О., **Ахмедов, Р.**: Випромінювання та розповсюдження електромагнітного снаряду в нелінійному середовищі. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Серія «Радіофізика та електроніка» **6(27)**, 37-42 (2020)

Внесок здобувача: Застосування теорії збурень для врахування нелінійних складових поляризації.

4. Думін, О., **Ахмедов, Р.**, Черкасов, Д.: Імпульсне випромінювання антени з круговою апертурою в близькій зоні. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Радіофізи-

ка та електроніка» **28**, 30-33 (2018)

Внесок здобувача: Підготовка графічних матеріалів до публікації.

Аналітична робота над математичним апаратом методу еволюційних рівнянь.

5. Думін, О.М., **Ахмедов, Р.Д.**, Черкасов, Д.В.: Поширення імпульсної електромагнітної хвилі в керрівському середовищі. Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. «Радіофізика та електроніка» **29**, 11-16 (2018)

Внесок здобувача: Розв'язання системи рівнянь Максвела з урахуванням нелінійних властивостей середовища для неоднорідності у вигляді плаского диска з електричним струмом.

6. **Ахмедов, Р.Д.**: Виокремлення корисної інформації з надширокосмугової хвилі у близькій зоні випромінювання. Технология и конструирование в электронной аппаратуре **3-4**. 3—10 (2020)

Внесок здобувача: Розробка авторської методики виділення корисної інформації з імпульсної надширокосмугової електромагнітної хвилі, проведення числових симулляцій процесу випромінювання-поширювання-приймання імпульсів з урахуванням розробленої методики.

Наукова праця у профільному виданні, що входять до міжнародної наукометричної бази Scopus:

7. **Akhmedov, R.**, Dumin, O., Katrich, V.: Impulse radiation of antenna with circular aperture. Telecommunications and Radio Engineering **77**, 1767-1784 (2018)

Внесок здобувача: Розв'язання задачі випромінювання імпульсу довільної геометричної форми лінзовою імпульсною антеною з круговою апертурою. Аналітична робота по отриманню переходної функції для близької зони, як явної функції від просторових координат та часу.

Наукові праці апробаційного характеру (тези доповідей на наукових конференціях) за темою дисертації:

8. Dumin, O., Katrich, V., **Akhmedov, R.**, Tretyakov, O., Dumina, O.: Evolutionary approach for the problems of transient electromagnetic field propagation in nonlinear medium. In: 15th International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET), Dnipropetrovsk, p. 26. IEEE Xplore, Dnipropetrovsk, Ukraine (2014)
9. Dumin, O., Tretyakov, O., **Akhmedov, R.**, Stadnik, Y., Katrich, V., Dumina, O.: Modal basis method for propagation of transient electromagnetic fields in nonlinear medium. In: Proc. 7th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS), pp. 100-103. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2014)
10. Dumin, O., Tretyakov, O., **Akhmedov, R.**, Dumina, O.: Transient electromagnetic field propagation through nonlinear medium in time domain. In: International Conference on Antenna Theory and Techniques, pp. 93-95. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2015)
11. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Dumina, O.: Propagation of transient field radiated from plane disk in nonlinear medium. In: Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals, pp. 77-80. IEEE Xplore, Odessa, Ukraine (2016)
12. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Dumina, O.: Transient field radiation of plane disk into nonlinear medium. In: Radio Electronics and Info Communications, pp. 1-4. IEEE Xplore, Kiev, Ukraine (2016)
13. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Katrich, V., Dumina, O.: Transient radiation of circle with uniform current distribution. In: 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), pp. 261-265. IEEE Xplore, Kiev, Ukraine (2017)
14. **Akhmedov, R.**, Dumin, O.: Ultrashort impulse radiation from plane disk with uniform current distribution. In: Ultrawideband and Ultrashort

- Impulse Signals, pp. 169-173. IEEE Xplore, Odessa, Ukraine (2018)
15. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Dumina, O., Cherkasov, D.: Near zone of plane disk with uniform transient current distribution. In: 2017 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering, pp. 209-213. IEEE Xplore, Lviv, Ukraine (2019)
 16. Dumin, O., **Akhmedov, R.**, Katrich, V., Cherkasov, D.: Impulse EM wave propagation in kerr medium. In: 2019 XXIVth International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED), pp. 169-173. IEEE Xplore, Lviv, Ukraine (2019)
 17. **Akhmedov, R.**: Neural radio in ds-uwb iot applications. In: 2020 IEEE Ukrainian Microwave Week (UkrMW), pp. 1073-1078. IEEE Xplore, Kharkiv, Ukraine (2020)

Наукові праці, які додатково відображають наукові результатами дисертації:

18. **Ахмедов, Р. Д.**, Спосіб виділення корисної інформації з надширокосмугових (НШС) електромагнітних хвиль. Український інститут інтелектуальної власності а02004038, 20 липня 2020
Внесок здобувача: Розроблено методику виділення корисної інформації з нестационарних імпульсних електромагнітних хвиль. Проведено порівняльну характеристику різних.

Додаток Б

Властивості тригонометричних функцій

В цьому розділі представлено деякі маловідомі властивості тригонометричних функцій для зручності споживання викладеного в кваліфікаційній роботі матеріалу.

$$\arccos x - \arccos y = \mp \arccos \left(xy + \sqrt{(1-x^2)(1-y^2)} \right), \begin{cases} x \geq y \\ x < y \end{cases} \quad (\text{Б.1})$$

$$\arctan x - \arctan y = \arctan \frac{x-y}{1+xy}, xy > -1 \quad (\text{Б.2})$$

$$\arctan x - \arctan y = \pm\pi + \arctan \frac{x-y}{1+xy}, \begin{cases} x > 0 \\ x < 0 \end{cases}, xy < -1 \quad (\text{Б.3})$$

Б.1. Визначення символу Кронекера, через інтеграли

В роботі часто застосовується визначення символу Кронекера через інтеграл на комплексній площині над експонентою з уявним показником. Тут зібрані деякі не табличні інтеграли, що застосовані в роботі.

$$\int_0^{2\pi} e^{\pm i(m-n)\varphi} d\varphi = 2\pi\delta_{m,n} \quad (\text{Б.4})$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi (\cos m\varphi - i \sin m\varphi) = i\pi (\delta_{m,-1} - \delta_{m,1}) \quad (\text{Б.5})$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \cos \varphi (\cos m\varphi - i \sin m\varphi) = \pi(\delta_{m,-1} + \delta_{m,1}) \quad (\text{Б.6})$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} \cos \varphi \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi \delta_{m,1}}{4} + \frac{\pi \delta_{m,-1}}{4} - \frac{\pi \delta_{m,-3}}{4} - \frac{\pi \delta_{m,3}}{4} \quad (\text{E.7})$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} \sin^3 \varphi d\varphi = \frac{3\pi i}{4} \delta_{m,-1} - \frac{3\pi i}{4} \delta_{m,1} - \frac{\pi i}{4} \delta_{m,-3} + \frac{\pi i}{4} \delta_{m,3} \quad (\text{E.8})$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} \sin \varphi \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi i}{4} \delta_{m,-1} - \frac{\pi i}{4} \delta_{m,1} - \frac{\pi i}{4} \delta_{m,3} + \frac{\pi i}{4} \delta_{m,-3} \quad (\text{E.9})$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-im\varphi} \cos^3 \varphi d\varphi = \frac{\pi}{4} \delta_{m,-3} + \frac{\pi}{4} \delta_{m,3} + \frac{3\pi}{4} \delta_{m,-1} + \frac{3\pi}{4} \delta_{m,1} \quad (\text{E.10})$$

Додаток В

Інтеграли від циліндричної функції Бесселя першого роду

Циліндрична функція Бесселя першого роду – базисна функція методу еволюційних рівнянь. Її властивості широко застосовуються в багатьох дослідженнях присвячених нестационарним сигналам та процесам. Тут зібрано основні властивості функції Бесселя, використані в роботі, а також продемонстровано спосіб отримання аналітичного розв'язку для деяких нетабличних інтегралів з ядром у вигляді добутку декількох функцій Бесселя.

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \quad (\text{B.1})$$

$$J_{n+1}(z) + J_{n-1}(z) = \frac{2n}{z} J_n(z) \quad (\text{B.2})$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{J_1(z)}{z} = \frac{1}{2} \quad (\text{B.3})$$

B.1. Отримання інтегралу I_1 в явному виді

Отриманий інтеграл є азимутально-симетричним амплітудним коефіцієнтом для компонентів векторів напруженості поля, породженого антенами імпульсного випромінювання. Очевидно, що значення інтегралу – функція часу, лінійних просторових координат та радіусу апертури.

$$I_1 = R \int_0^\infty \frac{d\nu}{\rho\nu} J_1(\nu R) J_1(\nu\rho) J_0\left(\nu\sqrt{c^2t^2 - z^2}\right) \quad (\text{B.4})$$

Спробуємо знайти аналітичне значення виразу (B.4), притупивши, що він сходиться. Інтеграли такого виду зустрічаються в [118, ст. 398].

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty \frac{dt}{t^{\lambda+\nu}} J_\mu(at) J_\nu(bt) J_\nu(ct) &= \frac{(bc/2)^\nu}{\Gamma(\nu+1/2) \Gamma(1/2)} \cdot \\
&\cdot \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{J_\mu(at) J_\nu(\omega t)}{\omega^\nu t^\lambda} \sin^{2\nu} \phi d\phi dt, \\
\omega &= \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \phi}
\end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\operatorname{Re}(\nu) > -\frac{1}{2}; \operatorname{Re}(\mu + \nu + 2) > \operatorname{Re}(\lambda + 1) > 0$$

Використання формули (B.5) дозволяє спростити I_1 до інтегралу по двом функціям Бесселя в ядрі замість трьох. Використаємо наступну формулу з [119] для пошуку рішення нового інтегралу.

$$\int_0^\infty d\nu J_n(a\nu) J_{n-1}(b\nu) = \begin{cases} b^{n-1}/a^n, & 0 < b < a \\ 1/2b, & 0 < a = b \\ 0, & 0 < a < b \end{cases} \tag{B.6}$$

$$I_1 \in \begin{cases} S_1 : \{0 \leq \phi \leq \psi\}, 0 < R < |\rho - \sqrt{c^2 t^2 - z^2}| \\ S_2 : \{\psi \leq \phi \leq \pi\}, |\rho - \sqrt{c^2 t^2 - z^2}| \leq R \leq \rho + \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \\ S_3 : \{0 \leq \phi \leq \pi\}, R > \rho + \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \end{cases}$$

$$I_1\{S_1\} = 0$$

Згідно зластивістю адитивності при розбиттях для інтегралів Рімана, значення інтегралу в одній точці не впливає на значення інтегралу у визначених межах, а отже:

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{1}{\pi} \int_\psi^\pi \frac{\sin^2 \phi}{1 + \frac{\rho^2}{R^2} - \frac{2\rho}{R} \cos \phi} d\phi \\
\psi &= \arccos \left(\frac{\rho^2 + R^2}{2\rho R} - \frac{c^2 t^2 - z^2}{2\rho R} \right)
\end{aligned}$$

Тригонометричними перетвореннями зведемо поточний вид I_1 до табличного інтегралу.

$$I_1\{S_2\} = -\frac{(\rho^2 - R^2)^2}{4\pi\rho^2} \int_{\psi}^{\pi} \frac{d\phi}{R^2 + \rho^2 - 2\rho R \cos \phi} - \frac{R \sin \psi}{\rho} \frac{2\pi}{2\pi} + \frac{\rho^2 + R^2}{4\rho^2} \frac{\pi - \psi}{\pi}$$

$$I_1\{S_3\} = -\frac{(\rho^2 - R^2)^2}{4\pi\rho^2} \int_0^{\pi} \frac{d\phi}{R^2 + \rho^2 - 2\rho R \cos \phi} + \frac{\rho^2 + R^2}{4\rho^2}$$

Таблична формула для неозначеного випадку інтегралу може буде знайдена в [120, ст. 181].

$$\int \frac{dx}{a + b \cos x} = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{a^2 - b^2}} \arctan \frac{\sqrt{a^2 - b^2} \tan \frac{x}{2}}{a + b}, & a^2 > b^2 \\ \frac{1}{\sqrt{b^2 - a^2}} \ln \frac{\sqrt{b^2 - a^2} \tan \frac{x}{2} + a + b}{\sqrt{b^2 - a^2} \tan \frac{x}{2} - a - b}, & a^2 < b^2 \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

Помітимо, що випадок $a^2 > b^2$ відповідає області $\rho > R$, а $a^2 < b^2$, навпаки, для прожекторної зони випромінювання. Як згадувалось раніше, аналогічна методика для отримання переходної функції кругової апертури застосовувалась в дисертаційному дослідженні Думіна О.М.. На відміну від цього дослідження, здобувачем розглядається випадок не лише для $\rho > R$, а і для $\rho < R$, тобто для прожекторної зони, де прояв нелінійної природи поширення електромагнітних хвиль найбільший. Цікавість до області $\rho < R$ також викликана тим, що напрямлені антени імпульсного випромінювання на практиці найчастіше використовуються саме за сценарієм, коли приймач чи випромінювач знаходяться в прожекторній зоні.

$$I_1\{S_2\} = \frac{|\rho^2 - R^2|}{2\pi\rho^2} \left(\arctan \left(\frac{\rho + R}{|\rho - R|} \tan \frac{\psi}{2} \right) - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{R \sin \psi}{\rho} \frac{2\pi}{2\pi} + \frac{\rho^2 + R^2}{4\rho^2} \frac{\pi - \psi}{\pi}$$

$$I_1\{S_3\} = \frac{\rho^2 + R^2}{4\rho^2} - \frac{|\rho^2 - R^2|}{4\rho^2} = \begin{cases} 1/2, & \rho < R \\ R^2/2\rho^2, & \rho > R \end{cases}$$

Для того щоб отримати значення інтегралу на осі аплікат повернемось до початкового виду I_1 з (B.4). Користуючись асимптотичною властивістю функції Бесселя (B.3) побачимо що інтеграл зведеться до випадку (B.6).

$$I_1|_{\rho=0} = \frac{1}{2} \begin{cases} 0, & 0 < R < \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \\ 1/2, & 0 < R = \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \\ 1, & 0 < \sqrt{c^2 t^2 - z^2} < R \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

На останок, спростимо тригонометричні вирази, що містять ψ . Розглянемо $\psi = \arccos f(r, t)$, де $f(r, t)$ задовільна функція координат. Тоді $f(r, t) = \cos \psi$. Зазначимо, що з означення відомо, що $\psi \in [0, \pi]$, тому $\sin \psi \geq 0$. Таким чином:

$$\sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi} = \sqrt{1 - f^2(r, t)}$$

Згадуючи введене означення для ψ зашипимо, що

$$\frac{R \sin \psi}{\rho} = \frac{\sqrt{4\rho^2 R^2 - (\rho^2 + R^2 - c^2 t^2 + z^2)^2}}{4\pi \rho^2}$$

$$\arctan \left(\frac{\rho + R}{|\rho - R|} \tan \frac{\psi}{2} \right) - \frac{\pi}{2} = - \arctan \sqrt{\left(\frac{\rho - R}{\rho + R} \right)^2 \frac{(\rho + R)^2 - (c^2 t^2 - z^2)}{(c^2 t^2 - z^2) - (\rho - R)^2}}$$

$$\pi - \psi = \arccos \left(\frac{c^2 t^2 - z^2 - \rho^2 - R^2}{2\rho R} \right)$$

Користуючись такими спрощеннями, можемо записати вираз в явному вигляді для області S_2

$$\begin{aligned}
I_1\{S_2\} = & \frac{\rho^2 + R^2}{4\pi\rho^2} \arccos\left(\frac{c^2t^2 - z^2 - \rho^2 - R^2}{2\rho R}\right) - \\
& - \frac{\sqrt{4\rho^2R^2 - (\rho^2 + R^2 - c^2t^2 + z^2)^2}}{4\pi\rho^2} - \\
& - \frac{|\rho^2 - R^2|}{2\pi\rho^2} \arctan \sqrt{\frac{(\rho - R)^2}{(\rho + R)^2} \cdot \frac{(\rho + R)^2 - (c^2t^2 - z^2)}{(c^2t^2 - z^2) - (\rho - R)^2}}
\end{aligned}$$

B.2. Отримання інтегралу I_2 в явному виді

$$I_2 = R \int_0^\infty d\nu J_1(\nu R) J_0(\nu\rho) J_0\left(\nu\sqrt{c^2t^2 - z^2}\right) \quad (\text{B.9})$$

Це табличний інтеграл, що може бути знайдений в [121, ст. 228].

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty dx J_0(ax) J_0(bx) J_1(cx) &= \begin{cases} 0, 0 < c < |a - b| & a, b > 0 \\ 1/c, c > a + b & \end{cases} \quad (\text{B.10}) \\
&= \frac{1}{\pi c} \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}, |a - b| < c < a + b; a, b > 0
\end{aligned}$$

Фізичні властивості змінних в (B.9) відповідають умові $a, b, c > 0$. Запишемо значення інтегралу відносно інших умов.

$$I_2 = \begin{cases} 0, 0 < R < |f_-(r, t)| \\ \frac{1}{\pi} \arccos \frac{c^2t^2 - z^2 + \rho^2 - R^2}{2\rho\sqrt{c^2t^2 - z^2}}, |f_-(r, t)| < R < f_+(r, t) \\ 1, f_+(r, t) < R \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

Тут для спрощення введено наступні переозначення:

$$\begin{aligned}
f_-(r, t) &= \rho - \sqrt{c^2t^2 - z^2} \\
f_+(r, t) &= \rho + \sqrt{c^2t^2 - z^2}
\end{aligned}$$

Якщо $\rho = 0$, то область визначення інтегралу I_2 по формулі (B.9) схопується і інтеграл стає невизначеним. У цьому випадку розглянемо інтеграл за допомогою формули (B.6).

$$I_2(\rho = 0) = \begin{cases} 0, & 0 < R < \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \\ 1/2, & 0 < R = \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \\ 1, & 0 < \sqrt{c^2 t^2 - z^2} < R \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

Додаток Г

Комплексні функції Ломмеля двох змінних

Функція Ломмеля – особлива гіпергеометрична функція, що в деяких випадках розкладається в нескінченний ряд по циліндричним функціям Бесселя першого роду. Цікавим є те, що функція Ломмеля зустрічається в багатьох роботах присвячених нестационарному випромінюванню ТЕМ рупора: хоча отримання моделей проводилося різними способами та при різних спрощеннях всі вони зводяться до лінійних комбінацій даної функції. Можливо це є свідченням на користь того, що вона точно формалізує деякі фундаментальні особливості нестационарного електромагнітного поля. В даному розділі наведено деякі особливості комплексної функції Ломмеля двох змінних одна з яких уявна, а також деякі табличні та не табличні інтеграли що містять її.

Г.1. Визначення та лінійні властивості

В [88] приводиться визначення через функцію Бесселя.

$$U_n[W, Z] = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left(\frac{W}{Z}\right)^{n+2m} J_{n+2m}(Z) \quad (\Gamma.1)$$

В [88] також можна знайти наступну властивість.

$$U_n[W, Z] + U_{n+2}[W, Z] = \left(\frac{W}{Z}\right)^n J_n(Z) \quad (\Gamma.2)$$

$$U_0[W, Z] - U_2[W, Z] = J_0(Z) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{Vt-z}{Vt+z}\right)^m J_{2m}(Z) \quad (\Gamma.3)$$

Г.2. Інтегродиференціальні властивості

Функція Ломмеля типова для нестационарних задач. В [97, ст. 41] приведено корисні інтегродиференціальні.

$$\int_{\xi}^{\tau} ds e^{-i\gamma s} J_0(\sqrt{s^2 - \xi^2}) = \frac{e^{-i\gamma\tau}}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} (U_1(W_+, Z) + iU_2(W_+, Z) - U_1(W_-, Z) - iU_2(W_-, Z)) \quad (\Gamma.4)$$

Тут $W_{\pm} = (\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 1})(\tau - \xi)$ а $Z = \sqrt{\tau^2 - \xi^2}$. Також для використання цієї формули повинна виконуватись умова $\tau - \xi > 0$.

$$\frac{\partial}{\partial Z} U_n(W, Z) = -\frac{Z}{W} U_{n+1}(W, Z) \quad (\Gamma.5)$$

$$2 \frac{\partial}{\partial W} U_n(W, Z) = U_{n-1}(W, Z) + \left(\frac{Z}{W} \right)^2 U_{n+1}(W, Z) \quad (\Gamma.6)$$

Г.3. Отримання інтегралу I_3 в явному виді

$$I_3 = R \int_0^{\infty} \frac{d\nu}{\rho\nu} J_1(\nu\rho) J_1(\nu R) (U_0[W_-, Z] - U_2[W_-, Z]) \quad (\Gamma.7)$$

$$I_3 = I_1 - 2R \int_0^{\infty} \frac{d\nu}{\nu\rho} J_1(\nu\rho) J_1(\nu R) U_2[W_-, Z] \quad (\Gamma.8)$$

На осі випромінювання, тобто при $\rho = 0$.

$$I_3 = I_1 + R \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right)^m \int_0^{\infty} d\nu J_1(\nu R) J_{2m}(\nu \sqrt{c^2 t^2 + z^2}) \quad (\Gamma.9)$$

За допомогою табличного інтегралу 6.512.4 з [122, ст. 681], що має вид

$$\int_0^{\infty} J_{\nu+2n+1}(ax) J_{\nu}(bx) dx = \begin{cases} \frac{b^{\nu}}{a^{\nu+1}} P_n^{(\nu,0)} \left(1 - \frac{2b^2}{a^2} \right), & 0 < b < a \\ 0, & 0 < a < b \end{cases}$$

знайдемо значення I_3 в явному виді. Параметри мають задовольняти умові $\operatorname{Re} \nu > -1 - n$, яка виконується для інтегралу (Г.8). Через $P_n^{(\nu,0)}(x)$ позначено поліном Якобі:

$$P_n^{(\nu,0)}(x) = \frac{1}{2^n} \sum_{m=0}^n C_{n+\nu}^m C_n^{n-m} (x-1)^{n-m} (x+1)^m$$

Таким чином, для всіх подій $R > \sqrt{c^2 t^2 - z^2}$ тобто області електромагнітного снаряду на осі симетрії випромінювача $I_3|_{\rho=0}^{R>\sqrt{c^2 t^2 - z^2}} = 1/2$. Розглянемо значення I_3 на осі випромінювання для $R < \sqrt{c^2 t^2 - z^2}$.

$$I_3|_{\rho=0}^{R<\sqrt{c^2 t^2 - z^2}} = \frac{R^2}{c^2 t^2 - z^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right)^{m+1} P_m^{(1,0)} \left(1 - \frac{2R^2}{c^2 t^2 - z^2} \right)$$

$$I_3|^{\rho=0} = \begin{cases} 1/2, R^2 > c^2 t^2 - z^2 \\ \frac{R^2}{c^2 t^2 - z^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right)^{m+1} P_m^{(1,0)} \left(1 - \frac{2R^2}{c^2 t^2 - z^2} \right), R^2 < c^2 t^2 - z^2 \end{cases} \quad (\text{Г.10})$$

Г.4. Отримання інтегралу I_4 в явному виді

$$I_4 = R \int_0^\infty d\nu J_0(\nu\rho) J_1(\nu R) (U_0[W_-, Z] - U_2[W_-, Z]) \quad (\text{Г.11})$$

$$I_4 = I_2 + 2R \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right)^m \int_0^\infty d\nu J_1(\nu R) J_{2m}(\nu \sqrt{c^2 t^2 + z^2}) \quad (\text{Г.12})$$

По аналогії з (Г.8), використаємо формулу 2.12.31.1 з [121, ст. 209] для пошуку значення інтегралу при $\rho = 0$.

$$I_4|_{\rho=0}^{R<\sqrt{c^2 t^2 - z^2}} = \frac{2R^2}{c^2 t^2 - z^2} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{ct-z}{ct+z} \right)^{m+1} P_m^{(1,0)} \left(1 - \frac{2R^2}{c^2 t^2 - z^2} \right)$$

$$I_4|^{\rho=0} = 2 I_3|^{\rho=0} \quad (\text{Г.13})$$

Г.5. Отримання інтегралу I_5 в явному виді

$$I_5 = 2iR \int_0^\infty d\nu J_1(\nu R) J_1(\nu\rho) U_1 \left[-i\nu(ct-z), \nu\sqrt{c^2t^2-z^2} \right] \quad (\Gamma.14)$$

$$I_5 = 2R \sum_{m=0}^{\infty} \sqrt[2m+1]{\frac{ct-z}{ct+z}} \int_0^\infty d\nu J_1(\nu\rho) J_1(\nu R) J_{2m+1} \left(\nu\sqrt{c^2t^2-z^2} \right) \quad (\Gamma.15)$$

Користуючись формулою 2.12.42.15 з [121] можна отримати аналітичний розвязок для першого доданку інтегралу (Г.15).

$$I_5|^{m=0} = \frac{\sqrt{(c^2t^2-z^2) - (\rho-R)^2} \sqrt{(\rho+R)^2 - (c^2t^2-z^2)}}{\pi\rho(ct+z)} \quad (\Gamma.16)$$